



مركز دراسات الوحدة العربية

سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (II)

رياضيات الخوارزمي تأسيس علم الجبر

الدكتور رشدي راشد

ترجمة: د. نفولا فارس

الفهرسة أثناء النشر - إصدار مركز دراسات الوحدة العربية
راشد، رشدي

رياضيات الخوارزمي: تأسيس علم الجبر / رشدي راشد؛ ترجمة نقولا فارس.

٤١٦ ص. - (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١١)

ببليوغرافية: ص ٣٩٧ - ٤٠٦.

يشتمل على فهرس.

ISBN 978-9953-82-313-3

١. الرياضيات. ٢. الخوارزمي، محمد بن موسى. ٣. الجبر. ٤. المنطق

الرياضي. أ. فارس، نقولا (مترجم). ب. العنوان. ج. السلسلة.

512.9

العنوان الأصلي بالفرنسية

AL-Khwārizmī

Le Commencement de L'Algèbre

Texte établi, traduit et commenté

par Roshdi Rashed

(Paris, Editions Albert Blanchard, 2007)

«الآراء الواردة في هذا الكتاب لا تعبر بالضرورة
عن اتجاهات يتبناها مركز دراسات الوحدة العربية»

مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «بيت النهضة»، شارع البصرة، ص. ب: ٦٠٠١ - ١١٣

الحمراء - بيروت ٢٤٠٧ ٢٠٣٤ - لبنان

تلفون: ٧٥٠٠٨٤ - ٧٥٠٠٨٥ - ٧٥٠٠٨٦ - ٧٥٠٠٨٧ - ٧٥٠٠٨٨ (+٩٦١١)

برقياً: «مرعبي» - بيروت

فاكس: ٧٥٠٠٨٨ (+٩٦١١)

e-mail: info@caus.org.lb

Web Site: <http://www.caus.org.lb>

حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة للمركز

الطبعة الأولى

بيروت، أيار/مايو ٢٠١٠

المحتويات

٩ مقدمة المترجم
٣٩ تمهيد
القسم الأول	
الخوارزمي الرياضي	
٤٥ مقدمة
٥٥ ١- التقاليد الحسابية في القرن الثامن للميلاد، وجير الخوارزمي
٥٥ ١-١ مقدمة
٥٩ ٢-١ لغة الخوارزمي
٦١ ٣-١ الخوارزمي وثقافة القرن الثامن للميلاد
٦٤ ٤-١ حسابات عند اللغويين : التصنيف القبلي والتحليل التوافقي
٧٢ ٥-١ الحسابات الشرعية
٨١ ٢- قراءات الخوارزمي الرياضية
٨١ ١-٢ مقدمة
٨٢ ٢-٢ الفكر الرياضي الأقليدي وفكرة الجبر عند الخوارزمي
٨٢ ١-٢-٢ المعادلات وخوارزميات الحلول
٩٩ ٢-٢-٢ الكميات غير المنطقة التربيعية
١٠٧ ٣-٢-٢ البرهان الهندسي والبرهان الجبري
١١٧ ٣-٢ أقليدس وهيرون الإسكندري والخوارزمي
١٢٣ ٤-٢ ديوفنتس والخوارزمي
١٢٨ ٥-٢ آريتهطا وبرهمغوبتا والخوارزمي

القسم الثاني

نصّ كتاب الخوارزمي

١٥١	تحقيق النص وترجمته إلى الفرنسية
١٦٥	«كتاب الجبر والمقابلة»
١٦٧	الأموال التي تعديّل الجذور
١٦٨	الأموال التي تعديّل عدداً
١٦٨	الجذور التي تعديّل العدد
١٦٩	الأموال والجذور التي تعديّل العدد
١٧١	الأموال والعدد التي تعديّل الجذور
١٧٢	الجذور/ والعدد التي تعديّل الأموال
١٨٠	باب الضرب
١٨٤	باب الجمع والنقصان
١٨٦	القسم < والضرب للجذور >
١٩١	باب المسائل الست
١٩١	الأولى من < المسائل > الست
١٩٢	المسألة الثانية
١٩٣	المسألة الثالثة
١٩٤	المسألة الرابعة
١٩٥	المسألة الخامسة
١٩٦	المسألة السادسة
١٩٧	باب المسائل المختلفة
٢١٧	باب المعاملات
٢٢٠	باب المساحة
٢٢٤	مسائل المساحات

٢٣٥ «كتاب الوصايا»
٢٣٥ باب من ذلك في العَيْن والذَيْن
٢٣٧ باب آخر من الوصايا
٢٣٨ باب آخر من الوصايا
٢٤٢ في وجه آخر من الوصايا
٢٤٤ في وجه آخر من الوصايا
٢٤٧ في وجه آخر من الوصايا
٢٥٤ باب الوصية بالدرهم
٢٦٠ باب التكملة
٢٦٥ حساب الدور > الشرعي <
٢٦٥ باب منه في التزويج في المَرَض
٢٦٧ باب العَتَق في المَرَض
٢٧٩ باب العَقَر في الدور
٢٨٣ باب السِّلْم في المَرَض
٢٨٥ شروح وتعليقات موجزة
٣٥٥ ملحوظات إضافية
٣٦٧ معجم مفردات الكتاب
	المصطلحات الرياضية في كتاب الخوارزمي
٣٨٩ وما يقابلها باللاتينية
٣٩٧ المراجع
٤٠٧ فهرس

كلمة المترجم

هذه ليست المرة الأولى التي أواجه فيها مسألة تقديم الصيغة العربية لكتاب في تاريخ الرياضيات، ألقه رشدي راشد في الأصل بالفرنسية. لكنّها لا تشبه المرات السابقة إلا في القليل من النواحي.

فكُتِبَ رشدي راشد في تاريخ الجبر، التي سبق أن تُرجمت إلى العربية، متشابهة من حيث البنية، وأيضاً من حيث الأسلوب، بمعنى أنّها تتناول أعمالاً رياضية، من التراث، يُحقّقها ويشرحها ويعلّق عليها بلغة رياضيات عصرنا، مبيّناً ما قدّمته من جديد بالنسبة إلى الرياضيات السابقة (اليونانية بشكل خاص) والدور الذي لعبته في انطلاق رياضيات أوروبا اللاتينية، أو أيضاً في ما يسمّى بالرياضيات الكلاسيكية. كانت كلّ دراسة تستند في بعض تحليلاتها إلى تفاصيل وردت في سابقاتها، وغالباً دون أن تردّ القارئ بشكل صريح ودقيق إلى هذه التفاصيل؛ فالهمّ الأساسي للمؤلف، كان تسجيل الوقائع الجديدة أمام مجتمع الباحثين، أمّا الهمّ التربويّ فيأتي في الدرجة الثانية أو يغيب؛ هذا بالإضافة إلى ضيق المساحة المخصصة للدراسة، إذا ما قيسَت بغزارة المعلومات والأفكار المطروحة فيها؛ ولكن، إلى كلّ ذلك، يضاف تأثير المدرسة البوربانية في أسلوب رياضتي النصف الثاني من القرن العشرين (بمن فيهم منتقدوها)، حتّى بعد انقضاء عقود على «انتهاء» هذه المدرسة. أسلوب رشدي راشد يجعل بوضوح بصمات هذه المدرسة من حيث رفض الترداد، وعدم الاكتراث بالوقوع في الإغلاق. كلّ هذه الأمور كانت تزيد من صعوبة ترجمة أعمال هذا الباحث، لأنّ القيام بها يتطلّب إلماماً بتفاصيل أعماله في المجالات التي يعالجها بحثه أو يتطرّق إليها. ولكنها كانت، من جهة أخرى، تشكّل مائة دسمة لكتابة «مقدّمة المترجم» التي تهتمّ عادة بتقديم شروح تُسهّل فهم فقرات الكتاب من قِبَل القارئ غير الباحث.

أمّا هنا، في هذا الكتاب، فالوضع يختلف في العديد من النواحي. فكتاب

الخوارزمي الجبري من الكتب التي كثرت الدراسات عنها وحولها، ورشدي راشد نفسه وضع العديد منها. وإذا عرفنا الهم الذي دفعه إلى تأليف هذا الكتاب، نستطيع بسهولة إدراك التغير الملحوظ في الأسلوب، الذي نجده هنا استنفادياً، صريحاً، لا يُجبرنا على العودة إلى سابق كتاباته إلا في القليل من الحالات. هذا ما سنحاول أن نشرحه في ما يلي من السطور. وسنضيف بعضاً مما تعتمد المؤلف عدم ذكره ونجده ضرورياً للقارئ العربي ذي الثقافة العادية في تاريخ الرياضيات، مرتكزين، للأمانة، بشكل شبه حصري، على أبحاث سابقة للمؤلف نفسه.

١ - لماذا تأخر تحقيق «جبر الخوارزمي»؟ - قضية المصادر

يقول ر. راشد في بداية كتابه، وبعد أن يشير إلى الأهمية الاستثنائية لكتاب الخوارزمي الجبري: «لا بد من أن نتعجب، إذن، من كون هذا الكتاب لم يَنَلْ حتى الآن، التحقيق النقدي الذي يستحق، أو الترجمة إلى لغة أوروبية تناسب مع أهميته؛ وهذا واقع يخص التاريخ، يستحق التوقف عنده. أما نحن، فقد كان هنا التعويض عن هذا النقص. وسنقدم فيما يلي، أول تحقيق نقدي لجبر الخوارزمي، وأول ترجمة لنصه إلى الفرنسية، صارمة الدقة، إضافة إلى دراسة وشرح لهذا النص، نجهد فيهما إلى استرجاعه، في سياقه، متفادين بقدر الإمكان الرؤى الخاطئة والمسالك المُستهلَكة». وهنا نعتقد أنَّ الأستاذ ر. راشد يُغفل (على غير عادة) أمراً مهماً من شأنه أن يُخَفِّف من تعجبه... فهو لا يضع نفسه مكان ذلك الباحث الذي يُفترض به القيام بتحقيق كتاب الخوارزمي. فهذه المهمة تتطلب إمكانيات ضخمة:

- الإحاطة بكل تأثيرات كتاب الخوارزمي على معاصريه وخلفائه في الحضارة العربية والإسلامية.

- معرفة الحد الأدنى من تأثيرات هذا الكتاب، المباشرة وغير المباشرة، في العلم العالمي.

- البحث الجدي عن مصادر جبر الخوارزمي.

- معرفة متضلعة من اللغة العربية، وبخاصة من لغة فقهاء الإسلام وحقوقيه، المتعلقة بشرائع الإرث والوصايا، نظراً إلى أن ما يقارب نصف كتاب الخوارزمي يعالج مسائل في هذا المجال.

وكل واحد من هذه الأمور يشكل قضية شائكة بذاتها.

وقد استطاع ر. راشد، خلال مسيرة سنين طويلة من العمل المتواصل الهادف، تكوين المعطيات الكافية حول تأثير جبر الخوارزمي في الرياضيات العربية ولم ينقطع بحثه، مباشرة أو من خلال أعمال زملائه وطلابه، عن تأثير الخوارزمي، وتأثير الجبر العربي بشكل عام في الرياضيات الأوروبية^(١). ولكن الباحث العادي، إن في أوروبا، أو في الوطن العربي، لم يكن بإمكانه الحصول على كل هذه المعطيات التي تقتضي مشروعاً يستدعي إمكانيات بشرية كبيرة ووقتاً طويلاً لصياغته وإنجازه.

أما مسألة البحث عن مصادر جبر الخوارزمي فترتدي صعوبة إضافية؛ ففي ظل غياب إفساح الخوارزمي عن مصادره، وعدم توفر الدراسات الكافية حول الأبحاث الجبرية بالعربية التي تلت الكتاب والتي تسبب بها تأليفه، كثرت التخمينات حول هذا الموضوع؛ وبعض هذه التخمينات ترسّخ فشابه المسلّمات بسبب المكانة العلمية لمطليها، وتبني خلفائهم لها دون نقاش.

وكان من الطبيعي أن تتناقض هذه التخمينات فيما بينها، بسبب غياب إسنادها بشكل دقيق، وأن يحصل نوع من الخلط بين «مصادر» كتاب الخوارزمي وبين «أصول الجبر». كان من المسلّمات، مثلاً، اعتبار كتاب المسائل العددية لديوفنطس عملاً جبرياً^(٢)، أو، على الأقل، اعتباره أحد أصول الجبر، أو اعتبار الكتاب الثاني من «أصول» أفليدس بداية للجبر الهندسي^(٣). وقيل الكثير عن الأعمال الجبرية في الرياضيات البابلية^(٤)؛ فعمد بداية القرن العشرين انتشرت أفكار ترى في بعض الأعمال الهندية من القرنين السادس والسابع للميلاد مصادر لكتاب الخوارزمي. فكان على الباحث الذي يلتزم مشروع تحقيق كتاب الخوارزمي أن يعيد دراسة جميع هذه المسلّمات، بالتفصيل ودون مواقف مسبقة.

(١) نحوي لائحة المراجع، في نهاية المقال [13]... [23]، عناوين عدد من كتب ر. راشد ومقالاته في تاريخ الجبر. تحتوي مقدمات هذه الكتب على فقرات هامة حول هذا الموضوع.
(٢) يذكر ر. راشد في الفقرة ٢ - ٤ من كتابه هذا الذي بين أيدينا، عدداً من الكتب الحديثة المهمة التي تنبئ هذا الموقف، ونقرأ في كتابه: تاريخ الرياضيات العربية - بين الجبر والحساب [15]، ص ٦٣ - ٦٤، أن بول تانري (Paul Tannery) يعتبر أن الجبر العربي «لم يتجاوز المستوى الذي بلغه ديوفنطس»؛ انظر أيضاً مقال هـ. بلوستا [٤]، التي تعود إلى الصفحة ٦ من كتاب بول تانري: *La Géométrie grecque*. انظر أيضاً: [25, p. 344].
(٣) انظر ما ورد حول اعتبار هذا الكتاب كتاباً في الجبر الهندسي، يده من بول تانري (Paul Tannery)، في [5, p. 76].

(٤) وذهب البعض إلى اعتبار أن البابليين «هم مخترعو الجبر»؛ انظر على سبيل المثال الفصل الثاني من الكتاب [25, p. 116]. وتُسهم عناوين بعض المقالات أو الكتب بإلقاء الضباب حول بداية هذا العلم. ومن هذه العناوين ٤٠٠٠ عام من الجبر: H. W. Alen; A. Djafari; 4000 Jahre Algebra, Geschichte, Kulturen, Menschen. H. W. Alen; A. Djafari; Naini; M. Folkerts; H. Schloaser; K. H. Schlote; H. Wussing Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003.

يقتضي البحث عن المصادر إذن، تحليل جميع المؤلفات السابقة لكتاب الخوارزمي، التي درج، لسبب أو لآخر، إلصاق الطابع الجبري بها، أو التي تستخدم وسائل وعمليات يمكن وصفها، الآن، أي بعد تأليف الخوارزمي لكتابه، بأنها جبرية. ويقتضي أيضاً معرفة ما إذا كانت هذه المؤلفات بمتناول الخوارزمي ودراسة مدى تأثيرها في كتابه.

لقد أخذ البحث عن المصادر الحيز الأكبر من دراسة ر. راشد. هذا البحث شكّل هماً لم يخفه رشدي راشد، شغل باله طوال سنوات، وعبر عنه منذ عام ١٩٨٤ كما يلي: «وببقى السؤال التالي دون جواب: لماذا يبدو علم الجبر بالغ التضج بطرائقه رغم أنه مولود جديد؟ وما هو السبب في أن هذا الإسهام - الذي توحى مظاهر عديدة منه بأنه تنويع لنشاط سابق - يظهر مع ذلك كبدية أصيلة» [١٥، ص ٢١]. يوضح ر. راشد جيداً، في مقدمة الكتاب، ما يقصده بعبارة «بدية أصيلة» (الفقرة ١ - ١)؛ ويتعمد استبدال كلمة «المصادر» بعبارة «قراءات الخوارزمي الرياضية»، الأكثر تعبيراً عن غياب المصادر الفعلية لكتاب الخوارزمي.

الدراسة التفصيلية لـ «قراءات الخوارزمي الرياضية»، ولظروف حياته، أثبتت اطلاعه الأكيد على «أصول أقليدس» ومن ضمنها الكتاب الثاني من هذا المؤلف، كما أثبتت اطلاعه على أعمال هيرون الإسكندري الهندسية واستخدامه بعض مسائلها. ولكنها من جهة أخرى، دحضت أو استبعدت نظريات سابقة حول كون كتاب ديوفانتس المعروف بالـ «حساب» أو بـ «المسائل العددية»، أحد مصادر الخوارزمي أو، حول اعتباره عملاً جبرياً سابقاً لكتاب الخوارزمي. واستبعدت كذلك اعتبار أعمال الرياضيين الهنود (وبشكل خاص، برهمغوبتا وأرييهاطا) من بين مصادر جبر الخوارزمي. وكان رشدي راشد قد أشار إلى هذه النتائج بأشكال مختلفة في مقالات سابقة أو في مداخلات غير منشورة.

لم يسمح الرجوع إلى الرياضيات اليونانية أو الهندية، إذن، بحسم قضية مصادر كتاب الخوارزمي.

هنا نحا رشدي راشد منحى أصيلاً، حاد فيه عن كل التوجهات التي قد يتوقعها الباحث التقليدي. فقد توجه إلى «علوم العرب» السابقة لجبر الخوارزمي أو المعاصرة له، لعلّه يجد فيها ما يساعده على حلّ لغز مصادر هذا الجبر. فقام بدراسة شيقة استعرض فيها منجزات علماء اللغة والعروض وتأليف المعاجم، والتعمية وحساباتهم المبنية على التوافق، التي أسست لعلم التحليل التوافقي.

أظهرت هذه الدراسة انسجاماً واضحاً بين أسلوب الخوارزمي (في اختياره القَبلي للأنواع الستة من المعادلات الجبرية، من الدرجة الثانية وما دون، وتصنيفها)، وأساليب من سبقوه في هذا المجال^(٥).

ومن ثم، قاده البحث باتجاه الجذور العربية إلى النظر بمزيد من الدقة إلى تفاصيل نصّ الخوارزمي، ومنها ذكره بعض أعمال الفقهاء في شرع المعاملات، ومنها أيضاً مقدّمة كتابه. ولقد كان ر. راشد صريحاً بالقول إنّ قراءته الدقيقة لهذه المقدّمة المقتضبة، البسيطة في الظاهر، دعت إلى القيام ببحث صعب نظراً أنّه غير مسبوق، تناول فيه علوم الفقه والشرع وحساباتها. أذى هذا البحث إلى وضع اليد بشكل أكيد على أحد أهمّ مصادر الخوارزمي، أو، على الأقل، على أحد أهمّ دوافع ذلك العالم لصياغة كتابه الجبري. ولسنا هنا لنعيد استدلالات ر. راشد، لكننا لا يمكن أن نشرح ما أوردناه دون أن نعيد هذه المقدّمة التي لفت إلى أهميتها، وإلى كونها تعبّر عن واقع الأمر، لا عن تمثيلات الكاتب أو إعلانه عن نواياه:

«... [ألفْتُ من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً، جعلته حاصراً للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في موارثهم ووصاياهم وفي مقاسماتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحات الأرضين وكرى الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوه وفنونه»^(٦).

ويقول ر. راشد إنّ تأكيدات الخوارزمي التي تحمل دلالات مُهمّة للغاية، إضافة إلى «كتاب الوصايا»^(٧)، تسمح منذ البداية، بوضع إسهام الخوارزمي ضمن

(٥) يستعرض بحث ر. راشد بشكل خاص أعمال الخليل بن أحمد، والأعمال في «التشهير» الذي اتخذ اسم علم «التعمية» في أعمال الكندي (... - ٨٦٦م). ويخلص إلى ما يلي: «شهدت الفترة الواقعة بين النصف الثاني من القرن الثامن للميلاد وبداية القرن الذي تلاه، بناء باقة من المواد العلمية (تأليف المعاجم، والصرف، والقروض، والتعمية، وتحليل الرموز...) التي تُطبّق طريقة جديدة. القاعدة الأولى من هذه الطريقة هي تحديد مجموعة من العناصر المنتهية والمتقطعة. القاعدة الثانية هي تحديد توافيق تسمح بأن نحصل قبلياً، أي استباقاً لأي انتقاء واع، على «العناصر الممكنة»، انطلاقاً من عناصر المجموعة كلّها. القاعدة الثالثة هي أن نأخذ العناصر (أو الحالات) الممكنة ونزول من بينها تلك التي تكون فعلية أو «مقبولة» نسبة إلى معايير القبول المفروضة في الحقل العلمي الذي يجري فيه العمل... هذا التصوّر نفسه، للعلم ولوضوعه، المزوّد بالطرائق نفسها، هو الذي نلجده مجدداً في كتاب الخوارزمي، قبل أن يجتاح مجالات رياضية أخرى في الجبر أو في الهندسة أو في نظرية الأعداد». (انظر الكتاب فيما يتبع ص ٦٩ - ٧٠).

(٦) انظر الكتاب فيما يتبع ص ١٦٦.

(٧) الذي يحتلّ ما يقارب النصف الثاني من كتاب الخوارزمي الجبري.

تقليد معين، وفي الوقت عينه في بداية هذا التقليد المُجدّد، الذي ارتبط مصيره نهائياً بمصير الجبر، متخذاً اسم «حساب الفرائض». فمجال الحقوق كان من بين أشد مجالات البحث نشاطاً في القرن الثامن. فالمجتمع الجديد والدولة الجديدة، اللذان يرتكزان على أساس تعاليم القرآن والحديث النبوي، تطلّبا بالضرورة تصوراً للحقوق وللقواعد الشرعية، يختلف عن القواعد الحقوقية الموروثة عن بيزنطية وعن بلاد فارس وكان المطلوب من الشرع الجديد أن يصوغ، انطلاقاً من النصّ القرآني ومن السيرة النبوية، تعاليم تصلح كونياً، أي لكل شعوب الإسلام. فكان لا بد من العودة إلى البدء بالبحث الشرعي من جذوره. لذا، ومنذ العهد الأموي، انكب الفقهاء على هذه المهمة؛ فشهد القرن الثامن ولادة ثلاث من المدارس الفقهية الأربع، التقليدية، التي تُسيطر على الشرع الإسلامي حتى عصرنا الراهن. وقد ذكر ر. راشد هذه المدارس كما ذكر عدداً كبيراً من المؤلفات في علم الفرائض وحسابها، سابقة للخوارزمي، وبين استناداً إلى النص أن هذا الرياضي كان يعرف أعمال مؤسس إحداها (أبي حنيفة) وأعمال فقهي آخر في هذا المجال، لم يذكر الخوارزمي اسمه.

وفي نهاية الدراسة يستنتج ر. راشد: «يبدو إذن أن البحث في فقه المعاملات (الشرع والحقوق) كان من بين الحقول التي استند إليها الخوارزمي في تصوّره للجبر وفي تأليف كتابه، ذلك البحث الذي بدأ قبل الخوارزمي بمدة لا بأس بها والذي تواصل بنشاط في عصره. ففي مجال الشرع واجه هذا الرياضي الدراسات المُكرّسة للعديد من المسائل التي يتطلّب حلّها التعامل، لا مع الكميات المعلومة فحسب، بل أيضاً مع الكميات المجهولة. وقد عمد الفقهاء، من أجل حلّ تلك الحسابات، إلى وسائل جبرية - أوليّة إذا صحّ التعبير . . . وأن سير الأمور إذن يؤدّي إلى الاعتقاد بأن الخوارزمي، ومن أجل أن يُعقّلين الممارسات الحسابية للفقهاء، تعتمد دمجها في مجال أوسع هو مجال الحسابات على المجاهيل الذي أسّسه كنظرية. بهذا المعنى يمكن القول إن أبحاث الفقهاء كانت إحدى نقاط انطلاق هذا الرياضي»^(٨).

نسوق كلّ هذا لنقول إن هناك أسباباً أخرى مهمة، تتعدّى الإطار الإيديولوجي^(٩)، أخرت تنفيذ مشروع تحقيق كتاب الخوارزمي، وترجمته مع تحقيقه،

(٨) انظر الكتاب فيما يتبع ص ٧٨ - ٧٩.

(٩) غيّبت مواقف إيديولوجية من نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين أهمية العلوم العربية، وأخرت تحقيق وترجمة العديد من الأعمال العربية. انظر [١٥، الفصل الأخير، و[٢٢]، «نظرية انتماء العلم إلى الغرب»].

إلى الفرنسية. أسباب تأخر التصدي لهذا المشروع (المغري، والذي يملك كل ما يجتذب الباحث للقيام به، نظراً إلى أهمية الكتاب وشهرته ومكانة مؤلفه)، تتعلق كما يتنا في ما سبق من سطور، بالإمكانات العلمية والثقافية التي يتطلبها هذا المشروع.

٢ - كتاب الخوارزمي كعمل تأسيسي للجبر

يقول ر. راشد وهو يعلن عن الهدف من تأليف كتابه^(١٠)، إنه عند القيام بشرحه ودراسته لكتاب الخوارزمي، سيتفادى بقدر الإمكان «الرؤى الخاطئة والمسالك المستهلكة». وهو، بهذا التصريح، يعترف بوجود الرؤى الخاطئة بل يبنه إلى وجودها وينتقدها ويعلن أنه سيتبع في دراسته مسلكاً يختلف عن المسالك السابقة التي أدت إلى هذه الرؤى، وأنه لن يتبنى دون نقاش أيّاً من المواقف أو المسلمات في موضوع كتاب الخوارزمي الجبري. هذا الأمر يللمسه القارئ في الدراسة التي وضعها ر. راشد في صدر كتابه؛ ونذهب إلى أبعد من ذلك لنؤكد أن الدراسة المذكورة وُضعت خصيصاً لتصحيح هذه الرؤى. ففي بداية مقدمته يُثبت ر. راشد الاسم الصحيح للرياضي: «محمد بن موسى الخوارزمي»، منعاً لأيّ التباس قد تتسبب به صفة «المجوسي القطربولي» التي قد تكون أضيفت خطأ إلى الاسم في بعض المراجع القديمة، وتبنتها بعض المراجع الحديثة. ويتنقل من ثم إلى عنوان الكتاب فيثبت أنه «كتاب الجبر والمقابلة»، لا «الكتاب المختصر في الجبر والمقابلة» كما شاع إلى يومنا بسبب خطأ وقع فيه فريدريك روزن (Frederic Rosen) الذي حقق عمل الخوارزمي الجبري استناداً إلى مخطوطة أوكسفورد، وترجمه إلى الإنكليزية عام ١٨٣٠ [24]. تصويب العنوان كان مهماً جداً نظراً إلى أن استخدام صفة «المختصر» تعني أن هناك صيغة غير مختصرة سابقة لكتاب الخوارزمي، أو أن هناك جبراً سابقاً لكتابه، مما يُضيق فترة بداية الجبر أو يُلغىها بالضباب ويزيد البلبلة حول موضوع يهم رشيدي راشد أن يحسمه نهائياً، ألا وهو كون الجبر كعلم بدأ مع كتاب الخوارزمي المذكور، لا قبل ذلك الكتاب.

يقول ر. راشد في بداية كتابه، إن كتاب الخوارزمي عمل تأسيسي لـ «علم الفرائض» الذي يقع على ملتقى الرياضيات والعلوم الفقهية، ويشرح ذلك في كتابه بوضوح^(١١).

(١٠) انظر الفقرة السابقة، أعلاه.

(١١) انظر الفقرة ١ - ٥ فيما يتبع من الكتاب، وراجع الفقرة السابقة، أعلاه.

ويقول إنَّ الكتاب عمل تأسيسيّ أيضاً لأسلوب جديد: «فلقد أجاز الجبر ما لم يكن بالإمكان تصوّره من قبل، وهو توسّع تطبيق العلوم الرياضيّة، بعضها على البعض الآخر، فما أذى إلى فصول علميّة جديدة؟ نقصد هنا، تطبيق الحساب على الجبر، والجبر على الهندسة، والهندسة على الجبر، والجبر على علم المثلثات، إلخ. فبفضل هذا التطبيق، ودون تأخير، ظهرت الهندسة الجبريّة الابتدائيّة، وبدأ جبر كثيرات الحدود، والتحليل التوافقي، إلخ. ومن بين نتائج هذا التطبيق، النتيجة الكبرى المتمثلة بالتعديل العميق لموسوعة المعارف الرياضيّة، التي جعلها إدخال الجبر تتجاوز إطار المجموعة «الرباعيّة»^(*) الشهيرة. ولم يكن التحوّل في فلسفة الرياضيات أقلّ أهميّة؛ فالاطّلاع على أعمال فلاسفة مثل الفارابي وابن سينا، يكفي لكي نفهم مدى تأثير هذه المادّة الرياضيّة الجديدة على علمهم وعلى تصنيفهم للعلوم». أمّا لماذا أجاز الجبر مثل هذا التطبيق، فلأنه من حيث تكوينه علم يزوّج بين الهندسة والحساب مطبّقاً أحدهما على الآخر، أي بين أسلوبيّن أحدهما ألغوريتمي (حسابي) والآخر برهاني (هندسي). وفي مكان آخر يُشير ر. راشد إلى أنّ أسلوب تطبيق علم على آخر هو أحد أهمّ مميّزات العلم العربيّ، وأنّه «بداية حقّة للعلم الكلاسيكي»، وهو أسلوب «مناقض لفكرة سادت في التراث اليوناني حول انفصال الأجناس وعدم اللجوء في ميدان إلى ما هو ليس من جنسه» [٢٢، ص ١٥٧]. إنّ شرح هذه الفكرة التي يسوقها رشدي راشد وتبيان كيف أنّ تزويج علم بعلم آخر يتسبّب بولادة فصول علميّة جديدة، أمرٌ في غاية الأهميّة بالنسبة إلى فلاسفة ومؤرّخي العلوم. وهو ما لن نتمكّن من التعرّض له، على الأقلّ في حدود ما تسمح به هذه الصفحات. على كلّ حال، نال هذا الأمر شروحاً وافية في عدد من مقالات ر. راشد وغيرها^(١٢).

لذا سنكتفي هنا بشرح صفة لكتاب الخوارزمي هذا، يسوقها رشدي راشد في المرتبة الأولى، وهي كونه عملاً تأسيسيّاً لعلم الجبر. والقارئ المتمعّن لدراسة ر. راشد يلاحظ أنّ هذا الأمر يُشكّل همّاً أساسيّاً لهذه الدراسة؛ فبعد إثباته لهذا الأمر في الفصل الأوّل من دراسته، يعود ويدعم إثباته هذا في الفصول والفقرات اللاحقة، كلّما قدّم سياق الحديث فرصة مناسبة لذلك.

(*) Quadrivium، مجموعة العلوم الأربعة، بحسب تصنيف القدماء: الحساب والهندسة وعلم الفلك والموسيقى.

(١٢) انظر: ر. راشد، [23] وانظر أيضاً مقال ن. فارس [9].

إثبات كون الجبر بدأ، كعلم مستقل، مع كتاب الخوارزمي، يستدعي الحديث عن المكونات الأساسية لهذا العلم. وهو يستدعي أيضاً البحث عن مصادر هذا الكتاب، علماً بأن الخوارزمي لم يأت على ذكر أي منها باستثناء تلميح إلى أعمال فقهية في القسم الأخير من كتابه الذي يُطَبَّق فيه الجبر على حساب الإرث والوصايا. وقد تمخّذنا بإسهاب في الفقرة السابقة عن دراسة ر. راشد لمصادر الخوارزمي وقراءاته الرياضية، الأكيدة والمحتملة. هذه الدراسة، إضافة إلى القراءة المعقّنة لمحتوى كتاب الخوارزمي بيّنت أصالة الكتاب وأظهرته كعمل تأسيسي لمجال رياضي جديد: «الجبر».

وعندما نقول إنّ الجبر وُلِدَ مع كتاب الخوارزمي، فهذا القول لا يعني أنّ التاريخ لم يعرف قبل هذا الكتاب ممارسات أو عمليّات يمكن وصفها الآن بأنها جبريّة (من حيث تعاملها مع المعادلات والمجاهيل). فالكثير من المسائل التي تتعامل مع الأعداد أو الأطوال أو المساحات أو غيرها من الأعظام، كانت ومنذ بداية التاريخ، تؤدّي إلى مثل هذه الممارسات. ولكنّ المعادلات والمجاهيل وكثيرات الحدود لم تُعامل بتاتاً، قبل الخوارزمي، ككائنات رياضية مستقلة بذاتها، بل كان التعامل معها يتم في سياق حلّ هذه المسألة المحدّدة العرضيّة أو تلك. ولادة هذه الكائنات الرياضية الجديدة ولادة القوانين التي تمخّذ تفاعلها والتعامل معها، هو الخطوة النوعيّة الجديدة التي حدّدت ولادة علم الجبر. فقراءة القسم النظري من الكتاب، والذي يحتلّ نصفه الأوّل، تُظهر ما يلي:

(١) أدخل الخوارزمي في بداية كتابه، ما تُسمّيه اليوم «التعابير الأوّليّة» (Termes primitifs) لهذا العلم: «الجذر» أو «الشيء» (وهو ما يُكتب x في اصطلاحاتنا، أي المجهول)؛ «(المال» تم في اصطلاحاتنا)؛ «العدد المفرد» (الأعداد المفردة» بالنسبة إليه هي مقادير مُنطَلِقة موجبة، يمكننا تمثيلها باصطلاحات عصرية بـ $a, b, c, \dots \in \mathbb{Q}_+$ ، مع الإشارة إلى أنّ تمثيلنا هذا هو تجاوز على مفاهيم عصر الخوارزمي). وأدخل كلمتي «الجبر» و«المقابلة» للدلالة على عمليّتين جبريّتين^(١٣).

(١٣) «الجبر» يأخذ عنده معناه اللغوي (كعلاج لـ «الكسر»): هو العمليّة التي تتلخّص بإزالة أي حد سالب من أحد طرفي المعادلة عند وجوده فيه، عن طريق إضافة الحدّ الموجب المقابل إلى طرفي المعادلة (انظر: مقفّمة ابن خلدون، تحقيق المشرق الفرنسي كاترمير (M. Quatremère) (بيروت: مكتبة لبنان، (د. ت.))، مج ٣، حيث يكتب ابن خلدون: «... فيقابلون بعضها ببعض ويجبرون ما فيها من الكسر حتّى يكون صحيحاً...»). مثلاً على ذلك، المعادلة التي يمكن كتابتها على الشكل التالي: $2x^2 + 100 - 20x = 58$

(٢) أدخل مفهوم المعادلة (بإدخاله ما نسميه اليوم المعادلات الجبرية من الدرجة الأولى والثانية) ومفهوم الشكل الطبيعي للمعادلة، وصيغ (أو ما يسمى باللغة العصرية «ألغوريتيمات» أو «خوارزميات») الحلول والتبرير الهندسي لهذه الخوارزميات:

أ - صنف معادلات الدرجة الثانية (وما دون) إلى ستة أصناف^(١٤):

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad ax^2 &= bx & , \quad \text{(II)} \quad ax^2 &= c & , \quad \text{(III)} \quad bx &= c \\ \text{(IV)} \quad ax^2 + bx &= c & , \quad \text{(V)} \quad ax^2 + c &= bx & , \\ \text{(VI)} \quad ax^2 &= bx + c & / a, b, \dots \in \mathbb{Q}^+ . \end{aligned}$$

ب - ردّ كلاً من هذه المعادلات^(١٥) إلى شكلها الطبيعي (canonique) أو «القانوني»، الذي يكون فيه معامل القوة الأكبر للمجهول مساوياً لـ ١، بحيث تأخذ المعادلات المذكورة الشكل التالي:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad x^2 &= \frac{b}{a}x & , \quad \text{(II)} \quad x^2 &= \frac{c}{a} & , \quad \text{(III)} \quad x &= \frac{c}{b} & , \\ \text{(IV)} \quad x^2 + \frac{b}{a}x &= \frac{c}{a} & , \quad \text{(V)} \quad x^2 + \frac{c}{a} &= \frac{b}{a}x & , \\ \text{(VI)} \quad x^2 &= \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \end{aligned}$$

ج - أعلن عن الطريقة الحسابية لإيجاد الجذور (أي «خوارزمية» الحل) وهي الطريقة المستخدمة إلى الآن $x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - c}$ ^(١٦)، مع الملاحظة بأنه أهمل الجذور السالبة لعدم اعترافه بها^(١٧). نشير إلى أن صيغ خوارزميات الحلول التي

$$= 2x^2 + 100 = 58 + 20x \text{ إلى الشكل: } 2x^2 + 100 = 58 + 20x$$

التي، بقسمة طرفيها على 2 تصبح: $50 + x^2 - 29 + 10x$

ثم، يردها الخوارزمي بواسطة «المقابلة» إلى $10x = x^2 + (50-29)$ ، أي إلى: $21 + x^2 = 10x$

(انظر «المسألة الخامسة» في باب «المسائل الست»، في ما يلي من هذا الكتاب، ص ١٩٥).

(١٤) تمعدّد أنواع المعادلات أو أصنافها يعود إلى جهل مفهوم العدد السالب في ذلك العصر ممّا أدّى إلى رفض كتابة المعادلة على الشكل $p(x) = 0$ ، «هذا الرفض الذي استمرّ طيلة عدّة قرون وترك آثاره حتى في «هندسة» ديكارت» [انظر الملاحظة ٣٨، ص ٧١، من هذا الكتاب].

(١٥) باستثناء المعادلة من النوع (III).

(١٦) عندما نكتب المعادلة على الشكل المستخدم في عصرنا: $ax^2 + bx + c = 0$.

(١٧) استمرّ أيضاً تجاهل الجذور السالبة طوال قرون عديدة، حتى أن ديكارت كان يسمّيها الجذور

الخاطئة («Racines Fausses»).

أعطاهما كانت صيغاً عامة. وكان إدخاله أحياناً لقيَم عديدة يعود بشكل بديهي إلى أسباب تربوية أو رغبة في الإيضاح، ولا يؤثر بتاتاً في عمومية طرائقه في الحل أو في عرض المسألة أو في صرامة أسلوبه.

د - أعطى تبريراً لطرائق حساب الجذور فيما يخص أنواع المعادلات (IV) و(V) و(VI)؛ وهذا التبرير هندسي يعتمد على حساب المساحات للمربعات والمستطيلات، ويُذكر بأسلوب أفقليدس في الكتاب الثاني من «الأصول». يجب أن نلاحظ هنا أنه، في غياب نظام مصادراتي للجبر (وهو نظام لم ير النور في الواقع قبل بداية القرن العشرين)، كانت الهندسة الأقليدية هي الوسيلة الوحيدة التي من شأنها أن تؤمّن للخوارزمي براهينه في الجبر.

٣ - بعد تقديمه حلول أنواع المعادلات الستة، مباشرة، أعطى الصيغ الجبرية لحساب كثيرات الحدود مُقدِّماً، بأسلوب تجريدي، ما يمكن كتابته اليوم على الشكل التالي:

$$(\pm a \pm bx).(\pm c \pm dx)$$

و

$$(\pm ax^2 \pm bx \pm c) \pm (\pm a'x^2 \pm b'x \pm c')$$

حيث $a, b, a', b', \dots \in \mathbb{Q}_+$.

إنّ إعلان هذه الصيغ، وإن كانت بدائية، حدثت رياضيّ مهم جداً، كما يُعتبر عن ذلك ر. راشد: «مهما بدت هذه الدراسة بدائية فهذا لن يُنقص من كونها المحاولة الأولى المكرّسة للحساب الجبري كمادة علمية قائمة بذاتها، احتلّت عناصرها فيما بعد فصلاً مستقلةً نسبياً» [19، مج ٢، ص ٤٦٧]. ومن المهمّ التذكير بأنّه، مع ولادة هذه الصيغ الجبرية، ظهرت براعم «البرهان الجبري» الذي يسمّيه الخوارزمي «البرهان باللفظ»، لتفريقه عن «البرهان بالعلّة» أي البرهان بواسطة الهندسة^(١٨).

نتبيّن بما تقدّم، أنّ الخوارزمي قد أرسى القواعد التي لم تزل تُعتبر، إلى الآن، أسس الجبر وهدف الجبر، وهي:

أ - الحلول الجذورية (أي بالجذور) للمعادلات الكثيرة الحدود.

ب - حسابات كثيرات الحدود.

(١٨) انظر ص ١٠٧ - ١١٥ من هذا الكتاب.

ويُقدّر ر. راشد، بحق، أن توقّف الخوارزمي عند الدرجة الثانية كان «انسجماً مع متطلبات الحل بواسطة الجذور ومع مستوى معارفه في هذا المجال» [19، مج ٢، ص ٤٦٤].

٣ - كتاب الخوارزمي كدّاية لتيار من البحث الرياضي

٣ - ١ تأثير الكتاب في معاصري الخوارزمي وخلفائه المباشرين

نحن إذن أمام ولادة علم جديد. ولكنّ ما يلفت الانتباه في هذه الولادة، لا يعود فقط إلى الموضوع أو إلى الفكر التركيبي لكتاب الخوارزمي، بل أيضاً، كما يلحظ ر. راشد، إلى تأثيره الواضح في معاصريه وخلفائه المباشرين. فلقد تبّنى هؤلاء نظريته بدون تحفّظ، وبحماس مدهش (إذا أخذنا بعين الاعتبار حداثة هذه النظرية) وأمعنوا في دراستها وتطويرها كما تبّنوا مصطلحاتها: «الجبر»، «الشيء»... وقد يكون هذا التبنّي السريع أحد دوافع ر. راشد لوصف هذا العلم الناشئ بالنضوج وهو «المولود الجديد». ويذكر ر. راشد أسماء عدد من خلفاء الخوارزمي، أوردها ابن النديم في الفهرست، ظهرت كلمة «الجبر» في عناوين أعمال أغلبهم، وطوّروا الأبحاث التي بدأها في مجالات المعادلات التربيعية والحسابات الجبرية والتحليل غير المُحدّد ومسائل الوصايا والإرث؛ من بين هؤلاء، ابن تُرك وسند بن علي، والصيدناني، وسان بن الفتح، والمصبي، والاصطخري، وأبو الوفاء البوزجاني (٩٤٠ - ٩٩٧ م)،... إنّ إطلاق الكتاب لهذا التيار غير المسبوق من الأبحاث الجبرية هو دليل آخر على أنّ الجبر كعلم مستقلّ وُلد مع هذا الكتاب.

٣ - ٢ الاتجاهان الرئيسيان لتطوّر الجبر العربي

يبرهن رشدي راشد، أنّ الجبر تطوّر في اتجاهين رئيسيين: اتجاه حسابي واتجاه هندسي، توجد جذورهما على كلّ حال في كتاب الخوارزمي.

٣ - ٢ - ١ الاتجاه الحسابي للجبر. كزّس ر. راشد كتاباً لدراسة هذا الاتجاه

هو تاريخ الرياضيات العربية - بين الجبر والحساب [15]، نحاول في هذه الفقرة أن نستعيد بما أمكن من الإيجاز بعض ما ورد فيه من المعلومات التي من شأنها إلقاء الضوء على هذا الاتجاه.

من أوائل أعلام هذا الاتجاه سنان بن الفتح (أوائل القرن ١٠م) وأبو كامل شجاع بن أسلم المصري (٨٥٠ - ٩٣٣م). حلّ ابن الفتح معادلات حدودها $ax^m + bx^n = c$ ومتوقفاً كما فعل ديوفنطس عند القوة $n=6$ («مال كعب»). واستخدم ابن الفتح تحديداً ضربياً للقوة، بعكس أبي كامل الذي يستخدم تحديداً جمعياً ويصل إلى القوة الثامنة للمجهول x (« x^8 هي «مال مال»، x^6 هي «مال مال شيء»، x^8 هي «كعب كعب» و« x^6 هي «مال مال مال مال» [26، ص. ٥٢]. ولن يكون بالإمكان هنا الحديث عن العمل الجبري للرياضي الكبير أبي كامل الذي تؤكد أهميته جميع المراجع المذكورة في مقالنا هذا، والذي لم تقتصر إنجازاته على الحسابات الجبرية بل تعدتها إلى نظم المعادلات وإلى المعادلات غير معدودة الحلول. نشير فقط إلى أنّ أبا كامل وسّع الحسابات الجبرية إلى ثلاثيات الحدود، وأعطى قواعد حسابية على كسور المجهول.

ويجب أن نشير أيضاً إلى أنه استخدم معادلات جبرية ذات مُعاملات غير مُنطقَة (مُعاملات من أنواع المقادير غير المُنطقَة التي نجدها في الكتاب العاشر من «أصول أفقليدس»). ويقول عادل أنبوبا أنّ حلّ بعض المعادلات قاد أبا كامل إلى التعامل مع أنواع من المقادير غير المُنطقَة، ليست موجودة عند أفقليدس [3، ص ٨٤].

وقد تطوّر الاتجاه الحسابي للجبر إلى أن أصبح مشروعاً واضحاً في أعمال الكرجي (... - القرن ١١م)، عبّر عنه خليفته وشارح أعماله، السموأل بن يحيى المغربي (... - ١١٧٥م) عندما اعتبر أنّ الجبر هو «الطريق إلى التصرف في المجهولات بجميع الأدوات الحسابية كما يتصرف الحاسب في المعلومات» [2، ص ٩، من النص العربي].

يتضمّن هذا الاتجاه بشكل أساسي المواضيع التالية :

١ - تطوير الحساب على كثيرات الحدود :

$$\sum_{i=1}^n a_i \cdot \frac{1}{x^i} \quad \text{و} \quad \sum_{i=1}^n a_i x^i \quad (a_i \in \mathbb{Q})$$

بما في ذلك إعطاء توسيع ذي الحدين بشكله العام، وبناء المثلث الحسابي المنسوب لباسكال، وهو إنجاز قام به الكرجي [2، ص. ٨٦].

٢ - توسيع العمل في معادلات الدرجة الثانية: معالجة المعادلات من الشكل

$$ax^{2n+p} + bx^{n+p} = cx^p$$

من الأسماء البارزة في هذا المجال، نذكر سنان بن الفتح، والكرجي [15]، ص ٣١ - ٣٢].

٣ - الحسابات العددية والتحليل العددي: استخراج الجذور النونية، إيجاد الحلول التقريبية للمعادلات. من الأسماء البارزة في هذا المجال، نذكر الكرجي، والبيروني والخيام والسموال، وشرف الدين الطوسي، والكاشي (القرن ١٥م)...

٤ - الحسابات على المقادير الصمّ التي نشطتها القراءات الجبرية للكتاب العاشر من أصول أقليدس. من الأسماء التي عملت في هذا المجال، الماهاني (القرن التاسع) أبو جعفر الخازن (... - ٩٦١م)، الكرجي، السلمي (القرن ١٢م)، السموال بن يحيى المغربي الذي ارتبط اسمه بالكسور العشرية،... والتيزدي (القرن ١٧م)...

٥ - نظرية الأعداد. من الأسماء البارزة في هذا المجال، ثابت بن قزة، أبو جعفر الخازن (... - ٩٦٠م)، السجزي (... - ١٠٠٠م)، أبو الجود بن الليث، ابن الهيثم، كمال الدين الفارسي (القرن ١٤م)، التيزدي (القرن ١٧م)....

٦ - المسائل العددية والمعادلات غير المحددة («السيالة»)، استناداً بشكل خاص إلى القراءة الجبرية لكتاب «المسائل العددية» لديوفنطس. تجدر الملاحظة هنا بأنّ تأثير المجتمع الرياضي بكتاب الخوارزمي جعل قسطاً بن لوقا (... - الربع الأول من القرن ١٠م) ينقل كتاب ديوفنطس «المسائل العددية» هذا إلى العربية تحت عنوان «صناعة الجبر»، وينقل مسائله بلغة الخوارزمي الجبرية، متسبباً بأخطاء لاحقة في المنظور التاريخي للرياضيات [15، ص ٢٣٦]. من أهمّ العاملين في هذا المجال وأوائلهم، أبو كامل الذي «من المؤكد عدم اطلاعه على كتاب ديوفنطس» [3، ص ٨٤].

٣ - ٢ - ٢ الاتجاه الهندسي للجبر. قام ر. راشد بدراسة عميقة لهذا الاتجاه في مقدمة كتاب «الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر - مؤلفات شرف الدين الطوسي» [16]. ويمكن تمييز مراحل ثلاث في فترة القرون الثلاثة التي عرفها تطوّر الجبر في هذا الاتجاه.

أولاً: مرحلة ما قبل الخينام

خلال هذه المرحلة، تَصَمَّنت النشاطات في الاتجاه الهندسي للجبر الترجمة الهندسية لمعادلات الدرجة الثانية، والترجمة الجبرية لبعض مسائل الهندسة.

١ - الترجمة الهندسية لمعادلات الدرجة الثانية، بما يشبه أسلوب الخوارزمي نفسه وبما يَطَوِّر براهينه ويركّزها: أعمال ابن ترك (معاصر للخوارزمي)، وابن قرة (... - ٩٠١م)، ...

يبرهن ر. راشد أهمية أعمال ثابت بن قرة في هذا المجال. فقد «عاد ثابت إلى «أصول» أقليدس من أجل إثبات براهين الخوارزمي على قواعد متينة وأيضاً من أجل أن يُترجم هندسياً معادلات الدرجة الثانية». وقد برهن أن المعادلة من النوع (IV): $x^2 + px = q$ ، يمكن أن تُحلّ بواسطة القضية (II. 6) (السادسة من الكتاب الثاني من «الأصول»)، وأن المعادلتين (V): $x^2 - px + q = 0$ ، و (IV): $x^2 + q = px$ ، يمكن حلّهما بواسطة القضيتين (II. 5) و (II. 6).

ويلاحظ ر. راشد أن ابن قرة كان «أول من ميّز بوضوح بين الطريقتين، الجبرية والهندسية وحاول أن يبرهن أن الطريقتين كلاهما تؤدّيان إلى النتيجة نفسها، أي إلى التفسير الهندسي للطرائق الجبرية» [19، مج ٢، ص ٤٦٨]. وفي نهاية برهانه المتعلّق بالمعادلات من النوع (IV)، يتكلّم ابن قرة على «أصحاب الجبر»، معتبراً أن هذا العلم أصبح علماً قائماً بذاته، وبات يحوز على المختصين به [19، مج ٢، ص ٤٦٨].

٢ - الترجمة الجبرية لبعض مسائل الهندسة تقع في هذا الباب، القراءة الجبرية لعدد من فصول «أصول» أقليدس وخاصة للكتاب العاشر منه. إن القراءة الجبرية لهذا الكتاب الصعب للغاية وذوي الطابع الهندسي، والمعالجة الجبرية لعدد من مسائله والشروحات الجبرية له (والتي تواصلت في التقليد العربي منذ النصف الثاني للقرن التاسع للميلاد) أسهمت كثيراً في تطوير نظرية المقادير غير المنتظمة (الجبرية) وتوسيع مجال تطبيقها وفي إغناء الجبر بالذات وإظهار فعالية وسائله في معالجة المسائل الرياضية المختلفة^(١٩).

(١٩) يقول ر. راشد في هذا المجال: «ليس بالإمكان إطلاقاً فهم تاريخ الجبر إذا لم نُشر إلى إسهامات تيّارين من الأبحاث تطوّرا خلال الفترة التي تحدّثنا عنها (القرنين التاسع والعاشر). أول هذين التيّارين درّس الكتب غير المنتظمة، إمّا عبر قراءة الكتاب العاشر من الأصول، أو من خلال طريق أخرى =

ويقع في هذا الباب أيضاً تحويل عدد من المسائل الهندسية إلى معادلات جبرية، مثل «مسألة أرخيدس» التي حولها الماهاني (.... - ٨٨٠م) إلى معادلة من الدرجة الثالثة^(٢٠).

وابتداء من القرن العاشر، أدت بعض مسائل الهندسة «المجسمة» الموروثة من اليونانيين، إلى استخدام وتطوير تقنية بدأت أيضاً لدى اليونانيين وهي تقنية تقاطع القطوع المخروطية. من هذه المسائل، بالإضافة إلى مسألة المتوسطين، مسألة أرخيدس سابقة الذكر، ومسألة تثليث الزاوية (أي تقسيمها إلى ثلاثة أقسام متساوية) ومسألة تسبيع الدائرة ومسائل قياس أضلاع بعض المضلعات المنتظمة.... واستخدمت التقنية المذكورة لحل هذه المسائل ولحل مسائل هندسية طرحها تيار البحث الرياضي بحد ذاته، وأخرى طرحها البحث في مجالات أخرى («مسألة ابن الهيثم»^(٢١)). أغلب هذه المسائل مكافئة لمسائل حل معادلات من الدرجة الثالثة. وقد دفعت صعوبة حل هذه المعادلات بالجذور، بعض الرياضيين إلى اعتماد تقاطع القطوع المخروطية من أجل التحديد الهندسي لجذورها.

من مكثفي تيار البحث في الاتجاه الهندسي للجبر، قبل الخيام: ثابت بن قرّة، الماهاني (.... - ٨٨٠م)، أبو جعفر الخازن، أبو الجود ابن الليث (القرن ١٠م)، القوهي (القرن ١٠م)، السجزي (القرن ١٠م)، أبو نصر بن عراق (القرن ١١م)، البيروني (٩٧٣ - ١٠٥٠م)،....

ثانياً: جبر الخيام (التصدي لحل معادلات الدرجة الثالثة - ولادة الجبر الهندسي كمشروع).

الأعمال في الاتجاه الهندسي للجبر، التي أتينا على ذكرها، التي بدأت مع

= مستقلة... [19، ١٩٩٧، مج ٢، ص ٤٧٠]. انظر في هذا الصدد: Marwan Ben Miled, «Les Commentaires d'Al-Māhānī et d'un anonyme, du livre X des Éléments d'Euclide», *Arabic Sciences and Philosophy*, vol. 9 (1999), pp. 89-156.

الذي يورد أسماء رياضيين عملوا في هذا المجال: الجوهري، سبندي بن علي، الماهاني (القرن ٩م)، سليمان بن عيسى، الخازن، الأهوازي (القرن ١٠م)، الهاشمي، البغدادي (القرن ١١م)،....

(٢٠) مسألة أرخيدس: قسمة الكرة بواسطة سطح قاطع، إلى قسمين بحيث تكون نسبة حجم أحدهما إلى حجم الآخر معلومة. حوّل الماهاني هذه المسألة إلى المعادلة التي عرفت فيما بعد باسمه: $x^3 + b = ax$.

(٢١) التي عُرفت في الغرب اللاتيني تحت اسم «Problème d'al-Hazen»، وهي إيجاد نقطة على الدائرة يقع عليها الضوء، انطلاقاً من نقطة معينة، لينعكس على نقطة أخرى معينة (النقطتان والدائرة في السطح نفسه). هذه المسألة التي طرحها ابن الهيثم وحلّها بواسطة دائرة وقطع زائد، تؤدي إلى معادلة من الدرجة الرابعة.

الخوارزمي نفسه وثابت بن قزّة، تطوّرت على مدى قرنين من الزمن ومهّدت الطريق للعمل الجبري لعمر الخيّام (١٠٤٨ - ١١٣١م)، هذا العمل الذي يشكّل مفصلاً في تاريخ الجبر الهندسي، والذي يعتبره ك. هوزيل (C. Houzel) «الانطلاقة الأولى للهندسة الجبريّة»^(٢٢). فمع الخيّام لم تعد المسألة مسألة حلّ هذه أو تلك من معادلات الدرجة الثالثة التي يطرحها بحث ما، بل مسألة مشروع حلّ جميع أصناف المعادلات من الدرجة الثالثة (وما دون).

يبدأ الخيّام رسالته بتقديم لمحة تاريخيّة قصيرة، ولكن مهمّة، عن جهود عدد من أسلافه، في تحويل بعض المسائل إلى معادلات تكعيبيّة ومحاولة حلّ بعض هذه المعادلات. ثم يقول صراحة إنّه، لا هو ولا الذين سبقوه، استطاعوا حلّ هذه المعادلات بالجذور، ولكنه لا ينسى أن يُعبّر عن أمله في أن يأتي اليوم الذي سيحلّها فيه أحدهم بهذه الطريقة [21، ص. ١٧٥]؛ وهذا ما حصل بعد ذلك بأربعة قرون مع الإيطاليين كاردان (Cardan, 1501-1576) وتارتاغليا (Tartaglia, 1500-1557)^(٢٣).

يقدّم الخيّام تصنيفاً للمعادلات من الدرجة الثالثة وما دون، مبنياً على شكل المعادلة (بحسب درجاتها وعدد حدودها وتوزّع هذه الحدود)، إلى ٢٥ نوعاً. وبعد أن يحلّ معادلات الدرجة الثانية وما دون، يبرهن بعض المقدّمات التي يحتاجها لحلّ الأنواع الأربعة عشر من معادلات الدرجة الثالثة [21، ص ١٨٩]^(٢٤)، ويقوم بحلّ كلّ منها هندسيّاً، بتقاطع قطعين مخروطيين مختلفان من نوع إلى آخر.

ولا تسمح المساحة المخصّصة لهذا المقال بإعطاء القارئ فكرة وافية عن هذه الرياضيات المهمّة، فذلك يتطلّب مراجعة كتاب رشدي راشد حولها، الذي تُرجم إلى العربيّة بعنوان رياضيات عمر الخيّام [21]؛ لكنّ بإمكاننا إبراز بعض الملاحظات التي من شأنها توضيح الإسهامات اللاحقة في مجال الهندسة الجبريّة في التقليد العربي (شرف الدين الطوسي) أو فيما بعد (ديكارت Descartes) :

(٢٢) نقرأ في التمهيد، الذي يكتبه رشدي راشد لكتاب كريستيان هوزيل (C. Houzel)، [12, p. iii]: «كان على البشرية أن تنتظر خمسة قرون لتشهد انطلاقة ثانية للهندسة الجبريّة، مع ديكارت، الذي يستعيد في كتابه «الهندسة» (La Géométrie)، مشروع الخيّام ويعلّنه كما يُعلن مشروعاً متّماً».

(٢٣) يذكر ديكارت اسماً إيطالياً ثالثاً هو سكيبيو فيروس (Scipio Ferreus) من الحقبة التاريخيّة نفسها.
(٢٤) تمعدّد الأنواع يعود إلى جهل مفهوم العدد السالب في ذلك العصر، ممّا أدّى إلى رفض كتابة المعادلة على الشكل $p(x) = 0$.

(١) لكي ينتقل الخِيَام من الهندسة إلى الحساب الجبري، يستخدم مفهوم وحدة القياس: «الوحدة الخطيّة» (التي تتمثل بقطعة من خطّ مستقيم) والوحدة السطحيّة (التي تتمثل بمربع ضلعه الواحد الخطّي) والوحدة المُجسّمة (التي تتمثل بمُكعب ضلعه الواحد الخطّي). وقد سبق أن استخدم بنو موسى (القرن ٩م) مفهوم الوحدة هذا، واستخدمه من بعدهم ابن الهيثم (.... - حوالي ١٠٤٠م). أمّا شرف الدين الطوسي الذي أتى بعد الخِيَام، فلم يكتف باستخدام مفهوم الوحدة، بل أعطى لها تحديداً دقيقاً واسماً في كلّ من هذه الأبعاد الثلاثة: «الواحد الخطّي» و«الواحد السطحي» و«الواحد الجسمي» [١6، ص ٤٤٨].

(٢) يعتمد الخِيَام في نظريته على خصائص القطوع المخروطيّة؛ وهو على كلّ حال لم ينس تنبيه القارئ في بداية رسالته «مقالة في الجبر والمقابلة»، إلى «أنّ هذه الرسالة لا يفهمها إلّا من يكون مُتقناً لكتاب أقليدس في الأصول، وكتابه في المُعطيات ومقالتين من كتاب أبولونيوس في المخروطات، وأنّ من شدّد عنه معرفة واحدٍ من هذه الثلاثة فلا سبيل له إلى تحقّقها» [21، ص ١٧٤].

(٣) يعتمد الخِيَام تصنيفاً استباقياً (قَبْلِيّاً) لأنواع المعادلات التكعيبيّة الـ١٤، (بحسب شكلها وعدد حدودها، لا بحسب ما تمليه حلولها).

(٤) أسلوب حلّه في كلّ معادلة، أي اختياره للقطعين المخروطيّين، اللذين يُعطي التقاؤهما حلّ هذه المعادلة، هو أسلوب تركيبّي، لا يُرافقه أيّ تحليل صريح يدلّ على سبب اختياره لهذا الثنائي من القطوع (انظر أيضاً [8]).

(٥) يلاحظ الخِيَام (دون برهان) إمكانية استحالة المعادلات التي يمكن أن تكون مستحيلة (بالجذور الموجبة). وهو من جهة أخرى لا يُقدّم البرهان على وجود الجذور للمعادلات غير المستحيلة (بمعنى أنّه لا يبرهن التقاء المنحنيّين المخروطيّين المستخدمين في حلّ المعادلة^(٢٥)).

(٦) لا يُعطي الخِيَام حلاً عدديّاً تقريبياً للمعادلات (باستثناء معادلة من النوع $2x^2 + bx = c$ ، يعالجها في رسالته ذات العنوان «في قسمة ربع الدائرة»).

(٧) يُعطي جذراً (موجِباً) واحداً للمعادلة، حتّى في حالة حيازتها على جذرين أو ثلاثة جذور (موجبة).

(٢٥) حاول أن يبرهن ذلك في المعادلة من النوع $2x^2 + bx = c$ فقط.

ويعتبر ر. راشد أن الختام انتهى في رسالته إلى فنتين من النتائج الهامة في تاريخ الجبر كثيراً ما تنسب إلى ديكارت؛ أما الفئة الأولى فتتعلق بالحل العام لكل معادلات الدرجة الثالثة، باللجوء إلى تقاطع قطع مخروطية؛ وأما الفئة الثانية فهي تخص الحساب الهندسي الذي أصبح ممكناً نتيجة لتحديد وحدة قياسية للأطوال، على الرغم من بقاءه، خلافاً لديكارت، أميناً لقاعدة التجانس [19]، مج ٢، ص ٤٧٩].

وسنعرض في الفقرة التالية إلى مشروع أتى ليكمل مشروع الختام يتمثل في رسالة «المعادلات» لشرف الدين الطوسي.

ثالثاً: جبر شرف الدين الطوسي

وصل الجبر العربي إلى ذروته مع شرف الدين الطوسي (نهاية القرن الثاني عشر). وكاد هذا الرياضي أن يكون مغموراً قبل نشر كتاب رشدي راشد الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر: مؤلفات شرف الدين الطوسي، عام ١٩٨٩ [16]، وإذا به يحتل فجأة مركزاً مرموقاً إلى جانب الخوارزمي والخيام وديكارت.

دراسة العمل الجبري لكل من الخيام والطوسي تظهر أن هذا الأخير يتعمّد إكمال مشروع سلفه وبأنه لا بد أن يكون قد انطلق من دراسة وافية لجبر الخيام. ففي كل من معادلات الدرجة الثالثة التي لها جذر (حقيقي موجب) على الأقل (أي في المعادلات من الأنواع ١٣ - ٢٠ حسب ترتيب الطوسي) يعتمد الطوسي القطوع المخروطية عينها التي يستخدمها الخيام من أجل الحل، حتى أنه في المعادلة من النوع ٢٠، يتغاضى عن الأمر نفسه الذي تغاضى عنه الخيام فلا يحسب سوى جذر واحد لهذه المعادلة التي قد يكون لها جذران أو ثلاثة جذور، تبعاً لقيم مُعاملاتها.

ولكن التقارب في الطرق الهندسية لمعالجة هذه المعادلات لا يخفي اختلافاً في الأسلوب، كما لا يخفي تفاصيل لافتة للانتباه، تدلّ بوضوح على أن هناك مسألتين مهمتين تقودان مشروع الطوسي، كانتا غائبتين (أو شبه غائبتين) في عمل الخيام:

أ - مسألة وجود الجذور (الحقيقية الموجبة) للمعادلات من الدرجة الثالثة وما دون.

ب - مسألة الحساب العددي للجذور (عندما توجد).

لن نتكلّم في دراستنا هذه على النقطة الثانية (مسألة الحساب العددي

للجذور) رغم أهميتها، ورغم احتلال طرائق الحلول العددية حجماً يزيد على نصف حجم الرسالة. نشير فقط إلى ما يلي:

- أعطى الطوسي حلاً عددياً لجميع المسائل المطروحة من الدرجة الثانية والثالثة.

- عثم الطوسي، على استخراج جذور المعادلات، الطريقة المنسوبة إلى روقيني - هورنر^(٢٦)، وهي طريقة سبق وطبقها الجبريون - الحسايون العرب في استخراج الجذر النوني لعدد ما.

- أدت ممارسات الطوسي في مجال الحساب العددي للجذور إلى بحث عميق في مجال كثيرات الحدود، أوصله إلى استخدام ما نسميه اليوم «متعدد حدود مهيمن». وفي هذا المجال أيضاً ظهر تعبير المشتق مجدداً بعد أن كان قد ظهر في القسم الجبري لدى حساب النهاية العظمى (انظر أيضاً [10 و 11]). وظهرت تعابير لغوية معقدة^(٢٧) أغنت القاموس الرياضي، ولكنها أظهرت الحاجة إلى ترميز متطور لسد عجز اللغة المتداولة في التعبير عن المفاهيم الجديدة.

وعلى حد علمنا لم يكرس سوى رياضي واحد باستثناء رشدي راشد دراسة لهذا الجانب المهم من رياضيات الطوسي وهو الرياضي المعروف ك. هوزيل [10]. لذلك نظن أنّ عمل الطوسي في مجال الحسابات العددية ما زال يشكل مادة غنية للراغبين في البحث، الذين قد يجدون في بعض التفاصيل ما ينير بعض جوانب هذه الرياضيات، هذا مع التنبيه إلى صعوبة مثل هذا العمل، خاصة بالنسبة إلى غير المتمرسين بالخوارزميات العددية.

مسألة وجود الجذور

هذه المسألة مركزية في تفكير الطوسي. وهي التي جعلته يعتمد تصنيفاً للمعادلات يختلف عن تصنيف الختّام، فقد قسم معادلات الدرجة الثالثة إلى فئتين؛ المعادلات التي لها دائماً جذر (موجب) على الأقل، وتلك التي قد لا يكون لها أي جذر (موجب)؛ وهذا ما جعل الرسالة - كما يقول رشدي راشد - تنقسم طبيعياً وعملياً إلى قسمين أساسيين. نجد في القسم الأول، إلى جانب معادلات الدرجة الثالثة التي لها حكماً حلّ (موجب)، معادلات الدرجتين الأولى والثانية. أما

(٢٦) باولو روفيني (Paolo Ruffini) (١٧٣٧ - ١٧٨٦) وجورج هورنر (George Horner) (١٧٦٥ - ١٨٢٢).

(٢٧) مثل «المرتبة السّميّة للجذر الأخير» و«الجزء السّميّ للكعب الأخير»، و«العدد الأعظم»...

القسم الثاني فيقتصر على معادلات الدرجة الثالثة الخمس، التي قد لا يكون لها أي حل. إضافة إلى ذلك، تُبَيَّن قراءة القسم الثاني من رسالة الطوسي أن ترتيب هذه المعادلات الخمس أيضاً لم يكن أبداً عشوائياً. ونشير هنا إلى ملاحظتين:

- يُمكن أن يكون للمعادلة ٢٠، جذر أو جذران أو ثلاثة جذور موجبة. لا يُعطي الختام سوى جذر واحد لهذه المعادلة؛ وكذلك يفعل الطوسي (تما يدلّ على أن اهتمامه الأساسي كان منصباً على مسألة وجود الجذور، لا على عددها).

- المنحنيان اللذان يستخدمهما الطوسي في حلّ المعادلات ١٣ - ٢٠، التي لها جذر موجب على الأقل، هما المنحنيان نفسهما اللذان يستخدمهما الخيام؛ ولكن هذا الأمر لا يجب أن يحجب الفوارق الأساسية في مساري الحل، كما سنبيّن في النقطة التالية.

الطرائق الهندسية - التحليلية لبرهان وجود الجذور (القسم الأول من رسالة الطوسي)

١ - في بداية الرسالة، يعلن الطوسي ويبرهن خصائص للقطعين المخروطيين، المكافئ والزائد، تكافؤ إعطاء معادلات هذين القطعين بالنسبة إلى محاور متعامدة، ويعطي للقطع الزائد خصائص تكافؤ معادلتين بالنسبة إلى نظامين من المحاور المتعامدة. أما الخاصية التي تكافؤ معادلة الدائرة بالنسبة إلى محورين متعامدين، أحدهما القطر والآخر المماس العمودي على هذا القطر، فيعتبرها معروفة. ومن الواضح أن الطوسي لم يدرس خواص القطوع لذاتها بل أنه فعل ذلك كوسيلة فحسب، من أجل معالجة معادلات الدرجة الثالثة، وخاصة من أجل تقديم البرهان على وجود الجذور عندما يوجد. نلاحظ أن الخيام لم يقدّم البرهان بل اكتفى بالاستناد إلى خصائص القطوع، كما وردت في كتاب أبولونيوس.

٢ - من أجل أن يبرهن تقاطع منحنين (مخروطيين)، يُدخل الطوسي مفهوم النقطة الداخلية (داخل القطع) والنقطة الخارجية ويستخدمه، كما يستخدم (ضمناً) مفهوم تواصل فروع بعض هذه المنحنيات. ويعتمد هذه الطريقة الهندسية - التحليلية لإيجاد جذور جميع معادلات الدرجة الثالثة التي لها حتماً جذر (موجب) واحد على الأقل.

٣ - إن البرهان على وجود الجذور، وهو الهمّ الأساسي للطوسي، يطنى على همه في إعطاء الحل فيما يخص المعادلات من الدرجة الثانية: ٧ و ٨ و ٩. فهنا يُقدّم البرهان

الهندسي على هذا الوجود دون تقديم خوارزمية الحل (خلافًا لما فعل الخيام)، وذلك يعود بتقديرنا لاعتباره أنَّ هذه الخوارزمية معروفة منذ زمن الخوارزمي. وبرهان الطوسي الهندسي في هذه المعادلات يقع في النهج التقليدي للخوارزمي.

٤ - يُبرهن الطوسي بشكل منهجي التقاء منحنيي الحل، بينما يكتفي الخيام بملاحظة ذلك.

٥ - يُعطي الطوسي حلاً عددياً تقريبياً لكلٍّ من المعادلات. ولا يرذ (بواسطة تبديل أقيني للمتغير) أيّاً من المعادلات ١٣ - ٢٠، إلى أخرى سبق أنَّ حلّها (حتى من أجل إيجاد حلّها التقريبي).

ورغم هذه الفوارق التفصيلية والفوارق المهمة في الطرائق، يمكن إدراج عمل الطوسي الجبري في القسم الأول من المؤلف (المعادلات من الأنواع ١ إلى ٢٠)، ضمن التقليد الجبري الهندسي الذي أرساه الخيام.

الطرائق الجبرية - التحليلية (القسم الثاني من رسالة الطوسي)

في القسم الثاني من رسالته، حيث يعالج المسائل التي يمكن ألا يكون لها حل موجب، تظهر المفاهيم التحليلية، كما تظهر الوسائل والتقنيات الجبرية التي ميزت رياضيات الطوسي، ويظهر ما يشبه الانقلاب في توجهه الذي كان حتى الآن منسجماً مع توجه الخيام. وهنا نلاحظ بشكل خاص:

١ - استخدام وسيلة التبديل الأقيني $x \rightarrow x \pm \alpha$ ، لكي يحوّل معادلة ما إلى معادلة سبق له أن حلّها.

٢ - إدخال عمليّ لمفهوم «النهاية العظمى» لتعبير جبري، وهو ما سمّاه «العدد الأعظم»، واستخدام منهجي للنهاية العظمى، كمفهوم وكقيمة فعلية، في برهان وجود الجذور وتحديدّها.

٣ - حساب النهاية العظمى، الذي قاد الطوسي (عجلاً) إلى استخدام منهجي لما يوازي إعدام تعبير المشتق^(٥) لبعض التعابير الجبرية.

٤ - العمل في «التحليل الموضعي» لدى حصر جذور المعادلات من النوع ٢٤ و ٢٥.

(٥) أي مساواته بالصفر.

ويلحظ القارئ في هذا القسم من «الرسالة» انعدام وجود الطرائق أو البراهين الهندسية (عملياً) مما يجعلنا نصنّف محتواه عملاً جبرياً - تحليلياً.

التطوّر اللاحق لجبر الختّام وجبر الطوسي

تشير كلّ الدلائل إلى أنّ خلفاء الطوسي في التقليد الرياضي العربي، لم يتمكّنوا من تطوير المفاهيم الأساسية التي أدخلها في الجبر الهندسي.

وفيما يتعلّق بالطرائق العددية، يقول ر. راشد، إنّ الأعمال المهمة للكاشي (... - ١٤٣٦م) في الحلّ العددي للمعادلات هي تنويع لتقليد بدأ مع جبريّ القرنين الحادي عشر والثاني عشر [15، ص 181]. ولم تتطوّر هذه الطرائق، في التقليد العربي بعد الكاشي، رغم أنّها استمرّت حتى القرن التاسع عشر. يذكر ر. راشد، على سبيل المثال، عملاً لرياضيّ إيرانيّ من القرن التاسع عشر^(٢٨)، يستعيد طرائق عددية كان قد استخدمها الطوسي [16، الملحوظة الإضافية 2.9، ص 245].

يذكر ر. راشد أيضاً أنّ هناك تشابهاً بين رياضيات فييت (François Viète, 1540-1603) وتلك الرياضيات، إلى حدّ دفعه إلى طرح تخمين على المؤرّخين هو كون «هذا التقليد الجبري (تقليد الختّام والطوسي) استطاع البقاء وكان معروفاً من قبل جبريّ القرن السادس عشر، بمن فيهم فييت بالدرجة الأولى» [15، ص 231].

وفي مجال الجبر الهندسي أيضاً، لا تتوفّر حالياً مُعطيات مخطوطة موثوقة حول تأثير أبحاث الختّام والطوسي في الأعمال اللاحقة في أوروبا اللاتينية. ولكنّ ر. راشد يُشير إلى التشابه بين أفكار شرف الدين الطوسي حول النهايات العظمى وأفكار الرياضي الفرنسي فيرما (P. Fermat, 1601-1665) [16، ص 44، 49، ...]. ويدرس ر. راشد القرابة بين كتاب «الهندسة» لديكاروت ورياضيات عُمر الختّام في كتابه ذي العنوان «رياضيات عُمر الختّام» [21]؛ القرابة الرياضية موجودة ولا شكّ بين عمليّ هذين الرياضيّين؛ وتوجد، من جهة أخرى، دلائل تاريخية على قرابة فعلية محتملة بين العمليين^(٢٩).

(٢٨) «تكلمة الميون»، لميرزا علي محمد الأصفهاني، طهران، مخطوطة رقم ٣٥٥٢.

(٢٩) يذكر ر. راشد أنّ المستعرب جاكوبو غوليوس (Golius, Jacobus)، ١٥٩٦ - ١٦٦٧ عاد من الشرق في العام ١٦٣١ «وفي جمبته حصاد وفير من المخطوطات الرياضية - من بينها نسخة إضافية من رسالة الختّام الجبرية - ووضع أمام ديكارت مسألة لم تلبث أن غيّرت، في العمق، اتجاه تفكيره الرياضي، وهي مسألة بايوس». انظر بشكل خاص [21، ص ٥٢] وانظر أيضاً مقال هيلين بلوستا (H. Bellouta) حول استقبال العلم العربي في أوروبا [4].

٤ - تأثير كتاب الخوارزمي في الغرب الأوروبي

الوضع يختلف تماماً فيما يخص تأثير «كتاب الجبر والمقابلة» للخوارزمي. فقد تُرجم هذا الكتاب إلى اللاتينية، ثلاث مرّات، ابتداءً من القرن الثاني عشر للميلاد من قبل روبرت دو شستر (Robert de Chester) عام ١١٤٥م، في سيفوفي (Ségovie)، وجيرار دو كريمون (Gérard de Crémone, 1114-1187) في طليطلة، وغيتوم دو لونا (Guillaume de Luna)، ١١١٠ - ١١٨٠م). ولم يقتصر تأثيره على اعتماد كلمة «الجبر» اسماً لهذا العلم الجديد وتبني مصطلحاته بما فيها «الجذر» و«المال» و كلمة «شيء»^(٣٠) ذات الدور الأساسي في هذا العلم^(٣١).

وتستند هيلين بلوستا [4]، بشكل خاص إلى دراستين لأندرية آلارد [1]، ورشدي راشد [20]، فتعطي موجزاً عن تأثير الخوارزمي وخلفائه المباشرين في الجبر الذي انطلق في أوروبا اللاتينية في القرن الثاني عشر على يد الرياضي ليوناردو بيزانو المعروف بـ «فيبوناتشي» (Fibonacci, vers 1170-1250)^(٣٢). ونفضل إعادة هذا الموجز كما ورد:

«وحصلت ترجمة لاتينية، يعود تاريخها بحسب أندريه آلارد إلى نهاية القرن الثاني عشر، للمؤلف الجبري لأبي كامل، خليفة الخوارزمي المباشر. هذه الترجمات قدّمت الأسس التي استندت إليها أوروبا للاطلاع على مبادئ الجبر^(٣٣). بالإضافة إلى هذه الترجمات التي وصلتنا، لا بد من الإشارة أيضاً إلى احتمال اطلاع العلماء الأوروبيين بشكل غير مباشر على نصوص غير مترجمة، بالرغم من

(٣٠) نقرأ في كتاب A. Dahan Delmico et J. Peiffer [5]، ص ١٠٤ ما يلي:

«إن تعبير شيء والمال اللذين استخدمهما العرب للدلالة على المجهول ومرتبعة هما في أساس التعابير res, radix, cosa، التي استخدمت في القرون الوسطى المسيحية للدلالة على المجهول (cosa بالإيطالية، coss بالألمانية) وفي أساس تعبير census الذي كان يدلّ على مربع المجهول. والمدرسة الرياضية الألمانية التي عُتبت بإعداد رموز رياضية واختصارات لتعابير res, radix, cosa، ولقّبت بالمدرسة «الشيئية» La Cosa كما سُمّيت اختصاراتها ورموزها بالـ «شيئية» («cossiques») وسُمّي الرياضيون من هذه المدرسة الألمانية من القرن السادس عشر بالـ «شيئيين» (cossistes). نستطيع بخصوص ترميز «المجهول» مراجعة مقال لـ. هوزيل (Christian Houzel) في: *Mathématiques en Méditerranée*, Edisud, France, pp. 65-67.

(٣١) يشير رشدي راشد إلى اعتبار هذه الكلمة، من قبل اللغويين العرب، الأكثر لا تحديداً من بين الكلمات العربية («أنكر المنكرات»). فهي بالتالي أقرب إلى «اللا محدّد» («l'indéterminée, x») من كلمة «المجهول» («l'inconnue, x»). ودور «اللا محدّد»، X، في الجبر أعظم من دور المجهول x. (٣٢) انظر أيضاً [18].

(٣٣) تُرجع هـ. بلوستا إلى مقال أندريه آلارد: «تأثير الرياضيات العربية في الغرب في القرون الوسطى»، في الصيغة الفرنسية من [19]، بالعربية: [19]، ص ٦٦٩ - ٧٣٦.

صعوبة التحقق من هذا الاحتمال؛ ففي صقلية، بشكل خاص، كان بعض علماء الرياضيات، أمثال جان دو بالرم (Jean de Palerme) وتيودور الإنطاكي (Théodore d'Antioche)، الذين يعرفون العربية أو يتكلمون بها، يترددون إلى بلاط فريديريك الثاني هوهنستاوفن (Frédéric II Hohenstanfen)؛ وكان تيودور الإنطاكي نفسه تلميذاً لعالم الرياضيات المتحدر من البصرة، كمال الدين بن يونس (١١٥٦ - ١٢٤١م) الذي كان بدوره تلميذاً لشرف الدين الطوسي، ومراسلاً لفريديريك الثاني^(٣٤).

مع ذلك، كان لا بد من انتظار بداية القرن الثالث عشر، حتى يصبح الجبر مفهوماً بالفعل في أوروبا، وذلك مع كتاب جوردان دو نيمور (Jordan de Nemore)، ذي العنوان (De Numeris datis)، وبخاصة مع كتاب فيبوناتشي (Fibonacci)، والمعروف أيضاً بـ (Leonard de Pise) ذي العنوان (Liber abaci) الذي نُشر للمرة الأولى في العام ١٢٠٢م، ثم أعيد نشره بعد مراجعته في العام ١٢٢٨م، وكتابه الثاني ذي العنوان *Liber quadratorum*. وكانت هذه المؤلفات من الكتب الأساسية لتعلم الجبر في الغرب.

كان فيبوناتشي مؤلف الابتكارات اللاتينية الأولى الأصيلة في الجبر. وبخلاف ما أخذه ويكه (F. Woepcke) الذي رأى في أعمال فيبوناتشي تأثيراً لديوفنطس والكرجي، فإن دراسات حديثة قام بها رشدي راشد تبين بالأحرى أن أعمال فيبوناتشي تشكل امتداداً لاتينياً للرياضيات العربية العائدة للحقبة الأولى، وتبين أنها مرتبطة حصرياً بالتقليد الجبري للخوارزمي وأبي كامل ويعلم الحساب الأقلبيدي، ولكنها منقطعة عن البحث الذي كان يجري في ذلك العصر (نهاية القرن الثاني عشر) في الشرق العربي، في ميادين الجبر والهندسة الجبرية^(٣٥)...

ونشير إلى أن التصنيف الذي وضعه الخوارزمي للمعادلات التربيعية وفق ستة نماذج، هو التصنيف نفسه الذي نجده لاحقاً عند فيبوناتشي، ومن ثم عند كاردان (Cardan)، وعند فييت.

(٣٤) تُرجع هـ بلؤستا إلى مقال ر. راشد [20].

(٣٥) نقول هـ بلؤستا: ما زال السؤال مطروحاً حول ما إذا كان فيبوناتشي يتقن اللغة العربية، ذلك أنه يستشهد بالخوارزمي مستخدماً مصطلحات مختلفة عن مصطلحات الترجمات اللاتينية المعروفة، ويستخدم نصوصاً عربية غير مترجمة. ولا بد من الإشارة إلى أنه كان بإمكانه الاطلاع المباشر أو غير المباشر على نصوص عربية ليست لدينا ترجمات لاتينية لها، وذلك في بلاط فريديريك الثاني ومن خلال اتصال مع جان دو بالرم وتيودور الإنطاكي.

البحث الذي بدأ مع الخوارزمي وتويع مع خلفائه المباشرين، ابن ترك، وابن قزّة، وأبي كامل، ولملت فيه مئات الأسماء قبل أن يصل إلى أوجه مع الكرجي والسموأل، في المنحى الحسابي، ومع الخيتام وشرف الدين الطوسي، في المنحى الهندسي، وتواصل في التقليد العربي حتى القرن الخامس عشر مع الكاشي والفارسي والقلصادي، . . . ، وتواصل من جهة الغرب مع فيبوناتشي وكاردان وتارتاغليا وديكارت، . . . ، يدل كما قال ر. راشد على أنه «انطلاقاً من هذا الكتاب فقط (أي كتاب الخوارزمي الجبري)، وليس من قبله بتاتاً، تكونت تقاليد البحث في الجبر وتطوّرت». وبتعبير «وليس من قبله بتاتاً» نظراً أنّ ر. راشد يشير إلى الفراغ الكلي في الأبحاث الجبرية في الفترة التي تلت الكتاب الثاني من «أصول أقليدس» أو تلك التي تلت كتاب «المسائل العددية» لديوفنطس، أو مؤلفات «السيد هانتا» الهندية. إنّ إطلاق هذا التيار من البحث، غير المسبوق، المستمر إلى يومنا والذي لن يتوقف في مستقبل منظور، هو أحد أهم الأدلة على كون كتاب الخوارزمي، البداية لهذا العلم الجديد، الذي (والتاريخ يُنصف أحياناً) أخذ اسمه من هذا الكتاب.

المراجع

- [1] آلارد، أندريه. «تأثير الرياضيات العربية في الغرب في القرون الوسطى». في: موسوعة تاريخ العلوم العربية (المرجع [19]، المذكور أدناه، مج ٢، ص ٦٦٩ - ٧٣٦).
- [2] السموأل، بن يحيى بن عباس المغربي. الباهر في الجبر = Al-Bâhîr en algebra d'As-Samaw'al. تحقيق وتحليل صلاح أحمد وشدي راشد. دمشق: جامعة دمشق، ١٩٧٢. (سلسلة الكتب العلمية؛ ١٠)
- [3] Anbouba, A. «L'Algèbre arabe aux IX^e et X^e siècles - Aperçu général.» *Journal for the History of Arabic Science (Aleppo)*: vol. I, no. 2, 1978, pp. 66 - 100.
- [4] بلّوستا، هيلين (Bellosta, H.). «استقبال العلم العربي في أوروبا». في: موسوعة العلاقات الاجتماعية بين العالم الإسلامي والغرب. إشراف سمير سليمان. بيروت؛ طهران: مجمع التقريب بين المذاهب الإسلامية، ٢٠٠٩ (تحت الطبع).
- [5] Dahan Delmico, A. et J. Peiffer, *Une histoire des mathématiques: Routes et dédales*. Paris: Seuil, 1986.
- [6] Farès, N. «Le Calcul du maximum et la «dérivée» selon Sharaf al-Dīn al-Tūsī.» *Arabic Sciences and Philosophy*. Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1995, vol. 5.2, pp. 219-238.
- [7] Farès, N. «Aspects analytiques dans la mathématique de Sharaf al-Dīn al-Tūsī.» *Historia Scientiarum: The History of Science Society of Japan (Tokyo)*: vol. 5, no. 1, 1995, pp. 39-55.
- [8] Farès, N. «Note sur le choix des courbes fait par al-Khayyām dans sa résolution des équations cubiques et comparaison avec la méthode de Descartes.» *Lebanese Science Journal (CNRS, Beyrouth)*: vol. 6, no. 1, 2005, pp. 95-117.

[9] نقولا فارس. «قراءة في عدد من أعمال رشدي راشد حول بعض مظاهر عالميّة العلم العربي: العلم العربي كمكوّن أساسي من مكوّنات العلم العالمي». في: تاريخ العلوم العربيّة: التفاعل العلمي بين الثقافات. إعداد وترجمة فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي. بيروت: اللجنة الوطنيّة اللبنانيّة للترجمة والعلم والثقافة (اليونيسكو)؛ المنظّمة العربيّة للترجمة والثقافة والعلوم (الألكسو)؛ الجمعية اللبنانيّة لتاريخ العلوم العربيّة، ٢٠٠٧. ص ١٥١ - ١٧٢.

[10] Houzel, C. «Euvres mathématiques: Algèbre et géométrie au XII^{ème} siècle; Sharaf al-Dīn al-Tūsī.» *Compte-rendu du livre du même titre; Gazette des mathématiciens*: no. 39, janvier, 1989, pp. 59-63.

[11] Houzel, C. «Sharaf al-Din al-Tusi et le polygone de Newton.» *Arabic Sciences and Philosophy*. Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1995. vol. 5.2, pp. 239 - 262.

[12] Houzel, C. *La Géométrie algébrique-Recherches historiques*. Paris: Librairie Blanchard, 2002.

[13] Rashed, Roshdi. *Diophante: Les Arithmétiques*, vol. 3, Livre IV. Paris: Les Belles Lettres, 1984. (Collection des Universités de France)

[14] Rashed, Roshdi. *Diophante: Les Arithmétiques*, vol. 4, Livres V, VI, VII. Paris: Les Belles Lettres, 1984. (Collection des Universités de France)

[15] راشد، رشدي. تاريخ الرياضيات العربيّة بين الجبر والحساب. ترجمة حسين زين الدين. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربيّة، ١٩٨٩. (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١) عن صيغته الفرنسيّة: Rashed, Roshdi. *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*. Paris: Les Belles Lettres, 1984.

[16] راشد، رشدي. الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر: مؤلفات شرف الدين الطوسي. ترجمة نقولا فارس. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربيّة، ١٩٩٨. (سلسلة تاريخ العلوم العربيّة؛ ٥) عن الأصل الفرنسي: Rashed, Roshdi. *Sharaf al-Dīn al-Tūsī: Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII^{ème} siècle*. Paris: Les Belles Lettres, 1986. 2 tomes.

[17] Rashed, Roshdi. «Indian Mathematics in Arabic.» paper presented at: *The Intersection of History and Mathematics*. Edited by Sasaki Chikara, Sugiura Mitsuo and Joseph W. Dauben. Basel; Boston, MA: Birkhäuser-Verlag, 1994, pp. 143-148. (Science Networks Historical Studies; v. 15)

[18] Rashed, Roshdi. «Fibonacci et les Mathématiques arabes.» dans: *Micrologus*: vol. 2, 1994, pp. 145-160. Traduction italienne: «Fibonacci e la matematica araba.» dans: *Federico II e le scienze*, Palermo, pp. 324-337.

[19] موسوعة تاريخ العلوم العربية. إشراف رشدي راشد وريجيس مورلون. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٧. ج ٣ (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٤) نشرت الموسوعة بالإنكليزية: *Encyclopedia of the History of Arabic Science*. London: Routledge, 1996.

وبالفرنسية: (Sous la direction de, avec la collaboration de R. Morelon). *Histoire des sciences arabes*. Paris: Seuil, 1997.

ومن ثم بلغات أخرى: الإسبانية والفارسية.

[20] Rashed, Roshdi. 1994. «Fibonacci et le prolongement latin des mathématiques arabes.» *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* (Istituti Editoriali e Poligrafici Internazionali): Anno XXIII, Numero 2, dicembre 2003, pp. 55-73.

[21] راشد، رشدي وبيجان وهاب زاده. رياضيات عمر الخيام. ترجمة نقولا فارس. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ٢٠٠٥. عن الأصل الفرنسي: Rashed, R. et B. Vahabzadeh. *Al-Khayyām mathématicien*. Paris: Librairie Blanchard, 1999.

[22] راشد، رشدي. «تاريخ العلم والمطاء العلمي في الوطن العربي.» ورقة قدمت إلى: هيئة الانسان العربي للمطاء العلمي: بحوث ومناقشات الندوة الفكرية التي نظمتها مركز دراسات الوحدة العربية بالتعاون مع مؤسسة عبد الحميد شومان. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٨٥. ص ١٤٧ - ١٦٤.

[23] راشد، رشدي. «العلم في الحضارة الإسلامية والحداثة الكلاسيكية.» ورقة قدمت إلى: اللقاء السوري - اللبناني حول البحث في التراث العلمي العربي، صدر في مطلع كتاب: أبحاث في التراث العلمي، إعداد فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي. بيروت: منشورات الجامعة اللبنانية، ٢٠٠٤. ص ١٩ - ٣٦؛ وُضع في الأصل بالفرنسية، ص ٥ - ١٩.

[24] *The Algebra of Mohamed ben Musa*. Edited and translated by Frederic Rosen. Zurich; New York: Georg Olms Verlag, 1986.

الخوارزمي، محمد بن موسى. الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة. تحقيق وترجمة فردريك روزن. طبعة ١٨٣٠.

Taton, René (dir.). *Histoire générale des sciences*, vol. 1: *La Science antique [25] et médiévale*. Paris: Presses Universitaires de France, 1957. 3 vols.

Youschkevitch, Adolf P. *Les Mathématiques arabes (VIII^e-XV^e siècle)*. [26] traduction française de M. Cazenave et K. Jaouiche; préf. de René Taton. Paris: J. Vrin, 1976. (Collection d'histoire des sciences; 2)

نقولا فارس

«فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي»
الملحق بالمجلس الوطني للبحوث العلمية - لبنان^(*).

(*) هذا المقال (كلمة المترجم) هو جزء من مشروع علمي مدعوم من المجلس الوطني للبحوث العلمية. ولا بد من تسجيل الشكر للملاء الذين أسهموا إن علمياً أو لغوياً في إنجاز الترجمة، وبشكل خاص، للدكتور بدوي المبسوط والأستاذة منى غانم والأستاذ حبيب فارس والدكتور فتحي حجازي.

تمهيد

حوالى سنة ٨٢٠ للميلاد، نشر الخوارزمي أولى صيغ كتابه الشهير الذي يحمل عنوان: كتاب الجبر والمقابلة. يتألف هذا الكتاب من قسمين رئيسيين، يحوي الأول منهما النظرية الجبرية، والثاني حساب الإرث والوصايا؛ وما لبث هذا المؤلف أن فرض نفسه، دون تأخير، كعمل تأسيسى، في نواح ثلاث.

هو أولاً عمل تأسيسى للجبر؛ ففي صفحاته تمّ تصوّر الجبر، وللمرة الأولى في التاريخ، كمادة رياضية مستقلة عن الهندسة وعن علم الحساب. وقد شكّل إصدار هذا الكتاب حدثاً لم يكتفِ خلفاء الخوارزمي بالتنبّه إلى أهميته، بل أسرعوا إلى استغلال كلّ الإمكانات التي أتاحها كمشروع علمي. فلم ينقُص قرن من الزمن على صدوره، حتى أصبحت الفصول القصيرة التي يتألف منها، موادّ جبرية قائمة بذاتها.

هو ثانياً عمل تأسيسى (وبفضل الجبر) لمادة علمية هي على ملئى الرياضيات والعلوم الفقهية. فلا بدّ من الإشارة إلى أنّ الخوارزمي كرّس أكثر من نصف كتابه لتحويل ممارسات رجال الفقه المتعلقة بحسابات الإرث والوصايا، إلى مادة علمية خاصة هي «علم الفرائض». وقد واصل خلفاء الخوارزمي من رياضيين وفقهاء، إغناء هذا الفصل العلمى بالعديد من الكتب والرسائل.

هو ثالثاً، عمل تأسيسى لنهج ولّدته الإمكانات الجديدة التي طرحها الجبر والتي تلازمت معه. فلقد أجاز الجبر ما لم يكن بالإمكان تصوّره من قبل، وهو توسّع تطبيق العلوم الرياضية، بعضها على البعض الآخر، فما أدّى إلى فصول علمية جديدة؛ نقصد هنا، تطبيق الحساب على الجبر، والجبر على الهندسة، والهندسة على الجبر، والجبر على علم المثلثات، إلخ. فبفضل هذا التطبيق، ودون

تأخير، ظهرت الهندسة الجبرية الابتدائية، وبدأ جبر كثيرات الحدود، والتحليل التوافيقي، إلخ^(١). ومن بين نتائج هذا التطبيق، النتيجة الكبرى المتمثلة بالتعديل العميق لموسوعة المعارف الرياضية، التي جعلها إدخال الجبر تتجاوز إطار المجموعة «الرباعية»^(٢) الشهيرة. ولم يكن التحول في فلسفة الرياضيات أقل أهمية؛ فالاطلاع على أعمال فلاسفة مثل الفارابي وابن سينا، يكفي لكي نفهم مدى تأثير هذه المادة الرياضية الجديدة على علمهم وعلى تصنيفهم للعلوم.

أخذ لحظ كتاب الخوارزمي والرجوع إليه في الأدبيات العلمية العربية بخفان تدريجياً مع مرور الوقت، وذلك بسبب التطور السريع للجبر بعد الخوارزمي، وهو التطور الذي كان هذا الكتاب دافعه الأساسي. إلا أن الحال اختلفت تماماً في الأدبيات العلمية اللاتينية، حيث تُرجم ثلاث مزار إلى اللاتينية، ومن ثم إلى اللغات الأوروبية المحلية، وتواصلت قراءاته من قبل الرياضيين، وتفسيراتهم له واستعاراتهم منه (وفي هذا السياق لا بد من تذكر فيبوناتشي وافتكار العاملين في مجال الحساب من القرنين الرابع عشر والخامس عشر). واستمر «كتاب الجبر والمقابلة» يؤثر، حتى القرن السادس عشر، في مجرى تطور الجبر والرياضيات بشكل عام.

لا بد من أن نتعجب، إذن، من كون هذا الكتاب لم ينل حتى الآن، التحقيق النقدي الذي يستحق، أو الترجمة إلى لغة أوروبية تتناسب مع أهميته؛ وهذا واقع يخص التاريخ، يستحق التوقف عنده. أما نحن، فقد كان ههنا التعويض عن هذا النقص. وسنقدم فيما يلي، أول تحقيق نقدي لجبر الخوارزمي،

(١) انظر: Roshdi Rashed: *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes* (Paris: Société d'édition Les Belles lettres, 1984).

صدر بالعربية بعنوان: تاريخ الرياضيات العربية: بين الجبر والحساب، ترجمة حسين زين الدين، سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١ (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٨)، وبالإنكليزية بعنوان: *The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra*, translated by A. F. W. Armstrong, Boston Studies in Philosophy of Science; v. 156 (Dordrecht; Boston, MA: Kluwer Academic, 1994).

وانظر أيضاً فصل الجبر في كتاب: *Histoire des sciences arabes*, sous la dir. de Roshdi Rashed; avec la collab. de Régis Morelon, 3 vols. (Paris: Seuil, 1997).

الذي صدر بالعربية تحت عنوان: موسوعة تاريخ العلوم العربية، إشراف رشدي راشد وريجيس مورلون، سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٤، ٣ (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٧).

(٢) *Quadrivium*، مجموعة العلوم الأربعة: الحساب والهندسة وعلم الفلك والموسيقى، بحسب تصنيف

القدماء (الترجم).

وأول ترجمة لنصّه إلى الفرنسيّة، صارمة الدقّة، إضافة إلى دراسة وشرح لهذا النصّ، نجهد، فيهما، إلى استرجاعه، في سياقه، متفادين بقدر الإمكان الرؤى الخاطئة والمسالك المُستهلّكة.

أشكر الأستاذ كريستيان هوزيل، لتشجيعه المستمرّ ونصائحه القيّمة، وأتوجّه بشكري أيضاً إلى الأستاذ بدوي المبسوط لقراءته هذا العمل.

وقد قامت السيّدّة ألين أوجيه، مهندسة الدراسات في المركز القومي (الفرنسي) للبحث العلمي، بتحضير هذا الكتاب للطباعة وإعداد قاموس المصطلحات العلميّة والفهرس؛ أرجو منها أن تتقبّل، هنا، التعبير عن عميق امتناني.

رشدي راشد

بور لا رين - فرنسا، ٢٠٠٦.

القسم الأول

الخوارزمي الرياضي

مقدمة

قلّة هم الرياضيون الذين تردّد ذكر أسمائهم بالوتيرة التي تردّد بها اسم عمّد بن موسى الخوارزمي، الذي عاش في الفترة الواقعة ما بين العقود الأخيرة من القرن الثامن ومنتصف القرن التاسع للميلاد. ونادرون هم الذين اقترن اسمهم بعلم كما اقترن اسمه (بالجبر) أو الذين حملوا اسماً أضحى مرادفاً لطريقة علميّة، كما هي الحال مع اسمه (ألفوريتم)*. من الطبيعي إذن أن يتوقّع المرء وجود كمّ كبير من المعلومات، حول حياته وحول أعماله، إن في الوثائق القديمة أو في الشهادات التي تحويها الأدبيات الخاصّة بالذاكرة الجماعيّة. ولكن الأمر ليس كذلك؛ فالملوّفات التي تتناول سبيل الكُتّاب والتي تعود إلى القرن العاشر وإلى ما بعده^١، لا تتركّس للخوارزمي سوى مقالات مقتضبة تأتي على ذكر

* كلمة «خوارزمية» (Algorithm) تعني «طريقة حسابيّة عمليّة»؛ وإحدى الكلمات المشتقة منها «Algorithmique» تدلّ على فصل علمي أساسي في برمجة الحواسيب. وردت هذه الكلمة للمرّة الأولى في القرن ١٢م، في الصيغ اللاتينيّة لكتاب الخوارزمي الحسابي. إحدى هذه الصيغ تبدأ بعبارة: ... Dixit Algorismi (قال ألفوريسي...)، التي بدت وكأنّها عنوان للكتاب اللاتيني. وبدءاً من القرن ١٣م، أخذت هذه الكلمة تشير إلى مجمل العمليّات الحسابيّة الوضعية بواسطة النظام الرقعي العشريّ؛ واختلفت آراء المتعاطين بعلم الحساب، بخصوص أصلها ومعناها، إلى أن حسم المستشرق الفرنسيّ ف. ت. رينو (F. T. Reinaud) الأمر، عام ١٨٤٥، ببرهانه أنّ الكلمة هي اسم مؤلّف ذلك الكتاب، عمّد بن موسى الخوارزمي. ولم تنتقل كلمة «خوارزمية» إلى اللغة العربيّة سوى حديثاً، وبشكل خاصّ مع تأسيس فصل الحسابات العدديّة والتحليل العدديّ في الرياضيات، ومع انتشار علوم الحاسوب (الكومبيوتر) (المترجم).

١ نقرأ في كتاب: أبو الفرج محمد بن أبي يعقوب بن النديم، الفهرست، تحقيق ر. نجمد (طهران: [د. ن.].)، (١٩٧١)، ص ٣٣٣. ما يلي: «واسمه عمّد بن موسى. وأصله من خوارزم. وكان منقطعاً إلى خزّانة الحكمة للسامون. وهو من أصحاب علوم الهيئة. وكان الناس قبل الرصد وبعده يعزّلون على زيجيه الأوّل والثاني، ويعرفان بالسندهند. وله من الكتب؛ كتاب الزيج، نسختين، أوّل وثانيه. كتاب الرخامة. كتاب العمل بالأسطرلاب. كتاب حمل الأسطرلاب. كتاب التاريخ». ويبدو أنّ نصّ ابن النديم قد تعرّض لحادث خلال تاريخه؛ فالنسخة التي تلي نبذة الخوارزمي والمخصّصة لسند بن عليّ، تنسب إلى هذا الأخير ثلاثة من مؤلّفات الخوارزمي هي كتاباه الحسابيّان، كتاب الحساب الهندي وكتاب الجمع والتفريق، إضافة إلى مؤلّفه الجبري، كتاب الجبر والمقابل (ص ٣٣٤). ويأخذ القفطي، فقرة النديم هذه كما هي ويسجلها في كتابه: =

اسمه وبعض من عناوين مؤلفاته. ويسوق المؤرخون القدماء بعض الطرائف التي تأتي على ذكر الخوارزمي في سياق أحداث ونشاطات خارجة عن مجال التأليف^٢. ولم يكن معاصرو الخوارزمي من رياضيين وفلكيين، أكثر إسهاباً في الحديث عنه وعن أعماله^٣.

هذا الواقع الذي تطبعه شهرة كونية للرجل ولأعماله، مصحوبة بضآكة في المعلومات حول شخصه وحياته، يشكل مناخاً مؤاتياً لحياكة الأساطير؛ وهذا، بالفعل، ما نجده في حالة الخوارزمي، حيث نَقَعُ على روايات قديمة، تزعم أن ابن عم النبي وصهره، هما من أسلاف هذا الرياضي في علم الجبر^٤؛ وبحسب روايات أخرى، كان الخوارزمي رفيق الخليفة المأمون قبل توليه سدة الحكم^٥؛ وهناك

= أبو الحسن علي بن يوسف القفطي، تاريخ الحكماء: وهو مختصر الزوذي المسمى بالمنتخبات المنقطعات من كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء، تحقيق يوليوس ليبيرت (ليبيغ: ديتريخ، ١٩٠٣)، ص ٢٨٦.
٢ نقصد هنا الأرصاد الفلكية التي شارك فيها الخوارزمي.

٣ يذكر جبريوتن مثل أبي كامل وسان ابن الفتح، الخوارزمي وعناوين بعض كتاباته، كما يذكره فلكيون مثل البيروني والهاشمي، ولكن أحداً منهم لا يقدم أية معطيات قيمة عن حياته.

٤ في الرواية - الأسطورة التي يسوقها الخزازي في شرحه لجبر الخوارزمي (مخطوطة اسطنبول، يني كامي 803 (Yeni Cami)، الورقة ١ - ظهر)، نقراً: «أن قوماً من فارس وصلوا في خلافة عمر بن الخطاب يعلم الجبر والمقابلة، فأشار علي بن أبي طالب - رضي الله عنه - على عمر بن الخطاب - رضي الله عنه - بأن يجرى لهم نفقة من بيت المال، ويعلمون الناس. فأجابه إلى ذلك. فيروى أن علياً - رضي الله عنه - أدرك ما معهم من الجبر والمقابلة في خمسة أيام. ثم كان الناس بعد ذلك يتداولون هذا العلم بالسنتهم من غير أن يوضع في كتاب حتى انتهت الخلافة إلى المأمون وقد اندرس على الناس. فذكر ذلك للمأمون، فسأل عمر له خبرة بذلك. فلم يوجد من له خبرة بذلك غير الشيخ أبي بكر محمد بن موسى الخوارزمي. فطلب منه المأمون وضع كتاب في الجبر والمقابلة ليحيى به ما درس منه، فأجابه إلى وضع ذلك الكتاب ليقتد به أصول الجبر والمقابلة ويقاس عليه».

وتعود هذه الرواية - الأسطورة وتظهر فيما بعد، بصيغة أخرى عند فقيه مثل ابن تيمية، في كتابه ذي العنوان: في الرد على المنطقيين (بوساي: المطبعة القيمة، ١٩٤٩)، ص ٢٥٦، حيث نقراً: «وبعض الناس يذكر عن علي بن أبي طالب رضي الله عنه أنه تكلم في ذلك [...]».

٥ انظر على سبيل المثال: Aristide Marre, *Le Messahat*, p. 270، ومقدمة Aydin Sayili، تحقيق/ ترجمة «روزن» لجبر الخوارزمي: Rosen (Al-Khwarizmi's Algebra, Islamabad, 1989, p. 4).

وقد تولد رأي مشابه، من غموض بسيط في نص لابن الأدي، نقله صاعد (صاعد بن أحمد الأندلسي، التعريف بطبقات الأمم = *The World History of Sciences and Scholars up to the 3rd Century A. H.*، حققه وقدم له غلام رضا جشیدنزاده أقال (إيران، هجرة، ١٩٩٧، ص ٢١٧)، ثم أعاد نقله القفطي، تاريخ الحكماء: وهو مختصر الزوذي المسمى بالمنتخبات المنقطعات من كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء، ص ٢٧١، ففي فقرة أولى من هذا النص، نقراً أن الخوارزمي قام بتلخيص الزيج الهندي المسمى بالسندهند لصالح الخليفة المأمون. وفي بداية الفقرة الثانية نقراً أن الخلافة آلت إلى عبد الله المأمون... وأن علماء عصره عرفوا المجسطي... فما من دليل، من خلال هذا النص، على أن الخوارزمي عرف المأمون قبل توليه سدة الحكم، أو أنه عرفه عندما كان حاكماً لخراسان.

روايات تُنسب إليه دوراً سياسياً مرموقاً، هو دور الممثل الشخصي للخليفة الوائق بالله، لدى ملك الخزر^٦؛ وكلُّ هذه الروايات القديمة يجمعها هم واحد هو، إضافة حالة اجتماعية على شخصية الخوارزمي، تتناسب مع الأهمية الكبرى لإسهامه الرياضي. أمّا حديثاً، فقد تبنى البعض، بسبب خطأ في القراءة، رواية تقول بأن الخوارزمي كان من عائلة زرادشتية^٧؛ ومن هذه الرواية - الأسطورة الجديدة، نشأت استنتاجات حول أصل الجبر، أقل ما يقال فيها أنها استنتاجات كيفية.

هذه الروايات - الأساطير، قديماً وحديثاً، لا تستحق التوقف عندها؛ فلنلتفت إذن إلى الأخبار المؤكدة أو ذات القدر العالي من الاحتمال.

نبدأ بالإشارة إلى إجماع معاصري الخوارزمي وخلفائه من مختلف الاختصاصات (مؤرخين ورياضيين وفقهاء...) على اسمه: محمد بن موسى الخوارزمي. تدلُّ النسبة الجغرافية لاسمه، بأن أصله من خوارزم. إلا أننا نجهل تاريخ مجيئه والديه أو جذبه إلى بغداد، وما إذا كانوا من بين الذين توافدوا من مختلف الأنحاء للعمل في بغداد، استجابة لنداء الخليفة الذي أسس هذه المدينة وجعلها عاصمة الخلافة عام ٧٦٢م.

٦ المقدسي هو الوحيد من بين مؤلفي سيرة الكتاب القدامى، الذي ينقل مثل هذا الخبر، في كتابه أحسن التقاسيم في معرفة الأقاليم، حيث نقرأ: «يقول حدثني سلام المترجم أن الوائق بالله لما رأى في المنام كأن السد الذي بناه ذو القرنين بيننا وبين ياجوج وماجوج مفتوح، وجهني وقال لي عابته وجثني بخبره؛ وكان الوائق وجه محمد بن موسى الخوارزمي النجم إلى طرخان ملك الخزر [...]». يأتي هذا الخبر من مصدر وحيد، كما ذكرنا، من ضمن حكاية أسطورية يختلط فيها منام الخليفة بذكر السور الذي رُجم أن الإسكندر بناه ليرد غارات شعب ياجوج وماجوج، وهذا الشعب، كما هذا السور، لا يشكل وجود أي منهما حقيقة تاريخية.

٧ من الذين نبشروا هذا الرأي، ج. ج. تومر، انظر الصفحة ٣٥٨ من: «G. J. Toomer, «Al-Khwarizmi», Dictionary of Scientific Biography (New York), vol. 8 (1973), pp. 358-365.

ولكن المؤرخ الطبري كتب في تاريخ الرسل والملوك، في سياق روايته لأحداث العام ٢١٠ للهجرة: «هوى عن محمد بن موسى الخوارزمي أنه قال [...]». انظر: أبو جعفر محمد بن جرير الطبري، تاريخ الرسل والملوك، تحقيق محمد أبو الفضل إبراهيم (القاهرة: دار المعارف، ١٩٦٦)، مج ٨، ص ٦٠٩. فنلاحظ أن اسم هذا الرياضي، مكتوب بالشكل الذي كان يُذكر فيه أينما كان ومن قبل أي كان. لكن الطبري، عند ذكره لأحداث العام ٢٣٢ للهجرة، يورد قائمة بأسماء فلكيين حضروا لحظات الوائق الأخيرة: «بين الحضور الحسن بن سهل شقيق الفضل بن سهل والفضل بن إسحق الهاشمي واسماعيل بن نوبخت ومحمد ابن موسى الخوارزمي المجوسي القطر بولي وسنان مرافق محمد بن الهيثم وبجموعة أولئك الذين يمتنون بالنجوم» (مج ٩، ص ١٥١). فلو قابلنا هاتين الشهادتين للطبري نفسه، ولو أخذنا بالاعتبار إجماع غيره من الكتاب، فلن نحتاج بناتاً إلى خبره بتقاليد ذلك العصر أو إلى فقيه في اللغة، لكي ندرك أن علينا أن نقرأ في الرواية الثانية: «ومحمد بن موسى الخوارزمي والمجوسي القطر بولي»؛ فالقصد إذن شخصان مختلفان سقط سهواً من بين اسميهما الحرف «و».

نعرف أنه كان في بغداد، عضواً في المكتبة ومؤسسة الترجمة والبحث الشهيرة المعروفة، «بيت الحكمة»، وأن من بين زملائه في هذه المؤسسة، الفلكي يحيى بن أبي منصور، والحجاج بن مطر الذي ترجم أقليدس وبطلميوس. وكان من بين العلماء الملحقيين بمرصد «الشّمسية» الذي أسسه الخليفة المأمون. ويذكر الرياضي والفلكي، البيروني، أنّ الخوارزمي كان برفقة يحيى بن أبي منصور لدى قياس ميل فلك البروج في هذا المرصد، تنفيذاً لأوامر الخليفة المأمون^٨.

ولا نملك أية معلومات حول التكوين العلمي للخوارزمي، سوى تلك التي تُقدمها مؤلفاته، التي تدلّ على أنه تلقى تثقيفاً علمياً في مجالات ثلاثة على الأقل. المجال الأول هو علم الفلك؛ فالأزياج التي كتبها^٩ والرسائل التي ألفها حول الأدوات الفلكية^{١٠} تدلّ على أنه تلقى تعليماً صلباً في علم الفلك الهندي، وعلى أنه كان مطلعاً على علم الفلك اليوناني^{١١}. وتدلّ كتبه الحسابية على أنه كان مطلعاً على علم الحساب الهندي كما على العربي والروماني. ونرى، من خلال كتابه في الجبر، أنه كان ذا تكوين جدي في العلوم الفقهية بحسب تقليد المدرسة الحنفية،

٨ انظر: أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني، «كتاب تحديد نهايات الأماكن»، تحقيق ب. بولفاكوف؛ مراجعة إمام إبراهيم أحمد، مجلة معهد المخطوطات العربية (القاهرة)، السنة ٣، المجلد ١ - ٢ (١٩٦٢)، ص ٨٩ - ٩٠. انظر أيضاً الترجمة الإنكليزية لجميل علي: Muhammad Ibn Ahmad Al-Bīrūnī, *The Determination of the Coordinates of Cities*, trad. Jamil Ali (Beyrouth: American University of Beirut, 1966), p. 60.

٩ انظر: Heinrich Suter, *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Mūsā al-Khwārizmī, in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti* (Copenhagen: Herausgegeben und Kommentiert, 1914). O. Neugebauer, *The Astronomical Tables of al-Khwārizmī*, translation with Commentaries of the Latin Version edited by H. Suter, supplemented by Corpus Christi College MS 283 (Copenhagen: Herausgegeben und Kommentiert, 1962).

١٠ ينسب ابن النديم إلى الخوارزمي كتاباً حول الرّبيعة الشمسية («الرخامة»)، وآخر حول استخدام الأسطرلاب، وثالثاً حول صناعة الأسطرلاب. ومن المعروف أنّ ضمن مجموعة مخطوطات آيا صوفيا ٨٣٠ في المكتبة السلمانية (اسطنبول)، هناك رسالتين منسوبتين إلى الخوارزمي، هما: «عمل الساعات في بسيط الرخامة» الأوراق ٢٣١ وجه - ٢٣٥ ظهر، و«طرائف من عمل محمد بن موسى الخوارزمي: معرفة السمات بالأسطرلاب» الأوراق ١٩٨ وجه - ١٩٩ وجه، انظر: J. Frank, «Die Verwendung des Astrolabs nach al-Khwārizmī», *Abhandl. z. Gesch. d. Nat. Wiss. u. Med.*, Heft III, Erlangen, 1922, p. 1-32; F. Sergin, *Geschichte des arabischen Schrifttums, Band VI: Astronomie* (Leyde: Brill, 1978), p. 143; et A. A. Ahmedov, J. al-Dabbāgh, B. A. Rosenfeld, «Istanbul, Manuscripts of al-Khwārizmī's Treatises», 3, 7, *Erdem*, 1987, pp. 163-186.

١١ استناداً إلى ابن الآدمي، تبع الخوارزمي بطلميوس فيما يخصّ السّيل الزاوي للشمس؛ انظر: صاعد، التعريف بطبقات الأمم، ص ٢١٧ وانظر الملاحظة ١٠٥، فيما يتبع من كتابنا هذا.

الذين ينتمون إلى هذا التقليد الحسابي نذكر الأقليديسي (منتصف القرن العاشر م) وكوشيار بن لبان (النصف الثاني من القرن العاشر) وعبد القاهر البغدادي (المتوفى عام ١٠٣٧م) والنسوي (المتوفى عام ١١٤٧م).

كانت عمليات ذلك الحساب تمارس في الأصل على لوح حسابي مقبّر، تكتب عليه الأرقام التسعة بواسطة قلم خشبي صغير. وكانت نتائج كل مرحلة من مراحل العملية الحسابية تُكتب ثم تُمحى أو تُشطب بعد القيام بالمرحلة التالية. وبدءاً من الأقليديسي حلت محل اللوحة الغبارية لوحةً حسابية من الورق. وكانت كتب الحساب الهندي ذات شكلٍ موحد من حيث توالي فصولها؛ فكتاب الحساب الهندي يبدأ بشرح صور الأرقام التسعة، والنظام العشري، ويُقدّم الصفر، ويشرح عمليات المضاعفة، والتقسيم إلى نصفين، والجمع، والطرح والضرب والقسمة، والتربيع، واستخراج الجذر التربيعي. وكان لا بد لهذا الكتاب من أن يحتوي أيضاً حساب الكسور وتقريب الجذر غير المنتطق (الأصم). ومن المحتمل جداً أن يكون الخوارزمي قد أعطى في كتابه الحسابي، التقريب التالي لجذر عدد صحيح N : «إذا كان هذا العدد يُكتب على الشكل $N = a^2 + r$ ، يكون جذره التربيعي: $\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a}$ »، وهو التقريب الذي يُنسب إليه، والذي انتقده عبد القاهر البغدادي لاحقاً. تُرجم كتاب الخوارزمي الحسابي هذا إلى اللاتينية تحت عنوان *De numero Indorum*؛ ولا نملك أية معلومة عن الذين قاموا بترجمته أو عن المكان الذي حصلت فيه هذه الترجمة. وهذه الترجمة نفسها فُقدت أيضاً، إلا أن صيغاً عديدة كُتبت انطلاقاً منها، ما زالت باقية إلى يومنا، تُعرّف تحت اسم *Algorismes latins*^{١٥}.

كتاب الخوارزمي الرياضي الثاني يُعالج صنفاً آخر من علم الحساب. عنوان الكتاب الجمع والتفريق؛ وقد نُقل هذا العنوان إلى اللاتينية على الشكل التالي: «*Liber augmenti et diminutionis*» أي كتاب الزيادة والإنقاص. العنوان هذا مُثبت في المؤلفات القديمة التي تتحدث عن سير العلماء وأعمالهم، ويؤكد

١٥ انظر: André Allard, *Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī: Le Calcul indien (Algorismus), Histoire des textes, édition critique, traduction et commentaire des plus anciennes versions latines remaniées du XII^e siècle* (Paris/Namur: Blanchard, 1992), et *Die älteste lateneische Schrift über das indische Rechnen Nach al-Ĥwārizmī*, Edition, übersetzung und kommentar von Menso Folkerts, unter Mitarbeit von Paul Kunitzsch, (Munich: Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 1997).

عبد القاهر البغدادي الذي يذكره بشكل صريح^{١٦}. والكتاب مفقود أيضاً؛ ولكننا نستطيع أن نُكوّن فكرة عامّة عن محتواه، استناداً إلى شهادات عبد القاهر البغدادي وغيره من الرياضيين الذين عملوا في ذلك الموضوع الحسابي نفسه^{١٧}. يُعالج الكتابُ بشكل خاصّ، الجمع والضرب من جهة، والطرح والقسمة من جهة أخرى، للأعداد وللتعابير الجبرية من الدرجتين الأولى والثانية؛ ويُعالج مجاميع المتواليات العددية الحسابية، ومسائل في الضرائب، والصيرفة، وهي المسائل التي عالجتها كتب الحساب والحساب العملي التي كانت متداولة في الشرق الأدنى في ذلك العصر.

الكتاب الرياضي الثالث للخوارزمي هو كتابه المشهور في الجبر. وقد وصل إلى عصرنا في عدّة مخطوطات (كما سنرى لاحقاً) أقدمها نُسخ عام ١٢٢٠م. إنّ غياب نُسخ هذا الكتاب، السابقة لهذا التاريخ، أمرٌ مستغرب، لا يتوقّعه المؤرّخ. وقد يُفسّر هذا الغياب بأسباب عديدة منها التقلّبات التي تعرّض لها جفّظ المخطوطات العربية والتطوّر السريع الذي عرفه علم الجبر بعد الخوارزمي، والعدد الكبير للمؤلّفات الجبرية التي كتبها خلفاؤه. إلّا أنّ الثابت هو أنّ كتاب الخوارزمي كان حاضراً لدى صياغة خلفائه لكتبهم الجبرية، وخاصّة عند معالجتهم للفصل المتعلّق بالمعادلات. وكان لهذا الكتاب شروح، كالشرح الذي قام به الخزامي في العام ١٢١٠م^{١٨}. وقد عُرفت له ثلاث ترجمات إلى اللاتينية، قام بأحداها جيرار دو كريمون^{١٩} (Gérard de Crémone). كلّ هذه المعطيات المأذية التوفّرة حالياً، تضمن دون أدنى شك، صدقيّة نصّ الكتاب، وتسمح بالتالي بالقيام بتحقيق له، نقديّ بكلّ معنى الكلمة.

عنوان الكتاب هو كتاب الجبر والمقابلة؛ هذا ما يؤكّده قدامى مؤلّفي كتب الطبقات والرياضيون، بما يُشبه الإجماع. ولم يكن من دأع للتوقّف عند

١٦ عبد القاهر بن طاهر البغدادي، التكملة في الحساب مع رسالة في المساحة، تحقيق أحمد سليم سعيدان (الكويت: معهد المخطوطات العربية، ١٩٨٥)، ص ٧٦-٧٧، و ٢٧٣ وخاصة ص ٢٧٥.

١٧ انظر مثلاً: «كتاب أبي الوفاء البوزجاني: فيما يحتاج إليه الكتاب والعمّال وغيرهم من علم الحساب»، تحقيق أحمد سليم سعيدان، في: حساب أبي الوفاء البوزجاني (عمّان: د. ن.، ١٩٧١). انظر أيضاً: أبو بكر محمد الكرجي، الكافي في الحساب، تحقيق سامي شلهوب (حلب: منشورات جامعة حلب، معهد التراث العلمي العربي، ١٩٨٦).

١٨ حول هذا الكتاب، انظر ما يتّبع من كتابنا هذا، ص ١٥٣ - ١٥٤.

١٩ انظر ما يتّبع من كتابنا هذا، ص ١٥٦ - ١٥٨.

العنوان، لولا أن تحقيق الكتاب مع ترجمته إلى الإنكليزية، اللذين قام بهما ف. روزن (F. Rosen) عام ١٨٣٠م، دفعا البعض إلى الاعتقاد بأن عنوانه هو «الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة». هذه العبارة الأخيرة لم يضعها روزن من عنده، إذ وردت بالفعل في التمهيد الذي وضعه الخوارزمي في مقدمة كتابه. ما فعله روزن هو أنه نقلها من سياقها، رافعاً إيّاها إلى مرتبة العنوان. وهذا التصرف ليس أمراً غير ذي شأن، وقد أدى إلى خطأ وقع فيه العديد من المؤرخين. فلتوقف قليلاً لشرح هذه النقطة.

كتب الخوارزمي في مقدمة كتابه، وبعد أن ذكر بمزايا الخليفة المأمون ومعرفة، أن ما «فُضِّل الله به» هذا الأخير، شجعه على أن يؤلف «من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً»، جَعَلَهُ «حاصراً لللطيف الحساب وجليلاً...»^{٢٠}. كان هدفه الصريح إذن صياغة كتاب «مختصر» و«حاصر» لما هو ضروري. ولكن هاتين الصفتين تُذكران بمعايير الصياغة الأنيقة، فهما إذن من صفات الأسلوب الكتابي. ولقد عبّر النقاد الأدبيون لذلك العصر، كالجاحظ وقدامة بن جعفر^{٢١} وابن قتيبة، عن المعايير الجمالية لأسلوب التأليف؛ هذه المعايير تقضي بأن يَجْمَعَ المؤلف غالبية ركائز الموضوع الذي يعالجه، كما يلبي حاجات القارئ ويتيح للمبتدئ فهم مختلف جوانبه، كما تقضي بأن يكون العرض مقتضباً، فلا يطول الكتاب لأن الإسهاب يُسبب الملل. شملت تلك المعايير جميع الكتب النثرية لذلك العصر، وكان احترامها هو هم الخوارزمي في كتابه: جمع مبادئ هذا العلم الجديد، وشرح مختلف فصوله، في عرض مختصر، يُرضي القارئ ويُسهِّل على المبتدئ فهم ما يحويه من حساب جديد. كان هذا قَصْدُ الخوارزمي عندما عبّر في المقدمة عن رغبته في الربط بين عبارتي «مختصر» و«حاصر لللطيف الحساب»، وهما أمران قد يبدوان متعارضين فيما لو وردا في غير ذلك السياق.

لذا، فعندما تنتقل كلمة «مختصر» من سياقها، كيفياً، وتضمُّ إلى العنوان،

٢٠ انظر النص، فيما يلي من هذا الكتاب ص ١٦٦.

٢١ انظر الكتب التالية: أبو الفرج قدامة بن جعفر، كتاب نقد النثر، حققه وعلق على حواشيه طه حسين وعبد الحميد المعبدي (بيروت: [د.ن.]، ١٩٨٢)، ص ٣ و ٩٣ وما بعدها؛ أبو عثمان عمرو بن بحر الجاحظ، كتاب البيان والتبيين، وأبو محمد عبد الله بن مسلم بن قتيبة، أدب الكاتِب، تحقيق علي فاضل (بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٨٨)، ص ١٤.

فإنّ هذه الكلمة تأخذ معنى آخر هو معنى «خلاصة» أو «ملخص» أو «موجز»، بما يوحي بشكل غير مباشر بأنّ هذا الكتاب هو صيغة موجزة لمؤلف آخر، أكبر حجماً، وُجد من قبله. وهذه فرضية لا أساس لها، إذا لم نقل إنّها متناقضة.

فلنتنظر إلى ما يقوله قدماء مؤلفي كتب الطبقات والرياضيون، لمعرفة العنوان الصحيح لكتاب الخوارزمي. يقول النديم (قبل العام ٩٨٩م) إنّ هذا العنوان هو «كتاب الجبر والمقابلة». ويُعطي العنوان نفسه، شراح هذا الكتاب المعروفون من قِبَل النديم، مثل الصيدناني^{٢٢} وأبو الوفاء البوزجاني، الخ...، ولم يضع أيّ منهم كلمة «مختصر» بين كلمات العنوان. ونجد الأمر نفسه عند الخلفاء المباشرين للخوارزمي، إذ نقرأ في الكتاب الجبري لأبي كامل: «فرايت كتاب محمد بن موسى الخوارزمي المعروف بالجبر والمقابلة»^{٢٣}؛ كما يكتب سنان بن الفتح: «وقد وضع محمد بن موسى الخوارزمي كتاباً سمّاه الجبر والمقابلة»^{٢٤}. ونستطيع إعطاء المزيد من الشواهد والأقوال التي تُثبت دون استثناء هذا العنوان لكتاب الخوارزمي.

وكان المترجمون اللاتينيون يملكون مخطوطات عربية من الكتاب، أقدم من تلك التي بقيت إلى عصرنا، حيث أنّ المخطوطات التي اعتمدها تعود على الأكثر إلى القرن الحادي عشر للميلاد. هؤلاء المترجمون، يؤكّدون العنوان نفسه؛ فجيرار دو كريمون (Gérard de Crémone) يُعطي ترجمته العنوان التالي: «كتاب محمد بن موسى الخوارزمي في الجبر والمقابلة...»^{٢٥}، وروبير دو شستر (Robert de Chester) يُعطي العنوان: «كتاب الجبر والمقابلة»^{٢٦}، ولا يشدّ غيوم دو لونا (Guillaume de Luna) عنهما.

٢٢ ابن النديم، الفهرست، ص ٣٣٨ و ٣٤٠-٣٤١.

٢٣ أبو كامل، «كتاب في الجبر والمقابلة»، مخطوط اسطنبول قره مصطفى باشا، ٣٧٩، الورقة ٢ وجه.

٢٤ سنان بن الفتح، «كتاب في المال والأعداد المناسبة»، مخطوط القاهرة، دار الكتب، رياضة ٢٦٠، الورقة ٧٥ ظهر.

٢٥ انظر: Barnabas B. Hughes, «Gerard of Cremona's Translation of al-Khwarizmi's al-Jabr: A Critical Edition», *Mediaeval Studies*, vol. 48 (1986), pp. 211-263, cf. p. 233.

٢٦ انظر: Barnabas B. Hughes, *Robert of Chesters Latin Translation of al-Khwarizmi's al-Jabr: A New Critical Edition*, coll. Boethius XIV (Stuttgart: Steiner Verlag Wiesbaden, 1989).

يتألف كتاب الخوارزمي هذا، من كتابين متساويين في الحجم. الكتاب الأول مُخَصَّص لنظرية المعادلات وللحسابات الجبرية، وحلّ المسائل المختلفة بواسطة نظرية المعادلات، ولتطبيق هذه النظرية على المسائل الهندسية. أما الكتاب الثاني فيحمل عنوان «كتاب الوصايا»، ويعالج مسائل الإرث والوصايا بحسب قواعد الشرع الإسلامي؛ وفي فصوله، يُطبّق الخوارزمي الحساب الجبري على حلّ مسائل تنتمي إلى هذا المجال الفقهي، فيعطي بتصرّفه هذا وضعاً رياضياً - جبرياً - لحساب كان يقوم به من قبله رجال الفقه. ويجب أن ننتبه لأنّ هذا الفعل من قبل الخوارزمي، كان عملاً تأسيسياً لمادة علمية استمرت تنطوّر من بعده، عُرفت تحت عنوان «حساب الفرائض»؛ فقد حوّل الخوارزمي في الكتاب الثاني هذا، وبفضل الجبر، ما لم يكن سوى حسابات فقهية، إلى مادة من الرياضيات التطبيقية تحمل اسماً ما زالت تحتفظ به حتى عصرنا.

١ - التقاليد الحسابية في القرن الثامن للميلاد، وجبر الخوارزمي

١-١ مقدمة

تعرض كتب تاريخ الرياضيات جميعها لمسألة بداية علم الجبر. فهل يمكن بالفعل أن تُنسب إلى هذا العلم بداية؟ وما هي هذه البداية، إن وُجدت بالفعل؟ الأجوبة عن هذا السؤال هي في الغالب عفوية ومُضمرة، وبعضها صريحٌ وناتجٌ من تفكيرٍ وتبصّرٍ إلاّ أنّها تختلف باختلاف المعنى الذي تأخذه كلمة "بداية".

فإذا كان المقصود بهذه الكلمة ابتداء أمرٍ لم يكن موجوداً إلى ذلك الحين، يُشكّلُ مذ ذاك نقطة انطلاقٍ لتيّاراتٍ جديدةٍ من البحث، فإنّ هذا ما ينطبقُ بشكلٍ بديهيٍّ على كتاب الخوارزمي. ففي هذا الكتاب نجد، للمرة الأولى في التاريخ، مشروع مادةٍ رياضيةٍ جديدةٍ مختلفة عن الهندسة وعن علم الحساب. وانطلاقاً من هذا الكتاب فقط، وليس من قبله بتاتاً، تكوّنت تقاليد البحث في الجبر وتطوّرت. وفي هذا الكتاب بالذات أخذت هذه المادة العلمية اسمها.

أمّا إذا كان المقصود بكلمة "بداية"، "أصل" علم الجبر أو "الأصول" التي انحدَر منها، فإنّ المؤرّخ سيجد نفسه أمام هذا السؤال مشدوداً إلى الرجوع في التاريخ إلى ما قبل الخوارزمي وكتابه؛ وبما أنّ أصول الجبر غامضة ومغمورة بين ثنايا مواضيع متفرقة، فسَوى هذا المؤرّخ الجبرَ في أيّ مكان أو زمان، في مصر أو في بابل، في اليونان أو في الهند، أو، إذا ما اعتمد للممة نُتفٍ من هنا وهناك، في هذه الأمكنة والأزمنة جميعها^{٢٧}.

^{٢٧} وغالباً ما نصلاف في كتب تاريخ الجبر عيّلت من هذه الآراء؛ فمنذ ما لا يزيد على عشر سنوات كتب ما يلي: "مسألة المصادر التي كانت متوفرة لدى الخوارزمي في صياغة كتابه الجبري، ما زالت غير واضحة. ولربّما اقتبس الخوارزمي علماً شرقياً، إذ إنّ مسألة استلاده إلى مصادر تعود أصولها إلى بلاد الرافدين أو ذات أصول هندية أو هي مزيج منهما، ما زالت مسألة مفتوحة. وربّما كان هناك تناقل شفهي تقليدي لعلم الجبر تُسمى للخوارزمي الاستقاء منه. ولكن فرضية الاقتباس المباشر من العلوم الإغريقية هي فرضية غير مقبولة؛ فصحيح أنّ الخوارزمي استخدم، كما فعل الإغريق، طرائق هندسية من أجل بناء جذور للمعادلة التربيعية، إلاّ أنّ طريقة معالجته تختلف اختلافاً جوهرياً عن تلك المُسمّاة بـ "الجبر الهندسي"

وبشكل عام شكّلت البساطة التي تبدو عليها التقنيات الرياضية التي استخدمها الخوارزمي في كتابه، دافعاً، بل إغراءً للمؤرخين، جعلهم ينشطون في البحث عن أصول الجبر. إلا أنّ الاندفاع لحلّ "لغز" "الأصول"، سرعان ما يصطدم بغياب الشواهد التاريخية، وبعائق آخر بقي في الظلّ، هو أنّ الخوارزمي لم يكن متمكناً من اليونانية، وأنّ إلمامه بهذه اللغة أو بالأكاديمية لم يكن بأفضل من إلمامه بالسنسكريتية. وبينما كان الباحثون عن الجبر في المؤلفات التي سبقت كتاب الخوارزمي، في غالبيتهم يقفزون فوق هذه العوائق، في مسعى مناقض بالفعل لعلم التاريخ، كان بعضهم، من الأكثر تأثراً بالمنطلقات الفلسفية، ينتهج طريق التحليل الظاهراتي^{٢٨}. ولكنّ هؤلاء، إلى

الإغريقيّ". انظر أقدم المخطوطات اللاتينية في الحساب الهندي حسب الخوارزمي، تحقيق وترجمة وتطبيق منسو فولكرتس:

Die älteste lateneische Schrift über das indische Rechnen Nach al-Hwārizmī, Edition, übersetzung und kommentar con Menso Folkerts, unter Mitarbeit von Paul Kunitzsch, (Munich: Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 1997), p. 13.

وهذا الرأي يُنكر بما كتب في هذا الصدد خلال القرن التاسع عشر وفي بداية القرن العشرين، الذي شكّل ما يُنسب المصادرة حول "ثريّة" مصادر الجبر. لناخذ على سبيل المثال ما كتبه ج. روسكا (J. Ruska) بهذا الخصوص: "تاريخ الرياضيات عند العرب هي من مصادر هندية وإغريقية، انسابت إلى الحياة الفكرية وتغلّطت بواسطة فرّس ولشوريين ويهود؛ وهذه الحقيقة تظهر جلياً من محتوى المخطوطات العربية ومن الانتقال الأدبي، وأيضاً من كونها تتسم مع محريات التخزين التاريخي لمجمل الثقافة الإسلامية" انظر:

J. Ruska, *Zur ältesten arabischen algebra und Rechenkunst* (Heidelberg: Akademie der Wissenschaften Philosophische-historische, 1917), p. 3.

ولن نعد هنا الكتابات التي حذرت من مثل هذه الآراء، انظر مثلاً:

R. Rashed, "L'Idée de l'algebre selon al-Khwārizmī", *Fundamenta scientiae*, vol. 4 (1983), pp. 87-100;

ترجمه إلى الروسية ب. روزنفيلد و أ. ب. يوشكفيتش في كتابهما:

Muhammad Ibn Mūsa al-Khwārizmī, 1200 ans (Moscou: [n. pb.], 1983), pp. 85-108;

ونُرجم إلى العربية تحت عنوان: "تصور الجبر عند الخوارزمي"، المستقبل العربي، السنة ٧، العدد ٧٤ (نيسان/أبريل ١٩٨٥)، ونُرجم إلى الإنكليزية في:

G. N Atiyeh et I. M. Oweiss, eds., *Arab Civilization: Challenges and Responses: Studies in Honor of Constantine K. Zurayk* (Albany, NY: State University of New York Press, 1988), p. 98-111.

²⁸ انظر بشكل خاص:

Jacob Klein, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, translated by Eva Brann; With an appendix containing Vieta's Introduction to the analytical art, translated by J. Winfree Smith (Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1968).

حيث ينتقل الكاتب مباشرة من ديوفانتس إلى سيمون ستيفن (Simon Stevin) دون أن يتوقف عند الجبر بالعربية أو باللاتينية.

أي من الفئتين انتموا، بحثوا عن التشابه بين كتاب الخوارزمي والأعمال التي يُقدّمونها على أنها مصادر له، معتمدين أسلوب المقارنة أو أساليب كيفية أخرى. وفي غياب الأساليب التي تنتمي بالفعل إلى علم التاريخ، تبقى تلك البحوث عن "الأصول" ضرباً من التخمين أو الفرضيات، إن لم نُقل من الوهم.

وهناك أسباب متعدّدة تقف وراء اندفاع المؤرخين، المُضلل في الغالب، في طريق البحث عن أسلاف للخوارزمي في بابل واليونان والهند، مأخوذين فقط بالجانب التقني لعمله، دون التوقف للتأمل في المغزى العميق لمحتواه الرياضي. من هذه الأسباب، انبهارهم بمجدة هذا العمل، إضافة إلى تحيّرهم أمام فرادته؛ فهناك تنافر (إذا صحّ التعبير) بين جدّة المشروع الرياضي، وبين بساطة التقنيات التي يستخدمها (وقد لا يتنبه الإنسان دائماً أن المشاريع النظرية الكبرى تولّد من رجم البساطة). وبالفعل، يبدو كتاب الخوارزمي، مقارنةً بـ "أصول" أقليدس أو بكتاب ديوفنطس الحسابي، ابتدائياً جداً من الناحية التقنية. ولكن، ورغم وجود تقنيات مشابهة أو حتّى مماثلة في المؤلفات الأخرى، فإن المشروع النظريّ المقدم في الكتاب، هو مشروع لم يسبق أن تمّ تصوّره من قبل. وقد تنبّه الرياضيون من خلفاء الخوارزمي المباشرين، كأبي كامل على سبيل المثال، إلى هذا الطابع المزيج للكتاب وأدركوا مدى تأثير الحدث الفريد والحاسم المتمثل بصدوره. ولكنّ تحديد الموقع التاريخي لحدث كهذا، يتطلّب وضعه في سياقه، قبل دراسة تأثير المشروع النظري الذي أتى به هذا الحدث على تصوّر التقنيات الرياضيّة المختلفة. وعند أخذ السياق بالاعتبار، ستظهر تأثيرات التقاليد الرياضيّة القديمة التي طبّعت هذا العمل، كما سيظهر المشروع الجديد الذي دعا إلى تأليفه.

يُصبح من المفهوم إذاً عدم دخول مقدّمنا هذه، في مناهات البحث عن "أصول" كتاب الخوارزمي. ما يهمّنا في هذه المقدّمة هو فقط مشروعه: تأسيس مادّة

رياضية مزودة بوسائلها النظرية وتقنياتها الضرورية؛ وسنطرح عدداً من الأسئلة حول الظروف التي مكّنت من تصوّر ذلك المشروع، وحول كيفية صياغة الخوارزمي له، وكيفية قيامه بتحقيقه، وحول العوائق التي اعترضته. لذا، لن تأخذ دراستنا هذه بالاعتبار، لا التقليد المصري، ولا البابلي، نظراً إلى أن الخوارزمي لم يكن بإمكانه الإلمام بشيء من أيّ من هذين التقليدين عند نهاية القرن الثامن في بغداد. فنعلم مثلاً، أنّ أيّ وثيقة أو مرجع بابليّ لم يصل إلى الخوارزمي، إن مباشرة أو بشكل غير مباشر. أمّا الافتراض بأنّ الموقع الجغرافي يؤمّن استمرار الأفكار، حتّى بعد اختفاء اللغة، فهو أقرب إلى التخيل منه إلى علم التاريخ... ويُحتمل أن تكون بعض المسائل أو بعض التقنيات قد استمرت تنتقل بشكل شفوي من جيل إلى جيل، إلّا أنّ انتقال الرياضيات من دون كتابة أمرٌ تنقصه الدعائم، ولن نُثبتته، على كلّ حال، التشابهات غير الدقيقة.

هذه إذن هي الطريق التي سنسلكها في شرحنا لكتاب الخوارزمي في ما سيتبع من الصفحات. ولكن، بما أنّ كتابات الخوارزمي هي من أوائل المؤلفات الرياضية بالعربية، يُستحسن تفحص لغة كتابه هذا بدقة، بهدف الاهتمام إلى القراءات التي يُمكن أن يكون قد قام بها والتي من شأنها أن تؤثر في مفهومه المعرفي بشكل عام، ومن ثمّ في مفهومه للحبر ولموقعه كعلم ضمن دائرة معارف ذلك العصر. ولا بدّ أن يقترن التزامنا هذا بالاستناد إلى الشواهد التاريخية، ليكون مسعىً تاريخياً وتحليلياً في الوقت نفسه. ولسنا نرى بديلاً لمسعى من هذا النوع، في مثل حالة كتاب الخوارزمي، حيث لم يصلنا شيء من الكتابات الرياضية العائدة إلى القرن الثامن للميلاد. ولقد استطعنا، عبر هذا المسعى رؤية بعض الحثيات التي مكّنت الخوارزمي من تحقيق مشروعه، كما توصّلنا إلى تحديد بعض القراءات التي قام بها وبعض القراءات الأخرى التي يُحتمل أن يكون قد قام بها؛ وعمدنا إلى دراسة احتمال تأثير هذه القراءات في "جبره".

تُظهِر القراءة المتأنية لكتاب الخوارزمي أَنَّ الكاتب استخدم لغة عربيّة وثيقة، يختلف فيها عن معظم الكتابات المترجمة أو التي تأثرت بالكتابات المترجمة. ولا يوجد في المبني اللغوي للحُمل ما قد يوحي بصيغ هندو-أوروبية (يونانية كانت أو فارسيّة أو سنسكريتيّة). ولئن كانت هذه الحجّة سلبية إلاّ أنّها تدلّ على أَنَّ الكتاب قد صيغ مباشرة بالعربيّة، وبلغة خالية من آية بصمة قد تتركها الترجمة.

التعابير المستخدمة في الكتاب، هي أكثر دلالة، يُقسّم الكتاب بشكل طبيعيّ إلى أربعة أقسام. القسم الأوّل هو مقدّمة قصيرة يدهاها الخوارزمي بتمييز الأصناف المختلفة للعلماء، ثمّ يُسجّل عرفانه للخليفة المأمون ويشرح هدفه من وراء تأليف كتابه. قارئ هذه المقدّمة لا بدّ أن يرى فيها قطعة أدبيّة تكشف عن الثقافة العالية لكاتبها وعن ممكّنه من لغته وعن غنى ألفاظه.

أمّا في القسم الثاني، فالمشهد يختلف تماماً؛ نجد في هذا القسم أسس الحساب الجبري، ونظرية المعادلات الجبريّة من الدرجتين الأولى والثانية وتطبيق هذه النظرية على حلّ العديد من المسائل. واللغة في هذا القسم ليست لغة الأدب؛ بل هي، مع كونها صحيحة جدّاً، لغةً مختلطة، تتألف ألفاظها من تعابير جبريّة وحسابيّة وهندسيّة. يبدأ هذا القسم بإدخال التعابير الأوّليّة للجبر وهي: المجهول، الذي يشير إليه الخوارزمي بكلمة "شيء"، وأيضاً بكلمة "جذر"، ومربّع المجهول الذي يُشير إليه بكلمة "مال"؛ و"العدد"؛ و"الكسر" (وجمعهم "كسور")؛ وكلمة "عدّل" (بمعنى عادّل أو ساوى). كما يُدخل عمليّات الجَمْع، والطَّرْح والضرب والقِسْمة واستخراج الجذر، إضافة إلى عمليّتي "الجبر" (الترميم) و"المقابلة" (الاختزال). ولكنّ هذه التعابير، مثلها مثل كلّ التعابير المستخدمة في هذا القسم، تنتمي إلى الألفاظ القديمة والتقليديّة. كلّ ما قام به الخوارزمي في هذا القسم، هو أنّه استخدم الكلمات الموجودة، فحافظ على معاني بعضها، وأضفى معنىً تقنيّاً على بعضها الآخر. التعابير التي تدلّ على

العمليات الحسابية أو على الأعداد الصحيحة أو الكسور، هي التعابير نفسها التي استخدمها أسلاف الخوارزمي، وبالمعنى ذاته؛ أمّا بعض الكلمات مثل كلمة "شيء" فهي تنتمي إلى اللغة المتداولة، ولكنها اكتست معنىً تقنياً جديداً. فكلمة شيء هي بحسب نحوّي ذلك العصر "أنكرُ النكرات"، أي أنّ تحدّدها هو الأكثر صعوبة. وفي العلوم الإلهية، تدلُّ هذه الكلمة على وجود، أكيد، إلّا أنّ معرفتنا به غير محدّدة. فيُنسب مثلاً إلى اللغوي من القرن الثامن الخليل بن أحمد، أنّه قال بخصوص الله: "هو شيء شيء، ولا شيء لاشيء، وشيء لا شيء، ولا شيء شيء" ^{٢٩}، وهي تعابير تقتزن وتتوالى كما في "جدول حقيقة منطقي". من هنا يُصبحُ مفهوماً سبب اختيار هذه اللفظة من قِبَل الخوارزمي للدلالة على المجهول الجبري.

كانت اللغة الحسابية في هذا القسم من الكتاب إذن، كما في الأقسام الأخرى، مأخوذة من المعجم اللغوي المصاغ قبل الخوارزمي، ومن الأعمال الأدبية لأسلافه؛ إلّا أنّ المصطلحات الهندسية كانت لغة الهندسة المستوية؛ وهناك من المؤشّرات ما يجعلنا نظنّ أنّ هذه التعابير الهندسية تنطلق من الترجمة حديثة العهد لمؤلّف أقليدس "الأصول"؛ وهذا أيضاً ما يوحى به القسم الثالث من الكتاب، المخصّص للمساحة ("باب المساحة").

يتناول القسم الرابع من الكتاب مسائل في الإرث والوصايا. لغة هذا القسم مختلطة أيضاً، وألفاظه مجموعة من التعابير الجبرية أو الحسابية أو الفقهيّة، وهذه الأخيرة مأخوذة من مصطلحات فقهاء القرن الثامن للميلاد، الذين يذكر الخوارزمي، صراحةً، شيخ إحدى مدارسهم، أبا حنيفة. والأمثلة التي تؤكد ذلك عديدة بالفعل.

هذا التنوّع في الألفاظ، الذي يظهر للقارئ على امتداد الكتاب، لا يدلّ، على الأقلّ للوهلة الأولى، على أيّ انتساب له من الناحية اللغوية، إلّا إلى كتابات لغويّة

²⁹ انظر: حمزة بن الحسن الأصفهاني (٢٨٠هـ - ٣٦٠هـ - ٩٧١م)، كتاب التنبية على حدوث التصحيح، تحقيق سعد طلس؛ راجعه أسماء الحمصي وعبد المعين الملوحي (بيروت: دار صادر، ١٩٩١)، ص ١٢٢.

القرن الثامن وحسابييه وفقهائه، كما إلى ترجمة "أصول" أفقليدس. ولكن قراءة الكتاب لا تلبث أن ترسم دروباً للبحث، تؤدّي كلّها إلى ذلك القرن وإلى مختلف المجالات التي يمكن أن تلتقي فيها الطرائق الجبريّة أو الجبريّة-الأوّليّة، أو ما قبل الجبريّة، أي مختلف التقنيّات الحسابيّة التي ينبغي تحديدها. لذا لا بدّ لنا من البدء بالتوقّف للنظر في الصورة التي بدا عليها العلم في القرن الثامن، التي قد تكون أثّرت في الخوارزمي لدى إعداد هذه المادّة العلميّة الجديدة.

١-٣ الخوارزمي وثقافة القرن الثامن للميلاد

الثقافة العلميّة للخوارزمي في بداية شبابه، كانت تلك التي تتيحها المعارف المتوفّرة في النصف الثاني من القرن الثامن. فلا بدّ إذن من التساؤل حول الكتب الحسابيّة التي كانت متوفّرة في تلك الحقبة من الزمن. وهنا سنواجه عقبة تتمثّل بندرة الوثائق التي بقيت حتّى عصرنا. وهذه النُدرة لا تعود إلى الفقدان المأساوي للمخطوطات العربيّة فحسب، ولكنّها تعكس صفة من الصفات التي طبّعت النشاط العلميّ لذلك العصر. وقد سبق أن درسنا هذا الموضوع في مقال غير مقالنا هذا، نكتفي هنا بالتذكير بالأساسي منه.

الحقول العلميّة التي كانت موضوعاً للبحث الخلاق في القرن الثامن للميلاد، هي تلك التي يمكن للبعض في أيامنا هذه نعتها بالعلوم الاجتماعية والإنسانيّة. فقد عولج علم اللغة بجميع ميادينّه: علم الأصوات الكلاميّة، علم الصرف اللغوي، علم العروض، علم تأليف المعاجم، ...؛ وعولج مجال التاريخ والموادّ المساعدة في هذا المجال كنقد الشواهد التاريخيّة ونقد رجال التاريخ، ...؛ وعلم الحساب وتقنيّاته؛ وعلم تفسير النصوص الدينيّة وتقنيّاته؛ والعلوم الإلهيّة العقلانيّة التي تناقش أيضاً مسائل نشأة الكون، ومسائل في علوم الطبيعة (الفيزيائيّة) وفي المنطق، ...؛ كما عولجت حقول مختلفة في الفقه، بما فيها "أصول الفقه". إنّها إذن الحقول العلميّة التي كانت معروفة في

ذلك العصر تحت عنوان "علوم العرب" أو "علوم النقل"، أي تلك المتعلقة بالنبوة، وإن كانت هذه الحقول علمانية. استحباب هذا النشاط العلمي لمطالبات اجتماعية متجذرة في عمق طبيعة المجتمع الجديد (الإسلامي) وفي معتقداته.

صحيح أن الطب كان له علماء، كما كان هناك علماء في الخيمياء والزراعة والعلوم الأخرى التي أدخلت خلال ترجمة المعارف البيزنطية مثل الطرائق الحسابية ومسح الأراضي والإدارة العسكرية، كما جرى الاهتمام ببعض عناصر علم الفلك. ولكن الحركة الكثيفة في البحث والترجمة في المجالات التي سُميت في حينها "علوم الأوائل"، لم تظهر إلا مع بداية القرن التاسع للميلاد. عُرفت هذه المجالات العلمية أيضاً تحت اسم "العلوم العقلية" وكانت تضم علم الفلك والرياضيات والفلسفة والطب والخيمياء وغيرها.

ولا بد من التذكير بأن انطلاق هذه الحركة من الترجمة والبحث، كان يرتبط ارتباطاً وثيقاً بحركة البحث المجدد والمبدع في العلوم الاجتماعية والإنسانية؛ وكان يستمد قوته ونشاطه من تكون فئات اجتماعية من سكان المدن تطلب هذه "العلوم العقلية". فقد نتج من الأعمال العديدة في علم اللغة والفقه والعلوم الإلهية، خلال النصف الثاني من القرن الثامن للميلاد بشكل خاص، تشكّل وسط يتلقف العلوم الجديدة ويهتم بها. هذه الفئات الاجتماعية قدّمت للعلماء لغة حاضرة، قادرة على التعبير عن كلّ المعارف، كما طرحت عليهم أسئلة تستدعي الإجابة عنها القيام بأبحاث جديدة. ومن جهة أخرى كانت الفئات الجديدة من الإداريين، الذين كانوا يُعرفون بالـ "كُتّاب"، تحتاج من أجل تكوين أجهزتها البشرية، إلى علم الحساب وإلى لغة تتناسب مع متطلباتها، كما إلى ثقافة عامة في مختلف فروع المعرفة. وكان للدولة أيضاً متطلبات في علم الفلك والجغرافيا وفي تقنيات التنظيم المدني. ولا نقصد من هذا التذكير، التوقف لشرح هذا الوضع الجديد، بل الإشارة إلى هذه المستجدات التي

شكّلت مناحاً خصباً لعدد من الأساطير والروايات، مثل "حُلم الخليفة المأمون"، التي من شأنها إلقاء الضوء على أسباب هذه الحركة الكثيفة من الترجمة والبحث³⁰.

وكان لتطوّر العلوم الاجتماعية والإنسانية ولصلاقتها بعلوم القدماء تأثيرات، من بينها تعديل التصوّر القلم لدائرة المعارف وتعديل متطلبات المعرفة اليقينية. فأضحى لعلوم الفقه والمختلف فروع علم اللغة مكانها جنباً إلى جنب مع العلوم الأخرى في دائرة المعارف الجديدة. ولاحقاً، عبّرت أعمال بعض الفلاسفة، مثل كتاب إحصاء العلوم للفارابي³¹، عن هذا التنظيم الجديد لدائرة المعارف وعن معايير تصنيف العلوم.

ولكنّ دمج هذه الفروع من العلوم الاجتماعية والإنسانية ضمن دائرة المعارف، فرض بدوره، إعادة صياغة معايير المعرفة اليقينية. فعلم تأليف المعاجم، مثلاً، علّم بقيّ لآته يركّز على معرفة بعلم الأصوات وبالتوافق؛ ولكنّ هدفه خارجي وهو تأليف قاموس للغة العربية؛ فهنا لا تتناقض "الغاية المعرفية" مع "التقنية" المستعملة بحيث ينفي أحدهما الآخر، ويجوز للمعرفة اليقينية أن يكون هدفها موجوداً خارج نطاقها. وسوف نرى أنّ هذه العقلانية الجديدة كانت في أساس إعداد الحقول العلمية الجديدة، كالجبر. هذا هو المناخ

³⁰ انظر:

R. Rashed, "Problems of the Transmission of Greek Scientific Thought into Arabic: Examples from Mathematics and Optics," *History of Science*, vol. 27 (1989), pp. 199-209;

التي أعيد نشرها في:

R. Rashed, *Optique et Mathématiques: Recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe* (Aldershot: Variorum, 1992), vol. I;

ونظر للمؤلف نفسه: "Greek into Arabic: Transmissiom and Translation"، في:

James E. Montgomery, éd., *Arabic Theology, Arabic Philosophy: From the Many to the One: Essays in Celebration of Richard M. Frank*, Orientalia Lovaniensia Analecta; 152 (Louvain; Paris: Peeters, 2006), pp. 157-196.

ونظر أيضاً:

Dimitri Gustas, *Greek Thought, Arabic Culture: The Graeco-Arabic Translation Movement in Baghdad and Early Abbāsid Society (2nd-4th/8th-10th Centuries)* (London; New York: Routledge, 1998).

³¹ أبو نصر محمد بن محمد الفارابي، إحصاء العلوم، حققه وقم له وعلق عليه عثمان أمين (القاهرة: دار الفكر العربي، ١٩٦٨).

الثقافي، أي السياق الذي جرى فيه التكوّن العلمي للحوارزمي. تبقى علينا الإجابة عن أسئلة تتعلق بما قد يكون الحوارزمي تعلّمه من أسلافه وأثر في تصوّره للحجر. نبدأ بتفحص ما قد يكون يدين به تجاه العلوم الاجتماعية والإنسانية، ومن ثمّ نلتفت إلى الوسائل الحسابية والجبرية المستخدمة في كتابه.

١-٤ الحساب عند اللغويين: التصنيف القبلي والتحليل التوافقي

الخليل بن أحمد (٩٥هـ/٧١٨م - ١٧٠هـ/٧٨٦م) اسمٌ يحتلّ المكان الأبرز في العديد من فصول علم اللغة العربية. كان الخليل بن أحمد رياضياً ومن رجال علم الموسيقى، وكان المؤسس لعلم الأصوات الكلامية العربي، وعلم العروض، وعلم الصرف اللغوي، والنحو وعلم تأليف المعاجم. كما ترك لنا دراسات في علم التشفير* وعلم الحساب. وقد طرح هذا العالم، في أبحاثه في العروض والصرف وتأليف المعاجم بشكل خاص، فكرة أساسية تقضي باعتماد تصنيف استنفادي، قبلي، يُعتمد ويستمر الانطلاق منه باستخدام التوافق. ولكي نُلقي الضوء على مسعاه هذا، سنكتفي هنا بمثل واحد هو تأليف المعجم.

مشروع الخليل واضح ومحدّد، وهو تحويل ممارسة المعجميين من ممارسة تجريبية عشوائية إلى ممارسة عقلانية، وتوسيع هذه الممارسة بحيث تجتمع جميع ألفاظ اللغة في كتاب واحد. وهذا المشروع يتطلب تعداد كلمات اللغة بطريقة استنفادية، ويتطلّب من جهة أخرى العمل على أن يكون هناك تقابل بين مجموعة الكلمات ومجموعة خانات المعجم. هنا أعدّ الخليل نظريته التي يمكن تلخيصها كما يلي: اللغة (الفعليّة) هي القسم المُحقّق لفظياً من ضمن لغة مُمكنة. ويتمّ الحصول على كلمات اللغة الممكنة بتوفيق الأحرف وتبديلها. أمّا كلمات اللغة المُحقّقة فهي الكلمات من اللغة الممكنة، التي تستجيب لقواعد القبول اللفظي والتي تُستخدَم بالفعل. لذلك يجد

* لو علم "التصنيف"، أي علم الكتابة بواسطة الرموز (بما فيها حروف اللغة)، ولفظ الكتابة المشفرة، أي المصاعغة بالرموز (المترجم).

المعجمي نفسه أمام مهمّتين: الأولى مهمّة تعتمد التوافيق فحسب، والثانية تتعلّق بالألفاظ اللغويّة. ويُضيف الخليل إلى هاتين المهمّتين الرئيستين اللتين تهماّنا هنا، مهمّات أخرى تتعلّق بالتاريخ وبلغات الأعراق وغيرها.

يبدأ الخليل بالتذكير بأنّ جذور الكلمات العربيّة هي من حرفين على الأقلّ ومن خمسة حروف على الأكثر. فتتساق حروف الأبجدية الـ ٢٨، r لـ r ، حيث r عدد طبيعي بين الاثنين والخمسة، $2 \leq r \leq 5$ ، يعطي مجموعة جذور الكلمات، ويُعطي بالتالي مجموعة كلمات اللغة الممكنة؛ وهناك قسمٌ واحدٌ من هذه المجموعة يُحدّده اللفظ، أي مكوّن من عناصر مقبولة كالألفاظ كلاميّة، هو الذي سيُشكّل اللغة (الفعليّة). فلتأليف المعجم، ينبغي إذن أن نبدأ بتأليف اللغة الممكنة، التي منها نستخرج جميع كلمات اللغة الحقيقيّة، باحترام قواعد اللفظ المذكورة. لذا، ومن أجل تأليف معجمه، بدأ الخليل بحساب عدد التوافيق دون تكرار، لأحرف الأبجدية r لـ r حرفاً، حيث r عدد طبيعي يقع بين 2 و 5، ومن ثمّ حَسَب عدد التباديل لكلّ زمرة مؤلّفة من r أحرف؛ وبعبارة أخرى قام بحساب الأنساق التالية

$$A_n^r = r! \cdot C_n^r$$

حيث $n = 28$ و $2 \leq r \leq 5$.

وسيجد الخليل من خلال التحليل اللفظي الذي أجراه، الشروط الضروريّة للتعرف، من بين كلمات اللغة الممكنة، على الكلمات التي يمكن أن تكون فعليّة. ولكنّ بعض الكلمات التي تحقّق هذه الشروط، قد لا تكون بالضرورة كلمات مستعملة. وهنا يأتي دور علم لغات الأعراق، ودور معرفة الأدب السابق للإسلام وأدب القرن الأوّل من الإسلام، والقرآن وغيرها من الكنوز اللغويّة التي تسمح بالتمييز بين الكلمة المستعملة وغير المستعملة أو "المُهْملة". ويجب أن نلاحظ أنّ دراسة الأصوات الكلاميّة هذه، سمحت للخليل باكتشاف إحدى صفات العربيّة واللغات الساميّة بشكل عام، وهي صفة كان لها دور أساسي في مشروعه. فقد اكتشف طابعاً يتعلّق بصرف اللغة العربيّة، أي بأهميّة الجذر (المصدر) في تكوين

الكلمة، كما اكتشف العدد المحدود نسبياً لهذه المصادر (الجنور). فالجذر، تجميع لحروف صامتة (دون الحروف الصوتية أو حروف العلة)، ذو معنى ترتبط به في الغالب معاني كلمات السلسلة المرتبطة به. وهذا التجميع لا يمكن أن يظهر كوحدة نظرية في التحليل اللغوي، قبل التمييز السابق بين المعنى والدلول اللفظي من جهة، وحروف العلة والحروف الصوامت من جهة أخرى. وهذه الجنور أشكال محدودة هي الأشكال الأربعة التي أتينا على ذكرها؛ فهي على الأكثر حماسية الأحرف، وفي غالبيتها العظمى ثلاثية الأحرف. ممكّن الخليل إذن، بواسطة هذا التحليل، من تصوّر مشروعه ومن تصوّر وسائل تحقيق هذا المشروع. من بين هذه الوسائل نذكر إمكانية إهمال التشكيل* التي يؤدي إدخالها إلى توافق أكثر تعقيداً بكثير. هذا التحليل قدّم إلى الخليل قواعد التعارض بين المقاطع الصوتية داخل الجذر الواحد. ولا نجد المكان هنا مناسباً لكي نعرض بالتفصيل قواعد هذا التعارض، فلنذكرها إذن باختصار: لا يجوز للحرفين الصامتين الأوّلين من المصدر أن ينتميا إلى الفئة الموضعية ذاتها، ولا (في الغالب) إلى فئتين موضعيتين متحاورتين. وتنطبق القاعدة ذاتها على الحرفين الصامتين الآخرين من المصدر، إلّا أنّ بإمكانهما أن يكونا متشابهين (الحرف نفسه). ويتم اشتقاق الكلمات من مصادرها وفقاً لمخططات منتهية؛ وهذه المخططات (أو الأشكال) هي نفسها كائنات توافقية. وسيتمّ التعرف على هذه المخططات وتوافقها في مرحلة لاحقة من مراحل البحث، أي عندما سيُعتبر علم الأصوات وعلم الصرف العربيّين، علمين قائمين بذاتهما، لا علمين مُلحقين بعلم بناء المعاجم؛ هذا ما سيحصل في أعمال تلامذة الخليل بن أحمد وخلفائه.

لم يحافظ كتاب العين³² على مكانته إلى ما بعد الخليل فحسب، بل أصبح نموذجاً لتقليد طويل. باختصار، يمكن اعتبار أي معجمي في العربية، بشكل ما، تلميذاً

* أي تشكيل "لحروف داخل الجذر الواحد، بالضمّ أو الفتح أو الكسر (المترجم).

³² أبو عبد الرحمن الخليل بن أحمد الفراهيدي، كتاب العين، تحقيق مهدي المخزومي وإبراهيم السامرائي (قم: دار الهجرة، ١٩٨٥-١٩٩٠)، ومهدي المخزومي، الخليل بن أحمد الفراهيدي: أصله ومنهجه (بيروت: إ.د.ن.، ١٩٨٦).

للخليل بن أحمد. وصحيحٌ أن من أتوا بعده قاموا بتصحيح الأخطاء التي ارتكبها لدى تجميعه للكلمات الفعلية، كما قاموا بتنويع شكل المعجم وتحسين تأليفه، إلا أن الطريقة بقيت في الأساس نفسها. وسنكتفي هنا بالنظر إلى واحد فقط من خلفائه، كمثل، هو ابن دُرَيْد. وُلد هذا المعجمي سنة ٢٢٣هـ/٨٣٤م، بعد أقل من نصف قرن على وفاة الخليل، وكان مثله عضواً في مدرسة البصرة. ألف ابن دُرَيْد كتاباً بعنوان *الجمهرة*^{٣٣}، عَمِد فيه إلى حساب العدد n^r حيث n هو عدد أحرف الأبجدية ($n = 28$)، وحيث $1 < r \leq 5$. والتزم تنقية مختلف فئات الأشكال التي يُعطيها تجميع الأحرف اثنين لاثنين، وذلك تبعاً لاحتوائها أو عدم احتوائها للأحرف غير المقبولة (الياء والواو والهمزة) أي تبعاً لمبدأ صَرَفِيّ. ولتوضيح هذه الفكرة نستعيد حسابه في الحالة $r = 2$. في هذه الحالة يحصل على $784 = n^r$ شكلاً، يطرح منها 28، وهو عدد الأشكال التي تتألف من حرف واحد فقط، مكرّر، فيبقى $756 = 28 \times 27 = A_{27}^r$.

ويشير ابن دُرَيْد إلى أن الأشكال الـ ٢٨ هذه، لا تتغيّر بالـ "القلب" أي أنّها لا تتأثر بالتبديل. ثم يقوم بفحص صَرَف كلّ الأشكال، فيجد $600 = 24 \times 25 = A_{25}^2$ شكلاً خالياً من أيّ حرف غير مقبول، و150 شكلاً في كلّ منها حرف غير مقبول، و6 أشكال في كلّ منها حرفان غير مقبولين، و3 أشكال في كلّ منها حرف غير مقبول يتكرّر مرتين. ثم يتابع ابن دُرَيْد حسابه فيما يخصّ الأشكال ثلاثية الأحرف، ورباعية الأحرف وحماسيتها. وقد اعتبر كما الخليل من قبله، وبشكل صريح، دراسته التوافيقية هذه عملاً حسابياً، أو كما قال "ضرباً من الحساب":

³³ أبو بكر محمد بن الحسن بن دُرَيْد، *جمهرة للغة*، حققه وقدم له رمزي منير البعلبكي، ٣ ج (بيروت: دار العلم للملايين، ١٩٨٧)، ج ١، ص ٤٨-٥١، وج ٣، ص ١٢٣٨-١٢٣٩.

"وأنا مُفسِّر لك ما يرتفع من الأبنية الثنائية والثلاثية والرابعة والخامسة إن شاء الله بضرب من الحساب واضح"³⁴

تواصل هذا التقليد خلال ما يقارب الألف عام عبر عدد لا بأس به من المؤلفات التي وضعها أدباء مثل السيوطي³⁵، والمعجم مثل مقاييس اللغة لأحمد بن فارس ولسان العرب لابن منظور وقام العروس لابن الزبيدي وغيرها. لم يكفِ المعجميون إذن كما رأينا، بالقيام بدراسات توافيقية ولكنهم حصلوا على الصيغ الأولية من هذا الفصل الرياضي الجديد، وهي، كما يُرمز إليها في عصرنا، التالية:

$$n!, n', P_n, A_n', C_n'$$

ومنذ الخليل، اعتبر المعجميون هذه العمليات وهذه التعابير من "ضروب الحساب"؛ فكان أوّل عنوان أعطي لهذا الفصل الحسابي من التحليل التوافيقي، عنواناً حساسياً. وكان من الطبيعي أن يفرض الحساب التوافيقي نفسه خلال السعي لإيجاد حلّ نظريّ لمسألة عمليّة هي مسألة تأليف المعجم. وفي هذه الحالة، ظهر كلام اللغة كحقلٍ مُفضّل للقيام بهذا الحساب الجديد ولتطبيقاته. ويمكن اعتبار هذه الظاهرة مرافقة بشكل ما لتاريخ التحليل التوافيقي الابتدائيّ. فمجموعة كلمات اللغة هي أحد الحقول التي تُوجد مباشرة. يمتناول الباحث والتي تتحقّق فيها صفتا التقطّع والانتهاء* لأنّ الأحرف هي كائنات متقطّعة ومنتهية العدة**. ولاحقاً لجأ الجريون والباحثون

³⁴ المصدر نفسه، ج ٣، ص ١٣٣٨. ويذكر عبد الرحمن جلال الدين السيوطي هذا النصّ نفسه في كتاب المزهر في علوم اللغة وأنواعها، شرحه وضمّنه وعلّق موضوعاته وعلّق حواشيه محمد أحمد جاد المولى وعلي محمد البجاوي ومحمد أبو الفضل إبراهيم (القاهرة: دار إحياء الكتب العربية، إ.د.ت.)، ص ٧٢.

³⁵ انظر: المصدر نفسه.

* التقطّع هو الترجمة العربية لكلمة Discretion؛ والانتهاء (Finitude) هي صفة المجموعة ذات العدد المحدود من العناصر (المترجم).

** لو العدد، أي ذات العدد المحدود من العناصر (المترجم).

في نظرية الأعداد، إلى اللغة لينهلوا منها الأمثلة والإشارات والطرائق التي تمكنهم من توضيح توافيقهم، هذه التوافيق التي يبدو أنهم تصوّروها بمعزل عن اللغويين.

ولم يكن تأليف المعاجم المجال العلمي الوحيد الذي استدعى تكونه إعداد أعمال في التوافيق؛ فلقد كان المسار هو عينه فيما يخص مجال العروض الذي خاضه وتابع العمل فيه الخليل؛ وتُنسب أيضاً إلى الخليل نفسه إحدى أوائل الرسائل في مجال علمي آخر بدأ بتشكّل كمادة علمية مستقلة ابتداءً من ذلك العصر هي علم التشفير ("التممية") وتحليل الرموز³⁶. هذه المواد العلمية ترتبط بشكل قويّ بالأبحاث في علم اللغة، ولكنها لا تنتمي كلّها إلى هذا العلم. لذلك قام عدد كبير من اللغويين، على امتداد قرون من الزمن، بتأليف أعمال في علم التسمية وتحليل الرموز. ففي هذين المجالين، كما في مجال العروض، يُطرحُ الحلُّ النظريّ للمسألة العملية التي هي اختراع خوارزميات* فعالة من شأنها أن تُخفي عن كلّ شخص يجهلها، معنى أيّ رسالة أو أيّ نص مكتوب بحسبها (أي بحسب هذه الخوارزميات). لذا أُطلق على هذه المادة اسم "علم التسمية"، من الفعل "عَمِيَ" أي فقد بصره كلياً. ويجدر أن نذكر بأن هذا العلم وصل في القرن التاسع على أبعد تقدير، ومع الكندي، إلى أن يأخذ اسماً يُعرف به، إضافة إلى مفردات تقنية خاصة به³⁷.

شهدت الفترة الواقعة بين النصف الثاني من القرن الثامن للميلاد وبداية القرن الذي تلاه، بناء باقة من المواد العلمية (تأليف المعاجم، والصرف، والعروض، والتسمية، وتحليل

³⁶ انظر: أبو بكر محمد بن الحسن الزبيدي، طبقات الفحوليين واللغويين، تحقيق محمد أبو الفضل إبراهيم، نخبة العرب ٥ (القاهرة: دار المعارف، ١٩٧٣).

* تستعمل كلمة خوارزمية (Algorithm) بمعناها المصري المتداول وهو: طريقة حسابية عملية.

(انظر ملحوظة المترجم، السابقة للملحوظة رقم ١، فصل "المقدمة" (المترجم).

³⁷ انظر:

(الرموز ...) التي تُطَبَّق طريقة جديدة. القاعدة الأولى من قواعد هذه الطريقة هي تحديد مجموعة من العناصر المنتهية والمتقطعة. القاعدة الثانية هي تحديد توافق تسميح بأن نحصل قَبْلِيًّا، أي قَبْلَ أيّ انتقاء واعٍ، على "العناصر الممكنة"، انطلاقاً من عناصر المجموعة كلّها. القاعدة الثالثة هي أن نأخذ العناصر (أو الحالات) الممكنة ونعزل من بينها تلك التي تكون فعلية أو "مقبولة" نسبة إلى معايير القبول المفروضة في الحقل العلمي الذي يجري فيه العمل. التصنيف المُسبق أو القَبْلِيّ، للعناصر الممكنة، ذو طبيعة شكلية، إذ إنه يتمّ بمعزل عن معاني هذه العناصر "الممكنة". وهذا ما يُفسّر لنا السبب الذي دعا علماء ذلك العصر إلى اعتبار التوافق من هذا النوع ضرباً من ضروب الحساب. ولكن هذه المنهجية الجديدة هي في الوقت عينه نظرة معرفية جديدة تحمل فكرة عن العلم تختلف عن تلك التي أوروها التقليد اليوناني. هذه النظرة المعرفية الجديدة تعكس تنظيماً لعلم الوجود يختلف عن ذلك الذي نجده في المعارف الأفلاطونية والأرسطوطاليسية. فهي لا تتماهى مع النظرة "الواقعية" التي ترى في اللغة تقليداً قريباً من اللغة الممكنة، ناقصاً ولا تتماهى أيضاً مع المفهومية التي تُعطي الأولوية إلى الوحدات اللغوية المنفردة، التي نستخلص منها، بالتحديد، اللغة الممكنة.

هذا التصوّر نفسه، للعلم وللموضوعه، المزوّد بالطرائق نفسها، هو الذي نجده مجدداً في كتاب الخوارزمي، قبل أن يحتاج مجالات رياضية أخرى في الجبر أو في الهندسة أو في نظرية الأعداد. وليس من المهم أن نعلم ما إذا كان الخوارزمي تبنّى مفهوم عصره هذا أو أنه تأثر به. المهم بالمقابل هو أنّ هذا المفهوم مع الطريقة التي رافقته، هما شرطان لإمكانية وجود جبر الخوارزمي. فقد بدأ الخوارزمي، كما فعل اللغويون وعلماء تحليل الرموز، بتصنيف مسبق لكائنات جبره، بواسطة وسائل توافقية. ولكن، كان يلزمه من أجل تحقيق ذلك (تماماً كما كان يلزم اللغويين والآخرين) تصوّر شكليّ (صوريّ) للتعبير التي يُحرر عليها التوافق، أي تصوّر ذو وجود محايد. وقد كان بالفعل تصوّره للـ "شيء" وللـ "مربع" ("المال") يستحيب لهذا الاقتضاء. فبإمكان "الشيء" أن يكون عدداً، أو قطعة من خطّ مستقيم، أو أي عِظَمٍ آخر. هذا الأمر فهمه تماماً خلفاء الخوارزمي من الرياضيين والفلاسفة كالفارابي.

وبعد أن أمّن الخوارزمي الوجود الشكلي للتعابير، أدخل المساواة والعمليات الابتدائية لعلم الحساب، وقام بتوافق، اثنين لاثنين، للتعابير الثلاثة التي هي "الشيء" و"المال" و"العدد المفرد" (أي، على التوالي، x و x^2 و n ، بحسب كتابة عصرنا، حيث n هو الحدّ الثابت في المعادلة)، فحصل على مجموعتين من التوافق:

$$\begin{cases} bx = ax^2 \\ n = ax^2 \\ n = bx \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} ax^2 = bx \\ ax^2 = n \\ bx = n \end{cases}$$

هما بالنسبة إلى الجبريين مجموعتان متطابقتان لأن ما يهّمهم هو المعادلات فحسب. وعند توفيق التعابير، ثلاثة لثلاثة، نحصل على أربعة مجموعات من المعادلات هي:

$$\begin{cases} n = bx + ax^2 \\ bx = n + ax^2 \\ ax^2 = n + bx \end{cases} \quad \begin{cases} bx + ax^2 = n \\ n + ax^2 = bx \\ n + bx = ax^2 \end{cases} \quad \begin{cases} n = ax^2 + bx \\ bx = ax^2 + n \\ ax^2 = bx + n \end{cases} \quad \begin{cases} ax^2 + bx = n \\ ax^2 + n = bx \\ bx + n = ax^2 \end{cases}$$

حيث تتطابق مجموعتا المعادلات الأولى والثانية (من اليمين إلى اليسار) وكذلك المجموعتان الثالثة والرابعة (كمجموعتي معادلات)، أمّا الثالثة فتعود إلى الأولى، كما يلاحظ الخوارزمي³⁸ الذي يكتب بعد ذلك:

"ووجدت هذه الضروب الثلاثة، التي هي: الجنور والأموال والعدد، تقترن، فيكون منها ثلاثة أجناس مقترنة وهي: أموال وجنور تعدل عدداً وأموال وعدد تعدل جنوراً وجنور وعدد تعدل أموالاً"³⁹.

³⁸ هذا الشكل من التصنيف فرض سبب بديهي هو رفض مساواة ذي حثين أو ذي ثلاثة حدود بالصفر. وقد توصل هذا الفرض على امتداد قرون من الزمن، ولجد آثاراً له حتى في كتاب "الهندسة" لديكارت. وهذا الشكل فرض بدوره تبييراً في طريقة الحلّ وبرهانه عند الانتقال من نوع من المعادلات إلى نوع آخر، وإن كانت الأفكار الأساسية هي نفسها في جميع الحالات.

³⁹ انظر للنص فيما يتعلق، ص ١٦٩، ص ٢-٤.

وهكذا يحصل على الأنواع "الطبيعية"^{*} الستة من المعادلات، متأكداً من عدم وجود أنواع أخرى، متفادياً الترداد والإسهاب. هذا النهج الذي اتبعه الخوارزمي، المستوحى دون ريب من أسلافه ومعاصريه الذين عملوا في مجالات علمية أخرى، لا يمكن رده إلى ما قد نجد في تقاليد علمية أخرى: تقاليد البابليين، أو ديوفنطس، أو هيرون أو آريهاطا أو برهغوبتا، ... فلم يجد الخوارزمي هذه المعادلات بمناسبة حلّه لمسألة ما أو لبعض المسائل، بل إن التصنيف عنده سبق المسائل. وقد تعمّد إدخال التصنيف كمرحلة أولى ضرورية فرضها بناء نظرية للمعادلات من الدرجتين الأولى والثانية، مُعَدَّة لتُصَبِّح في القلب من حقل من حقول الرياضيات. لذا، لا يُمكن فهم مشروع الخوارزمي، إذا لم ننتبه إلى ترتيبه الشكليّ هذا.

لكن، وقبل أن نعود إلى هذه النظرية الرياضية، يُستحسن أن نتوقف عند المسائل الرياضية التي يُطلَب من هذا الحساب الجديد في الجبر أن يحلّها، بحسب ما يؤكد الخوارزمي نفسه؛ كما ستوقّف عند سؤالين: متى طُرِحت هذه المسائل وما هي الحقول العلمية التي أدّت إلى طرحها؟ أمام هذين السؤالين يظهر الخوارزمي أيضاً كرجل من رجال عصره.

١-٥ الحسابات الشرعية

يُعبّر الخوارزمي في مقدّمة الكتاب، عن هدفه بشكل واضح: "[...] ألَفْتُ من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً، جعلته حاصراً للطيف الحساب وحليّه لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسماتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحات الأرضين وكريّ الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه"^{٤٠}.

^{*} أو القانونية: Canoniques (المترجم).

^{٤٠} انظر النصّ فيما يتبع، ص ١٦٦، س ١١-١٥.

هذا التصريح، الذي نجده مُهمّاً، لم يكن دائماً مفهوماً كما يجب. فقد رأت فيه فئة من مؤرّخي العلوم مُجرّد تعبيرٍ عن نوايا، من نوع التصاريح التي لا يلبث المؤلف أن ينساها، التي لا تستحقّ بالتالي التوقّف عندها. وهناك آخرون، وهم أكثر عدداً، يجدون في هذا التصريح، تعبيراً عن فكرٍ عمليّ يَقْطَع مع التقليد اليونانيّ، الذي يعتبرونه فكراً نظريّاً بشكلٍ أساسيٍّ. لكنّ حجة الفئة الأولى، تسقط بسرعة أمام محتوى الكتاب؛ فالخوارزمي صاغ "كتاب الوصايا" الذي يُشكّل تقليديّاً القسم الثاني من "جبره"، والذي له حجم القسم الأوّل نفسه؛ ومن جهة أخرى عالج الخوارزمي في القسم الأوّل من كتابه مسائل في مساحة الأراضي وفي القياس. أمّا رأي المؤرّخين الآخرين، فسُتظهر خطأه النظرية الجبرية التي أعدّها الخوارزمي؛ وهذا ما سنراه لاحقاً. إنّ تأكيدات الخوارزمي التي تحمل دلالات مُهمّة للغاية، إضافة إلى "كتاب الوصايا"، تسمح منذ البداية، بوضع إسهام الخوارزمي ضمن تقليد مُعيّن، وفي الوقت عينه في بداية هذا التقليد المُحدّد، الذي ارتبط مصيره نهائياً بمصير الجبر، متّخذاً اسم "حساب الفرائض". وستتوقّف هنا قليلاً لشرح هذا الأمر.

كان مجال الحقوق من بين أشدّ مجالات البحث نشاطاً في القرن الثامن. فالمجتمع الجديد والدولة الجديدة، اللذان يرتكزان على أساس تعاليم القرآن والحديث النبويّ، تطلّبا بالضرورة تصوّراً للحقوق وللقواعد الشرعية، يختلف عن القواعد الحقوقية الموروثة عن بيزنطية وعن بلاد فارس. وفي جميع مجالات قانون الأحوال الشخصية، قَطَعَ المجتمع الجديد مع التقاليد الشرعية القديمة، العريقة والمهمّة. وكان المطلوب من الشرع الجديد أن يصوغ، انطلاقاً من النصّ القرآنيّ ومن السيرة النبوية، تعاليم تصلح كونياً، أي لكلّ شعوب الإسلام. لذا كان لا بد من العودة إلى البدء بالبحث الشرعي من جنوره. ولذا، ومنذ العهد الأمويّ، انكبّ الفقهاء على هذه المهمّة. فلقد شهد القرن الثامن ولادة ثلاث من المدارس الفقهية الأربع، التقليدية، التي تُسيطر على الشرع الإسلامي حتّى عصرنا الراهن. وُلدت المدرسة الأولى وهي مدرسة أبي حنيفة،

في العراق؛ المدرسة الثانية، وهي مدرسة مالک، وُلدت في مقاطعة الحجاز؛ أمّا المدرسة الثالثة، مدرسة الإمام الشافعي، فقد بدأت في العراق وفي الحجاز قبل أن تستقرّ في القاهرة. وقد غطّت أبحاث هؤلاء الفقهاء البارزين وطلّاهم مجالاً عريضاً، يتناسب في اتساعه مع التصرّور الإسلاميّ للمجتمع المدنيّ؛ يضمّ هذا المجال حقل "أصول الفقه"، كما يضمّ حقل الأحوال الشخصية بتشعباته. وندين لهؤلاء الفقهاء بمؤلّفات في الضرائب وفي المساهمات التجارية والصايا والإرث وغيرها.

فإذا تنبّهنا للمحالات التي يذكرها الخوارزمي لطبق عليها حسابه وهي "ما يلزم الناس من الحاجة إليه" نرى أنّها بالضبط، المجالات التي عمل عليها فقهاء النصف الثاني من القرن الثامن، وبشكل خاصّ من مارس منهم عمَلَه في العراق. فالخوارزمي يأتي أكثر من مرّة على ذكر اسم أبي حنيفة (٦٩٩/٨٠ - ٧٦٧/١٥٠)، مؤسّس المدرسة الحنفيّة. ونذكر هنا، باثنين من التلامذة المباشرين لأبي حنيفة؛ الأوّل هو أبو يوسف (٧٣١/١١٣ - ٧٩٨/١٨٢)، الذي لم يكن فقيهاً مشهوراً فحسب، بل كان أيضاً قاضي الخليفة هارون الرشيد. ترك أبو يوسف كتاباً مشهوراً في الضرائب (الخراج)^{٤١}، وينسب إليه ابن النديم، مؤلّفين آخرين هما "كتاب البيوع" و"كتاب الصايا".

أما تلميذ أبي حنيفة الآخر، عمّاد بن الحسن الشيباني (٧٤٩/١٣٢ - ٨٠٥/١٩٨)، فقد كان قلمه أكثر سيولة، إذ ترك لائحة طويلة من المؤلّفات، يذكر منها ابن النديم نفسه العناوين التالية: "كتاب القسمة"، و"كتاب السليم والبيوع" و"كتاب الصايا"، إضافة إلى عنوان لافت، هو "كتاب حساب الصايا"^{٤٢}، وهي عناوين تُعبّر عن حقول مشتركة لنشاط فقهاء ذلك العصر. فعلى سبيل المثال، ألّف الإمام الشافعي (٧٦٧/١٥٠ - ٨٢٠/٢٠٤)، "كتاب البيوع" و"كتاب اختلاف

^{٤١} انظر: أبو الفرج محمد بن أبي يعقوب بن النديم، الفهرست، ص ٢٥٦-٢٥٧ يعقوب بن إبراهيم أبو يوسف، وكتاب الخراج:

'Abū Yūsuf Ya'qūb, *Livre de l'impôt foncier (Kitāb el-Kharāj)*, traduit et annoté par E. Fagnan (Paris: Geuthner, 1921).

^{٤٢} ابن النديم، الفهرست، ص ٢٥٧.

المواريث" و"كتاب قَسَم الفَيء"^{٤٣} ... وأعاد الكتابة في هذه المواضيع في كتابه الشهير الرسالة^{٤٤} وهو الكتاب المؤسس للفقهاء كماءة علمية بحد ذاتها، وفي مؤلفه الفقهي الضخم الأم^{٤٥} الذي وضعه في عشرة مجلدات. نلاحظ إذن أن المواضيع التي خاض فيها الخوارزمي، وعناوين مختلف فصول القسم الثاني من كتابه (مثل الفصل الذي يحمل عنوان "كتاب الوصايا")، مأخوذة من كتب فقه المعاملات في ذلك العصر ومنها كتاب الإمام الشافعي.

هذا الاستدكار السريع يُظهر أن الفقهاء الذين عملوا قبل الخوارزمي، لم يكتفوا بالخوض في المواضيع التي سيعود الخوارزمي ويتناولها كمواضيع حسابية، بل أن بعضهم -كالشيباني، على سبيل المثال- سبق أن عمل فيها من الناحية الحسابية، على الأقل فيما يخص الوصايا. وقد ذكر الخوارزمي نفسه، أن أستاذ الشيباني، أبا حنيفة، إضافة إلى فقيه آخر لم يذكر اسمه (والمرجح أن يكون أبا يوسف) عمدا إلى حساب جبري لحل مسائل من هذا النوع^{٤٦}. فكان هذا النوع من حساب تقسيم الإرث والوصايا وما إلى ذلك، قد انبثق إذن قبل الخوارزمي، ومن ثم تطور على أيدي الفقهاء-الرياضيين والرياضيين.

كانت المسائل في هذا المجال تُعالج بحسب الترتيب التالي: تجري أولاً دراسة الشروط الشرعية للمسألة، ثم يأتي دور إجراء الحساب على مسائل عديدة تقع ضمن هذه الشروط، بعضها مسائل واقعة بالفعل، أما بعضها الآخر فنظري، افتراضي. لم يغب هذا الطابع الذي أنصفت به المسائل عن بال الموسوعي والمؤرخ ابن خلدون

^{٤٣} المصدر نفسه، ص ٢٦٣-٢٦٤.

^{٤٤} محمد بن إدريس الشافعي، الرسالة، تحقيق وشرح أحمد محمد شلكر (القاهرة: إ.د.ن.، ١٩٤٠).

^{٤٥} محمد بن إدريس الشافعي، الأم، تحقيق رفعت فوزي عبد المطلب (المنصورة، مصر: دار الوفاء،

٢٠٠٤)، مج ٥، ص ١٤٧-٢٩٥.

^{٤٦} انظر النص فيما يتعلق، ص ٢٨٠. ويمكننا أن نتحقق من أن الخوارزمي جمع في القسم الثاني من

كتابه مسائل حسابية استعارها من الفقهيين، وغالباً من أبي حنيفة.

الذي يلفت النظر إلى أنَّ الحساب كان العنصر المهيمن فيها على كلِّ ما عداه^{٤٧}. هذه المسائل، واقعية كانت أو نظرية، تنتمي جميعها إلى النوع ذاته، الذي كان مطروحاً في القرن الثامن للميلاد، والمربط بأوضاع الإرث والتركات والوصايا وعُتق العبيد وغيرها، التي لم تكن تخلو من التعقيد. وقد طرَح هذه المسائل تطبيق الأحكام القرآنية مثل تلك التي ترسُمها سورة النساء^{٤٨} وغيرها من السُور، ويوضحها الحديث الشريف^{٤٩}. فقد شكَّلت بعض الآيات القرآنية المقتضية (مثل الآيات ١١ و ١٢ و ١٧٦ من سورة النساء، والآية ١٨٠ من سورة البقرة، والآية ١٠٦ من سورة المائدة)، وبسرعة، منطلقاً لكتابات فقهية غزيرة، وخاصة في الإرث والوصايا. وقد كرَّس مالك بن أنس فصلاً طويلاً من كتابه الموطَّأ^{٥٠} لهذا الموضوع، وكذلك فعل الإمام الشافعي في كتابه الرسالة^{٥١}.

يُصبح سؤالنا إذن أكثر تحديداً: بماذا يدين الخوارزمي لهذا التقليد الذي تنتمي إليه دراساته في حساب الإرث والوصايا؟ وما هي إسهامات الخوارزمي في "حساب الفرائض"، وهو علم الإرث الذي يعالج المسائل ذاتها؟

لا شكَّ في أنَّ ضياع مؤلفات مثل "كتاب حساب الوصايا" للشيباني يحرمنا من مراجع تاريخية من شأنها أن تُلقي الضوء على السؤال الأول. ولكنَّ الفقهاء من ورثة هذا التقليد، يعوضون هذا النقص؛ ففي مؤلفاتهم تُطرح (على القاضي) مسائل من النوع التالي: "تقسيم إرث معيَّن على مستحقِّيه، بحسَب الشرع القرآني". المطلوب

^{٤٧} أبو زيد عبد الرحمن بن محمد بن خلدون، المُلقَّب (القاهرة: إ.د. ن. د. ت.)، ص ٤٥٢.

^{٤٨} القرآن الكريم، "سورة النساء"، الآية ٧، ١١، ١٢ و ١٧٦.

^{٤٩} الشافعي، الرسالة، ص ٢٩ - ٣٠، ١٣٧ - ١٤٦ و ١٦٧ - ١٧٢.

^{٥٠} مالك بن أنس، الموطَّأ، تحقيق طبع الأصل (للكويت: مركز البحوث والدراسات الكويتية، ١٩٩٧)،

ص ٢١١ وما بعدها.

^{٥١} الشافعي، الرسالة، ص ١٦٧ وما بعدها.

إذن هو تطبيق العمليّات الحسابيّة على كميّة مجهولة، شرط أن يكون الجواب عدداً صحيحاً أو كسريّاً⁵².

وتبقى القاعدة هي نفسها، حتّى عندما يكون الوضع أكثر تعقيداً، وهي تطبيق القواعد الابتدائية لعلم الحساب على كميّة أيّاً كانت. يُقام الحساب إذن على الأعداد الصحيحة والكسور. ولكن، بما أنّ هذا الحساب لا يُحدّد طبيعة الموراث، الذي يبقى مقدّراً مجهولاً، يمكننا المغامرة بوصف هذه الحسابات بأنّها جبريّة-بدائيّة أو مقدّمة للحسابات الجبريّة، بما تعنيه الكلمة. وكان ذلك بدون ريب، ما دعا الخوارزمي إلى الاهتمام بهذه الكتابات.

أمّا الخوارزمي فقد عمد إلى حلّ المسائل ذاتها بطرائق، سنعرضها فيما يلي من السطور. فهو يستهلّ "كتاب الوصايا" بفصل في "العَيْن والدَّيْن"، حيث يُحوّل المسائل إلى حسابات بسيطة على الكسور والأعداد الصحيحة. تؤدّي مسائل هذا الفصل إلى حلّ معادلة خطيّة بمجهول واحد $ax = b$ ، حيث a و b عددان (مُنطَقان) مُعطيان. يتابع الخوارزمي هذا الفصل فيدرّس مسائل الإرث، مستخدماً طريقة يمكن التعبير عنها كما يلي: إذا أُشيرَ إلى قيمة الإرث بـ C ، وإلى الحصّة الواحدة من الإرث بـ x ، تتحوّل كلّ هذه المسائل إلى معادلة من النوع $ax = b$ ، حيث a و b عددان مُنطَقان مُعطيان، فيكون $\frac{C}{b} = \frac{x}{a}$ ، فنستطيع إمّا التعبير عن الحصّة الواحدة من الإرث أو الوصيّة، بأجزاء كسريّة من C ، وإمّا أن نضع $C = bx$ فيكون $x = \frac{C}{b}$.

⁵² نمطي فيما يلي مثّلين في غاية البساطة عن هذه المسائل:

- توفت امرأة وتترك ورثة شرعيّين ثلاثة، زوجها وأخاها. وبخسب الشرع، يرث زوجها النصف ولها الثلث وأخوها الباقي. فُعطى للزوج ثلث حصص من الإرث والأم ثلثتين، والأخ حصّة واحدة.
- يترك رجل يرثاً ينبغي أن يوزّع على ابنته وزوجته ولته وأخيه. وبخسب الشرع، يعود للنصف إلى ابنته والثلث إلى زوجها والسنس إلى لته والباقي إلى أخيه. فُعطى للابنة اثنتا عشرة حصّة، وثلث للزوجة، وأربع للأم وأخمس للأخ.

وأن يُعبر عن الحاصل بواسطة الوسيط r ؛ وكانت هذه الطريقة، بشكل عام، هي التي اتبعها الخوارزمي الذي كان يختار الوسيط r ، بحيث تكون النتائج أعداداً صحيحة*.

بعد ذلك يُعالج الخوارزمي دراسة الوصايا. تتضمن دراسته هذه أربع مسائل تعود إلى معادلة من الدرجة الأولى $ax = bx + cd$ ، حيث C و d و x مجهولة. ونستطيع أن نعتبر C و d وسيطين مُعطيين، وأن x هو المجهول. ولهذا، يفرض الخوارزمي شرطاً إضافياً يجب أن يُعليه اثنان من المتغيرات الثلاثة C و d و x . ففي المعادلة $11C = 57x + 12d$ ، إذا كان $C = 12d$ ، يكون $x = \frac{40}{19}d$ ، وإذا كان $d = 19r$ ، و $C = 12 \cdot 19r$ ، يكون $x = 40r$. وبشكل عام، يُعتبر d وسيطاً، ويؤخذ $C = kd$ ، حيث $k > \frac{12}{11}$ ، فيكون $x = \frac{11k - 12}{57}d$.

وخلال كل الدراسات التي قدمها الخوارزمي في "كتاب الوصايا"، كان يلجأ من جهة إلى اللغة الجديدة التي هي لغة الجبر، ومن جهة أخرى إلى عمليات الجبر. فقد كان يستخدم كلمة "شيء" للدلالة على المجهول، كما كان يذكر عمليتي "الجبر" و"المقابلة" ويقوم بتحويل المعادلة إلى شكلها الطبيعي... كانت لغة "كتاب الوصايا" إذاً مختلطة؛ هي لغة فقهاء ذلك العصر، ولكن مصطلحاتها كانت جبرية.

يبدو إذن أن البحث في فقه المعاملات كان من بين الحقول التي استند إليها الخوارزمي في تصوّره للجبر وفي تأليف كتابه، ذلك البحث الذي بدأ قبل الخوارزمي بمدة لا بأس بها والذي تواصل بنشاط في عصره. ففي مجال الشرع واجه هذا الرياضي الدراسات المُكرّسة للعديد من المسائل التي تتطلب حلّها التعامل لا مع الكميات المعلومة فحسب، بل أيضاً مع الكميات المجهولة. وقد عمد الفقهاء، من أجل حلّ تلك الحسابات، إلى وسائل جبرية-أولية إذا صحّ التعبير.

* أي اضعافاً صحيحة من r ، (المنترجم).

ولكن الأبحاث المذكورة كانت تتصف بالتنوع الواسع للمسائل وتعدد الممارسات الحسابية المستخدمة. فكان لا بد من أن تُطرح قضية عقلنة هذه الممارسات، أي محاولة اختزال هذه الممارسات إلى عدد صغير من العمليات التي يتم من ثم، تبريرها نظرياً. ويبدو أن ذلك هو ما أراد الخوارزمي القيام به. فقراءة "كتاب الوصايا" تجعلنا نستنتج أنه اختزل هذه الممارسات إلى حل ثلاثة أنواع من معادلات الدرجة الأولى وأنه وجد في لغة الجبر وفي العمليات الجبرية، التبرير النظري الذي كان يفتر إلى الفقهاء. ولكن، وبعد هذا التحويل الذي قام به الخوارزمي، لم يعد هذا المجال الذي درسه الفقهاء سوى "حقل ممارين" للجبر؛ وهذا، على كل حال، هو الشكل الذي بدا عليه هذا المجال في كتاب الخوارزمي.

سير الأمور إذن يؤدي إلى الاعتقاد بأن الخوارزمي، ومن أجل أن يُعقلن الممارسات الحسابية للفقهاء، تعمّد دمجها في مجال أوسع هو مجال الحسابات على المجاهيل الذي أسسه كتنظريّة. بهذا المعنى يمكن القول إن أبحاث الفقهاء كانت إحدى نقاط انطلاق هذا الرياضي.

وليست مقولتنا هذا من باب الفرضيات التي تحوز على هذا القدر أو ذاك من الاحتمال؛ فقراءة النصف الثاني من الكتاب ومقارنة المسائل التي عالجها مع تلك التي درسها الفقهاء، تكفي للتأكد من تطابق المصطلحات؛ كما يكفي التنبّه إلى الأسماء التي ذكرها والأسئلة التي طرّحها، للتأكد من أن التحليل الذي أدّى إلى مقولتنا المذكورة يستند إلى أساس متين من المعطيات التي تُقدّمها النصوص. هذا التحليل يُلقى الضوء أيضاً على مقدّمة كتاب الخوارزمي، التي غالباً ما أُسيء فهمها أو، بكل بساطة، غالباً ما قُرأت بسرعة. تحتوي هذه المقدّمة، بشكل أساسي، قسمين لهما دلالتهم؛ الأول يُصنّف فيه العلماء والثاني يُعدّد فيه مجالات الأنشطة التي يمكن الاستفادة فيها من الجبر. ولا شك في أن الجميع سيوافق على أن تعمّد الخوارزمي استهلال كتابه باقتراح تصنيف للعلماء، لم يكن من باب الصدفة أو الخطابة فحسب.

كان له بالتأكيد قصده من وراء ذلك التصنيف؛ فقد أراد أن يُقدّم نفسه كواحد من العلماء، وبالتالي، أن يُحدّد الموضع العلمي لإسهامه.

فبحسب الخوارزمي، يوجد ثلاثة أنواع من العلماء: العالم الذي يكتشف ما لم يكن قد اكتشف من قبله، والعالم الذي يوضّح ويشرح ما تركه أسلافه وكان "مستغلقاً" ومستعصياً على الفهم، وذلك الذي يُصلح المفوات والثغرات في كُتب من سبقه. وبسبب ما تقتضيه صفة التواضع لدى العالم، لم يكن الخوارزمي صريحاً حول وضع نفسه في هذه المنزلة أو تلك من منازل العلماء؛ فقد اكتفى بالقول بأن التشجيع السخي لل خليفة المأمون لبـ "إيضاح ما كان مستهتماً وتسهيل ما كان مستوعراً، حثني "على أن ألّفْتُ من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً، جعلته حاصراً للطيف الحساب وجليله". فلا مجال بتاتاً للشكّ في أن الخوارزمي يضع نفسه في صف العلماء من النوعين الأوّلين. فهو يعتقد أنّه نجح، بفضل نظرة جديدة وطريقة جديدة، في الدخول إلى حقول لم يَلحّها أحدٌ من قبله. ولهذا السبب "ألّف" ^{٥٣} كتاباً بشكل "مختصر" ^{٥٤}.

أمّا في القسم الثاني من المقدّمة فقد كان الخوارزمي صريحاً في تسميته لمجالات تطبيق الجبر. تأتي في رأس قائمة هذه المجالات، الحسابات الشرعيّة والاقتصاديّة التي أتينا على ذكرها، تليها حسابات قياسات مسح الأراضي. وهذا المعنى يأتي الحساب الجديد ليحلّ محلّ الحسابات القديمة التي كانت قد تطوّرت على يد الفقهاء بشكل خاص، وليُعقّلنها.

^{٥٣} لجأ ج. روسكا (J. Ruska) إلى قاموس لان (Lane)، فظنّ أنّه توصل إلى معرفة ما تعنيه كلمة "ألّف"، التي فهمها على أنّها "جمع" بمعنى تجميع كُتب ("rassembler un livre")، فكتب ما يلي: "so könnten wir darin den Hinweis erblicken, dass das Werk ein Auszug aus verschiedenen Quellen ist" (Zur ältesten arabischen Algebra und Rechenkunst, p. 5). أمّا للقيام ببحث لغوي بشكل أعمق فيُظهر خطأ ما فهمه روسكا، حيث إنّ كلمة "ألّف" تعني بالضبط كلمة "composer" (الفرنسيّة).

^{٥٤} انظر شرحنا لعنوان الكتاب، ص ٥١-٥٤ أعلاه.

٢- قراءات الخوارزمي الرياضيّة

٢-١ مُقدِّمة

حاولنا في الفقرة السابقة التعرّف إلى ثقافة الخوارزمي وإلى المفاهيم التي قادته إلى إعداد الجبر، مستندين إلى كتابه. ولكن، لا كمال هذا التعرّف، لا بدّ من عدم التوقّف عند هذا الحدّ، ومن البحث عن إسهام ثقافته الرياضيّة في تشكّل مفاهيمه هذه بالذات. لذا سنحاول في هذه الفقرة معالجة مسألة القراءات الرياضيّة التي يُحتمَلُ أن يكون قد قام بها.

السؤال الأوّل الذي يطرح نفسه هنا، يتعلّق بالنصوص الرياضيّة، المكتوبة بالعربيّة أو بالفارسيّة، التي يُحتمَلُ أن يكون الخوارزمي قرأها، والتي قد تكون أثّرت في مفهومه للجبر أو في ممارسته لهذا العلم. ولكنّ الخوارزمي نفسه لا يساعدنا بتاتاً في هذا المجال، إذ إنّه لا يُقدِّم لنا أيّة إشارة، ولو بشكل غير مباشر، إلى ما يُحتمَلُ أن يكون قد قام به من هذه القراءات. فلا بدّ لنا إذن من العودة إلى قدامى المُفهرِّسين لمعرفة ما كان متداولاً من الكتب في العقود الأولى من القرن التاسع للميلاد، بدءاً بالأدبيّات اليونانيّة المترجمة إلى العربيّة.

لم يكن قد نُقل من اليونانيّة في ذلك العصر سوى كتاب "الأصول" لأقليدس، الذي ترجمه إلى العربيّة زميل الخوارزمي في "بيت الحكمة"، الحجاج بن مطر. ولم يكن متوفراً بالعربيّة حينها، لا كتاب "حساب" ديوفنطس، ولا كتاب "المدخل إلى علم العدد" لنيقوماخوس الجرشّي. أمّا مسألة معرفة الخوارزمي بمؤلّفات هيرون الإسكندري، فستطرّق لها في فقرة لاحقة. ولكننا نُشير إلى أنّ بعض "الأزياج" ذات الأصول المختلفة (السنسكريتيّة أو الفارسيّة أو اليونانيّة) كانت متوفّرة في ذلك العصر.

٢-٢ الفكر الرياضي الأقليديّ وفكرة الجبر عند الخوارزمي

٢-٢-١ المعادلات وخوارزميات الحلول*

تُظهر معاينة المفردات الهندسيّة الواردة في كتاب الخوارزمي تألفاً أكيداً مع مصطلحات المترجمين من اليونانيّة إلى العربيّة. فالتعابير التي تدلّ على كثيرات الأضلع وعلى الزوايا والدائرة والمساحات، تقع ضمن معجم الترجمة هذا، وإن لم يكن باستطاعتنا أن نُحدّد بالضبط، من آية ترجمة بالذات استُعمِرت هذه التعابير. والاحتمال الأرجح هو أن تكون هذه التعابير والمصطلحات مأخوذة من ترجمة "الأصول" العائدة إلى الحجاج، زميل الخوارزمي**.

نفترض إذن أن الأمور حصلت بهذا الشكل، وأنّ تلك الترجمة لكتاب "الأصول" كانت بمثابة تناول الخوارزمي. يبقى علينا في هذه الحالة أن نجيب عن سوالين: كيف قرأ الخوارزمي هذا المؤلف، وكيف تأثّر مفهومه للجبر وتأثرت تقنيّاته الحسابيّة بهذه القراءة؟ وسنحاول في ما يلي من هذه الفقرة معالجة هذين السؤالين، على التوالي.

يبدأ الخوارزمي، كما بدأ أقليدس، بتحديد التعابير الأوليّة التي سيستخدمها في كتابه: "العدد" و"الشيء" و"المال". وكما فعل أقليدس، لم يقصد الخوارزمي حلّ مجموعة من المسائل، بل إعداد نظريّة، هي، في حالته، جبريّة. ومثل أقليدس، تطلّب الخوارزمي أن تكون عناصر هذه النظريّة يقينيّة، أي مُبرهنّة، لا مُبررة فحسب. هذه التشابهات توحى بتأثير أقليدي، وهي على أيّ حال، تفصل الخوارزمي عن التقاليد الأخرى، غير الأقليديّة. ولكنّ هذا الأمر لا يكفي لفهم إسهام الخوارزمي. فبينما تبع أقليدس طريقة "مصادراتيّة"، اتّبع الخوارزمي طريقاً مختلفة (ويمكن القول إنّ البشريّة كان عليها أن تنتظر انقضاء حوالي عشرة قرون بعد الخوارزمي، لتشهد ولادة الطرائق المصادراتيّة في الجبر). انطلق الخوارزمي من أنواع مثاليّة من المعادلات، محدّدة بشكل

* نستخدم كلمة "خوارزميّة" (جمع "خوارزميّة") بمعناها العصري، أي بمعنى "الطرائق الحسابيّة الصلبيّة للحلّ": انظر للمحاضرة السابقة بهذا الشأن وهي تقع بعد للمحاضرة ٣٦ مباشرة (المترجم).

** لين النديم، الفهرست، ص ٣٢٥.

استباقيّ (قَبْلِيّ)، أي من أشكال من المعادلات ثابتة واستفاديّة، تعود إليها جميع المعادلات. ومن جهة أخرى برهن أقليدس صحّة القضايا، بينما عمد الخوارزمي إلى برهان كون الطريقة أو "الخوارزمية" التي تسمح بتحديد المجهول انطلاقاً من المعلوم، قائمة على أساس متين. نقول وإن بدا قولنا نوعاً من الإلحاح، إنّ الخوارزمي سعى إلى البحث عن "علّة" هذا التحديد؛ كان البرهان إذن من المتطلبات الضرورية لبناء نظرية المعادلات كبناء. فلم يعد يكفي تبرير "الخوارزمية" أي إثبات كونها تؤدي إلى النتيجة، بل أصبح يتوجّب، عبر استنتاجات مُلزمة، برهان كيف أنّها تُوصِلُ إلى تحديد المجهول. ولم يكن من الممكن لهذا البرهان أن يتم، من الناحية المنطقية، باللغة الخاصة بالجبر، الذي يشارك هذا البرهان ببنائه كعلم. لذا كان لا بدّ من البحث عن لغة لإقامة البرهان غيرها، مع العلم بأنّ خيار الهندسة كان الوحيد المتاح أمام الخوارزمي. هذا، على ما يبدو، كان سبب لجوء الخوارزمي إلى الهندسة، عند ذلك المستوى من بنائه لنظرية المعادلات.

أقصى ما يمكن أن نوكّده استناداً إلى تحليلنا هذا، هو أنّ الخوارزمي، إذا كان قد تأثّر بـ "الأصول"، فهو قد استلهم من هذا الكتاب مفاهيم هي معرفيّة بشكل أساسي. ولكنّ قولنا هذا سيختلف إذا ما تبين لنا أنّ الهندسة التي استخدمها من أجل برهان خوارزمياته مأخوذة من كتاب أقليدس. فلا بدّ لنا إذن من معالجة هذه النقطة. ومن أجل هذه المعالجة سنستعيد دراسة الخوارزمي لثلاث معادلات من الدرجة الثانية، معطاة بشكلها "القانوني"^٤. الأولى هي بالتحديد، للمعادلة $x^2 + 10x = 39$ حيث يمكننا اعتبار المعاملات وسائط^٥ (نظراً لدورها لدى معالجة الخوارزمي لها)، فنكتب المعادلة على الشكل $x^2 + bx = c$ ، دون أن يُعبّر تصرّفنا هذا تجاوزاً أو مفارقة زمنية.

^٤ أو "الطبيعي"، راجع ملحوظة المترجم الواقعة بين الملحوظتين ٣٩ و ٤٠، أو راجع نهاية الفقرة ٤-١.

(المترجم).

^٥ للمعاملان هنا هما 10 (معامل x) و 1 (معامل x^2)؛ وعندما لا تكون قيمة للمعامل محدّدة يُسمّى أيضاً "وسيطاً" (المترجم).

فكرة الخوارزمي الأولى من أجل برهان خوارزمية الحل، كانت وضع هذه المعادلة بشكل هندسي، أي ترجمتها هندسيًا. وهذه هي مراحل تلك الترجمة: ليكن (AB) مربعاً مساحته x^2 ، ولننِ على كل من ضلوعه الأربعة مستطيلاً مساحته $\frac{b}{4}x$ ، فنحصل على المستطيلات H ، و K ، و I ، و C ذات المجموع bx ، ويكون مجموع المربع (AB) وهذه المستطيلات مساوياً لـ c . وتُكمل المربع (DE) فنحصل على المربعات الأربعة L ، و M ، و N ، و P ، ومساحة كل منها تساوي $\left(\frac{b}{4}\right)^2$.

D

P	$\frac{b}{4}x$ H	N
C	x^2 A	K
$\frac{b}{4}x$	B	$\frac{b}{4}x$
L	I $\frac{b}{4}x$	M

E

(الشكل ١)

فمساحة المربع (DE) تساوي

$$x^2 + bx + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2 = c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2$$

فيكون

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2$$

ويكون

$$x = \sqrt{c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2} - \frac{b}{2}$$

فيكون الخوارزمي قد توصّل، بالهندسة، لإيجاد "عِلّة" تقسيم مُعامل المجهول* وخوارزمية الحلّ.

ويعطي الخوارزمي طريقة أخرى هي التالية: يُشكّل، انطلاقاً من المربع (AB) ، على ضلعي الزاوية B ، المستطيلان (BD) و (BE) ، بطول $\frac{b}{2}$ (وبمساحة $\frac{b}{2}x$) ويُكَمِّل المربع (DE) ذا الضلع $x + \frac{b}{2}$ والمساحة $x + \frac{b}{2} = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ؛ ومن هذه العلاقة يستنتج x كما في السابق.

هدفُ البناء الهندسي، في هذه الطريقة كما في الطريقة السابقة، هو إقامة التكافؤ التالي:

$$x^2 + bx = c \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

من الواضح إذن، أنّ دور البرهان لا يقتصرُ على إثبات صحّة الخوارزمية، بل يتناول إبراز السبب الموضوعي لذلك (أي إكمال المربع).

بماذا يَدِين مسمى الخوارزمي هذا إلى كتاب "الأصول"؟ يَجِيبُنَا عن هذا السؤال، وإن بطريقة غير مباشرة، خليفة الخوارزمي، ثابت بن قرّة، الذي يُقدِّم بإجابته، الإسهامَ الأوّل في الجبر الهندسي (ولنا عودة إلى قولنا هذا الذي نسوقه بسرعة هنا). فثابت هو أوّل رياضيّ يقوم بتقريب الخوارزمي من أقليدس. ونقدّم في ما يلي النصّ الذي يُثبت فيه هذا التقارب:

"قال أبو الحسن ثابت بن قرّة: إنّ الأصول التي إليها ترجع أكثر مسائل الجبر ثلاثة".

"فالأصل الأول منها هو مال وجذور تعدل عدداً.

الوجه في استخراج ذلك بالشكل السادس من المقالة الثانية من كتاب أوقليدس على ما أصف. نجعل المال مربع \overline{AB} جد \overline{D} ، ونجعل في \overline{B} ه من

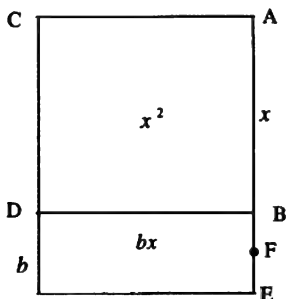
* هذا الفعل هو هنا b (المتّرجم).

أضعاف الواحد الذي تقدر به الخطوط، مثل العدة المفروضة للجنور.
ونتمّ سطح ده. فمن البين أن الجذر هو أب إذ كان المال هو المربع أب
جـ د، وذلك في باب الحساب والعدد، مثل ضرب أب في الواحد الذي
تقدر به الخطوط. ف ضرب أب في الواحد الذي تقدر به الخطوط هو الجذر
على جهة الحساب والعدد. ولكن في ب ه من هذه الآحاد مثل عدة
الجنور المفروضة، ف ضرب أب في ب ه مساوٍ لجنور المسألة في باب
الحساب والعدد. لكن ضرب أب في ب ه هو مسطح د ه لأن أب مثل ب
د، فسطح د ه مساوٍ لجنور المسألة على هذه السبيل. فجميع سطح جـ ه
مثل المال مع الجنور. ولكن جميع المال والجنور مثل عدد معلوم، فسطح
جـ ه معلوم وهو مثل ضرب ه آ في أب لأن أب مثل آ جـ. ف ضرب ه آ
في أب معلوم؛ وخط ب ه معلوم لأن عدد آحاده معلوم. فقد رجع الأمر
إلى مسألة هندسية مفروضة: وهي أن خط ب ه معلوم وزيد عليه أب،
وكان ضرب ه آ في أب معلوماً. وقد تبين في الشكل السادس من المقالة
الثانية من كتاب الأصول أنه إذا قسم خط ب ه بنصفين على نقطة و،
صار ضرب ه آ في أب مع مربع ب و مثل مربع ا و. ولكن ضرب ه آ في
أب معلوم، ومربع ب و معلوم، فمربع ا و معلوم فـ ا و معلوم. وإذا
نقص منه ب و، وهو معلوم، بقي آ ب معلوماً، وهو الجذر. وإذا ضربناه
في مثله، كان مربع آ ب جـ د معلوماً، وهو المال؛ وذلك ما أردنا أن
نبين.

وهذا المسلك موافق لمسلك أصحاب الجبر في استخراج هذه المسألة،
وذلك أن أخذهم نصف عدد الأجزاء هو كأخذنا نصف خط ب ه،
وضربهم إياه في مثله هو كأخذنا مربع نصف خط ب ه، وزيادهم العدد
على ما يجتمع هو كزيادتنا ضرب ه آ في أب ليجتمع من ذلك مربع
مجموع أب مع نصف الخط، وأخذهم جذر المجتمع هو كقولنا أن مجموع
أب مع نصف الخط معلوم إذا كان <المجموع> مربعاً معلوماً، ونقصهم

نصف عدد الأجزاء هو كنقصنا نصف $\overline{ب هـ}$ ، فحصل لهم الباقي وهو مقدار الجذر، ونقصهم من ذلك نصف مقدار الجذر كنقصنا خط $\overline{ب و}$ ليحصل الباقي كما حصل لنا $\overline{أ ب}$ ، وضربوه في مثله فعرفوا المال كما عرفنا من $\overline{أ ب}$ مربعه، وهو المال⁵⁶.

وهنا (عند ثابت)، كما عند الخوارزمي، يتمثل كلٌّ من المجهول x والعدد b بقطعة مستقيمة -بالأحرى بطول القطعة، نسبةً إلى وحدة (قياس) واحدة-: $AB = x$ و $BE = b$ (الشكل ٢). وكما عند الخوارزمي، يُرسمُ المربع $ABDC$ ويُمدَّ AB إلى BE ويُكَمَّلُ المستطيل DBE ، فيكون لدينا



(الشكل ٢)

$$\text{مساحة } (ABDC) = x^2 \text{ ومساحة } (DE) = bx = AB \cdot BE$$

ومنها

$$\text{مساحة } (CE) = x^2 + bx = c$$

⁵⁶ انظر: [ثابت بن قرة: تصحيح مسائل الجبر بالإبراهيم الهندسية]

("Rétablir les problèmes de l'algèbre par les démonstrations géométriques") à paraître dans: R. Rashed, ed., *Thābit Ibn Qurra: Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad* (Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2009), pp. 826-901.

حيث $BE = b$ ومساحة $(CE) = c$ معلومان. وبعد أن وضع ثابت المعادلة على شكل هندسي، برهن إمكانية تحديد AB :

$$c = AB \cdot AE = AC \cdot AE = (CE) \text{ مساحة}$$

وإذا كان F منتصف BE ، يكون لدينا، استناداً إلى القضية ٦ من الكتاب الثاني من "الأصول":

$$AB \cdot AE + BF^2 = AF^2$$

أي

$$c + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = AF^2$$

فيكون الطول AF معلوماً، والطول BF كذلك، وبالتالي نحصل على x :

$$x = AB = AF - BF$$

أي

$$x = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}$$

إنّ مسار ثابت بن قرّة، المتوافق مع مسار الخوارزمي، الذي أتى بعده بمحوالى نصف قرن، يُقدّم لنا، وسيلة أخرى -تاريخيّة هذه المرّة- لفهمه. الفارق الوحيد المهمّ الذي يفصل بين هذين المسارين هو استخدام ثابت الصريح للمتطابقة التي أثبتّها أقليدس في القضية السادسة من الكتاب الثاني من "الأصول"، وهي القضية التي تُكَتَّب جبريّاً على الشكل التالي:

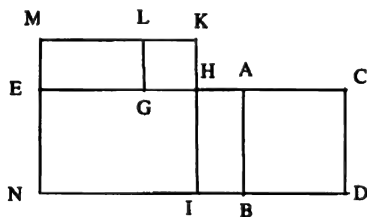
$$x(b+x) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

وقد رأينا أنّ هذه المتطابقة كانت حاضرةً بشكل ضمنيّ في مسار الخوارزمي، رغم أنّه لم يأتِ على ذكرها بشكل صريح.

نُستحسن الإشارة هنا إلى أنّ التفسير الدقيق لهذه المتطابقة يستدعي إدخال الوحدة القياسية (أو وحدة القياس)، وهذا ما فعله ثابت بن قرّة.

كلّ هذا يجعل اعتبار تشابه مسارَي الخوارزمي وخليفته، (لا تطابقهما) أمراً واقعياً. أمّا ثابت فكان كتاب أصول أقليدس وكتاب الخوارزمي في متناول يده، فكان يكفيهِ أن يقوم بالتقريب بينهما ليقوم بأوّل إسهام في التاريخ، في مجال الجبر الهندسي. لقد قصّد الخوارزمي بناء نظريته الجبريّة، وكان عليه بالتالي برهان الخوارزميّات التي أعطاهَا. أمّا كتاب الأصول فلا يحوي معادلات ولا خوارزميّات حلول. ولكنّ الخوارزمي وجد في كتاب الأصول الوسائل التي تُمكنه من ترجمة المعادلات هندسيّاً، أي من تمثيل الأعظام بِقِطْعٍ من خطوط مستقيمة وبمساحات مربّعات ومستطيلات. وقد أمّن له برهان القضية السادسة من الكتاب الثاني من الأصول، بشكل أو بآخر، حجةً تُدخِل الترابط إلى براهينه. وهذا بالتحديد ما اقترحه ثابت بن قرّة كقارئ في رياضيات عصره.

ومن أجل تأكيد ما أوردنا من تفسير لمسار الخوارزمي، نأخذ المعادلة الثانية، $x^2 + c = bx$ ، ممّا سيساعدنا أيضاً على إظهار المنهجية التي يتّصف بها هذا المسار. يبدأ الخوارزمي، كما فعل مع المعادلة الأولى، بوضع هذه المعادلة بشكل هندسي، فيأخذ المربّع $ABDC$ ذا المساحة x^2 ، ويمدّ الضلعين CA و DB ليحصل على المستطيل $CDNE$ حيث $CE = DN = b$ ، فتكون مساحته bx وتكون مساحة المستطيل (BE) تساوي c (الشكل ٣).



(الشكل ٣)

فُعطى المعادلة على الشكل الهندسي التالي:

$$\text{مساحة } (CDNE) = \text{مساحة } (BE) + \text{مساحة } (ABDC).$$

ليكن H منتصف CE وليكن $HI \perp BN$ ، فيكون لدينا: $\frac{b}{2} = CH$

و $x = HI$ * . ونغذّ IH إلى HK ، بحيث يكون $AH = HK$ ، فيكون (ونحن في الحالة $x < \frac{b}{2}$):

$$AH = CH - CA = CH - HI = \frac{b}{2} - x$$

فيكون $IK = IN = \frac{b}{2}$ ، فنكمل المربع $KMNI$ ذا المساحة $\left(\frac{b}{2}\right)^2$. ونأخذ نقطة L

على KM بحيث يكون $KL = KH = \frac{b}{2} - x$ ، فيكون لدينا $ML = IH = x$. ونأخذ $LG \perp HE$ ، فيكون لدينا:

$$\text{مساحة } (MG) = \text{مساحة } (IA) - c = \text{مساحة } (EI) \text{ **} ;$$

فيكون: مساحة $(MG) + \text{مساحة } (EI) = c$.

$$\text{ولكنّ مساحة } (MI) = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{، فيكون لدينا:}$$

$$\text{مساحة } (GK) = c - \left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{ ***, و } GH = HA = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} \text{ ويكون:}$$

$$AC = x = HC - HA = \frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

وهو أوّل جذريّ المعادلة.

* الشكل ٣ يُمثل الحالة $x < \frac{b}{2}$. الحالة $x \geq \frac{b}{2}$ ، تُعالج بعدها مباشرة (المتّرجم).

** اقرأ c نقصاً مساحة (EI) (المتّرجم).

*** اقرأ $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ نقصاً مساحة c (المتّرجم).

ومن جهة أخرى، في الحالة $x > \frac{b}{2}$ ، نحصل على شكل هندسي مشابه مع تبادل في موقعي النقطتين G و A ، ويكون لدينا:

$$x = HC + HA = HC + HG = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

وهو الجذر الثاني للمعادلة.

وهنا أيضاً نرى أنّ البناء الهندسي، كما أعطاه الخوارزمي، يهدف إلى إثبات التكافؤ التالي:

$$x^2 + c = bx \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$$

فكان الخوارزمي يعلم أنّ للمعادلة من هذا النوع جذرين (موجبين) في حالة كون $\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c > 0$.

ولتقابل، هذه المرة أيضاً، حلّ الخوارزمي بالحلّ الذي قدّمه ثابت بن قرّة انطلاقاً من قراءته المزدوجة لكتاب الخوارزمي ولـ "أصول" أقليدس. نبدأ بقراءة ما كتبه ثابت:

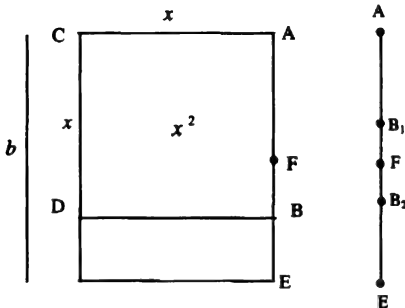
"الأصل الثاني: وهو مال وعدد تعدل جذوراً.

الوجه في استخراج ذلك من المقالة الثانية من كتاب أوقليس بالشكل الخامس على ما أصف. نجعل المال مربع \overline{AB} جـ د، ونجعل في \overline{AE} من أضعاف الواحد الذي تقدر به الخطوط، مثل العدة المفروضة للأجذار. فيبين أن \overline{AE} أطول من \overline{AB} إذ كانت الجذور وهي في باب الحساب ضرب جـ \overline{AE} في \overline{AE} أعظم من المال. ونتم سطح جـ د، ونبين كما قيل أنه مساوٍ للأجذار على مذهب الحساب؛ وإذا نقص منه \overline{BE} جـ د وهو المال، بقي د \overline{DE} مساوياً للعدد، فـ د \overline{DE} معلوم وهو مثل ضرب \overline{AB} في \overline{BE} ، وخط \overline{AE} معلوم. فقد حصل الأمر على أن خط \overline{AE} المعلوم، قسم على \overline{BE} ، فكان

ضرب $\overline{أ ب}$ في $\overline{ب ه}$ معلوماً، وقد تبين في الشكل الخامس من المقالة الثانية من كتاب أوقليدس أنه إذا قسم $\overline{أه}$ بنصفين على $و$ ، فإن ضرب $\overline{أ ب}$ في $\overline{ب ه}$ مع مربع $\overline{ب و}$ مثل مربع $\overline{أ و}$. لكن $\overline{أ و}$ معلوم ومربعه معلوم، وضرب $\overline{أ ب}$ في $\overline{ب ه}$ معلوم. فيبقى مربع $\overline{ب و}$ معلوماً، فـ $\overline{ب و}$ معلوم. وإذا نقص من $\overline{أ و}$ أو زيد عليه حصل $\overline{أ ب}$ معلوماً، وهو الجذر. وإذا ضربناه في مثله كان $\overline{أ ب}$ $\overline{ج د}$ معلوماً، وهو المال؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

وهذا المسلك أيضاً موافق لمسلك أصحاب الجبر في حساب هذه المسألة، ولذلك احتملت على المذهبين جميعاً استعمال الزيادة والنقصان في خط $\overline{وب}^{57}$.

هذا يعني أننا نأخذ، هذه المرة أيضاً، مربع $ABDC$ ، ذا الضلع $AB = x$ ؛ فيكون من البديهي (بحسب المعادلة $x^2 + c = bx$) أن $b > x$. نمد AB حتى E ، بحيث يكون $AE = b$. فتكون مساحة $(ABDC) = x^2$ ، ومساحة $(CE) = bx - x^2$ ومساحة $(DE) = c$ (انظر الشكل ٤، أدناه).



(الشكل ٤)

⁵⁷ انظر: ثابت بن قرة: تصحيح مسائل الجبر للبراهين الهندسية

("Rétablir les problèmes de l'algèbre par les démonstrations géométriques").

العناصر المعلومة هي $AE = b$ ، ومساحة $(DE) = c$. وكما في المعادلة السابقة، بالإمكان تحديد AB ، بتطبيق القضية الخامسة من الكتاب الثاني من "الأصول". فلدينا:

$$c = AB \cdot BE = BD \cdot BE = (DE) \text{ مساحة}$$

فإذا كان F منتصف AE ، يكون لدينا، استناداً إلى القضية II.5 من "الأصول" (*):

$$AB \cdot BE + BF^2 = AF^2$$

ومنها

$$BF^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c \quad \text{و} \quad c + BF^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

فيكون الطول BF معلوماً؛ ولأن $AF = \frac{b}{2}$ ، تكون النقط A و E و F ، هي النقط المعلومة، فيجري البحث عن النقطة B . هذه النقطة تقع إمّا بين A و F (النقطة B_1)، إمّا ما بعد F (النقطة B_2)، ويكون لدينا:

$$x = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} \quad \text{أي} \quad AB = AF \pm BF$$

حيث، في حالة كون الإشارة "-" نحصل على $x_1 = AB_1$ ، وفي حالة كونها "+" نحصل على $x_2 = AB_2$ ، وهما جذرا المعادلة. وينتهي ثابت بن قرّة استدلاله مؤكداً أنّ الطريقة الهندسية تتوافق مع طريقة الجبرين.

نرى إذن، أنّ ثابت بن قرّة يستشهد صراحةً بالمتطابقة التي أثبتّها أقليدس في القضية II.5 (من "الأصول")، التي تُكتب جبرياً على الشكل التالي:

$$x(x - b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

وكانت هذه المتطابقة في أساس مسار الخوارزمي، ولكن من دون أن يذكرها بشكل صريح. وهنا أيضاً يمكن الافتراض بأنّ الخوارزمي استلهم المسار الأقليديّ

(*) القضية الخامسة من الكتاب الثاني من "الأصول" (هنا وفي ما يلي من هذا الكتاب، يشير الرقم الروماني إلى الكتاب والرقم العربي إلى القضية) (المترجم).

واستخدم قبل ثابت بن قرّة مساراً مشابهاً لمسار هذا الأخير. وفي كلّ حال، لاشكّ في أنّ أسلوب الخوارزمي الهندسي في برهان خوارزميته، والمصطلحات الهندسيّة التي استخدمها، يرتبطان بالقرابة مع أسلوب أقليدس ومصطلحاته لدى برهانه للمتطابقتين II.5 و II.6*، رغم وجود بعض الاختلاف.

ولكي نهيي تبياننا لأنّ الهندسة التي استخدمها الخوارزمي في برهان خوارزمياته تنتمي إلى هندسة أقليدس، نأخذ المعادلة الثالثة:

$$x^2 = bx + c$$

يتبع الخوارزمي في حلّ هذه المعادلة، الطريقة نفسها، حيث القاعدة الأولى هي ترجمتها بتعابير الهندسة؛ فهو يأخذ المربع $ABDC$ ذا المساحة x^2 ، ونقطة E على AC بحيث يكون $EC = b$ ، ويرسم (المستطيل) $CEGD$ ذا المساحة bx فتكون مساحة (EB) تساوي c ، ويكون لدينا:

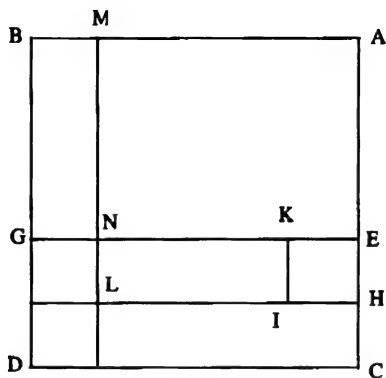
$$\text{مساحة } (ABDC) = \text{مساحة } (CEGD) + \text{مساحة } (EB).$$

القاعدة الثانية من هذه الطريقة هي التبيان الهندسي للمقادير التي ترد في خوارزميّة الحلّ وهي هنا: $\frac{b}{2}$ و $c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ والجذر التربيعي لهذه العبارة الأخيرة. يتصرّف الخوارزمي على الشكل التالي:

لتكن النقطة H منتصف EC وليكن المربع $HEKI$ (انظر الشكل ٥ أدناه)؛ ضلع هذا المربع $\frac{b}{2}$ ومساحته $\left(\frac{b}{2}\right)^2$. يأخذ النقطة L على امتداد HI بحيث يكون، $IL = EA$ فيكون $HL = HA$. ويكمل المربع $AHLM$ ؛ فيكون $HC = MB = KI$ و $LI = AE = MN$ ، فيكون لدينا:

$$\text{مساحة } (NB) = \text{مساحة } (KL)$$

* أي المتطابقتين اللتين تحرّر عنهما القضيتان II.5 و II.6 من "الأصول" (المترجم).



(الشكل ٥)

ويكون

$$c = \text{مساحة } (AG) = \text{مساحة } (KL) + \text{مساحة } (AN)$$

وبعد تحديد $\frac{b}{2}$ و $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ و c ، ينتقل الخوارزمي إلى تحديد المجهول، انطلاقاً من

العناصر المعلومة. لدينا:

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c = \text{مساحة } (AN) + \text{مساحة } (KL) + \text{مساحة } (HK) = \text{مساحة } (HM)$$

فيكون

$$AH = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}$$

ويكون

$$x = AC = AH + CH = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$$

نرى بوضوح، إذن، أن البناء الهندسي الذي قام به الخوارزمي يركز على

التكافؤ التالي:

$$x^2 = bx + c \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

وأن طريقته تعتمد الإنبات الهندسي، لخطوات الخوارزمية، مرحلة بعد مرحلة.

بعد عرض طريقة الخوارزمي لحلّ المعادلة $x^2 = bx + c$ ، نعين دراسة ثابت بن قرّة لها، والشهادة التاريخية التي تتضمنها هذه الدراسة. يصوغ ثابت حلّه للمعادلة المذكورة كما يلي:

"الأصل الثالث: وهو عدد وجذور تعدل مالاّ.

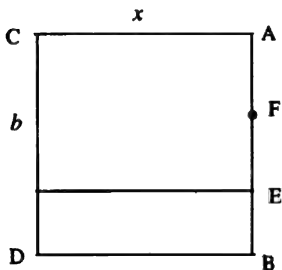
الوجه في استخراج ذلك بالشكل السادس من المقالة الثانية من كتاب أقليدس على ما أصف. نجعل المال مربع $\overline{أ ب}$ $\overline{ج د}$ ، ونجعل في $\overline{أ ه}$ من أمثال الواحد الذي تقدر به الخطوط، مثل عدّة الأجزاء، وواجب أن يكون معلوماً وأن يكون أقصر من $\overline{أ ب}$ ، لأن الجذور وهي على مذهب الحساب ضرب $\overline{ج أ}$ في $\overline{أ ه}$ أقل من المال، وتنتم سطح $\overline{ج ه}$ ، فسطح $\overline{ج ه}$ مثل الجذور، ويبقى سطح $\overline{ه د}$ مساوياً للعدد، فهو إذن معلوم، وهو ضرب $\overline{أ ب}$ في $\overline{ه ب}$. فقد حصل الأمر على أن خط $\overline{أ ه}$ معلوم، وزيد فيه $\overline{ه ب}$ ، فكان ضرب $\overline{أ ب}$ في $\overline{ه ب}$ معلوماً. وقد تبين في الشكل السادس من المقالة الثانية من كتاب أوقيليس انه إذا قسم $\overline{أ ه}$ بنصفين على $\overline{و}$ ، كان ضرب $\overline{أ ب}$ في $\overline{ب ه}$ مع مربع $\overline{ه و}$ كمربع $\overline{و ب}$. وأ $\overline{أ ب}$ في $\overline{ب ه}$ معلوم ومربع $\overline{ه و}$ معلوم، فمربع $\overline{و ب}$ معلوم، فخط $\overline{و ب}$ معلوم. وخط $\overline{و أ}$ معلوم لكونه نصف $\overline{أ ه}$ المعلوم، ف $\overline{و ب}$ معلوم و $\overline{أ و}$ معلوم، فجميع $\overline{أ ب}$ معلوم وهو الجذر. وإذا ضربناه في مثله كان $\overline{أ ب ج د}$ معلوماً، وهو المال؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

وسبيل هذه المسألة سبيل اللتين قبلها في موافقة طريق استخراجها بالهندسة طريق استخراجها بالجبر^{٥٨}.

⁵⁸ فنظر: ثابت بن قرّة: تصحيح مسائل الجبر بالإبراهيم الهندسية

("Rétablir les problèmes de l'algèbre par les démonstrations géométriques").

بأخذ ثابت مربع $ABDC$ بمساحة x^2 ، ونقطة E على AB بحيث يكون $AE=b$ (معتبراً، استناداً إلى المعادلة، أن $x < b$ ، الشكل ٦). فيكون:



(الشكل ٦)

$$\text{مساحة } (ABDC) = x^2 \text{ ومساحة } (CE) = bx,$$

وتكون بالتالي

$$\text{مساحة } (ED) = c;$$

ولكن

$$\text{مساحة } (ED) = EB \cdot BD = EB \cdot BA.$$

ويستخدم ثابت بن قرّة القضية II.6 من "الأصول"، لتحديد المجهول AB ، انطلاقاً من هذه المعطيات؛ فإذا كان F منتصف AE ، يكون، استناداً إلى قضية أقليدس المذكورة:

$$BE \cdot BA + EF^2 = BF^2$$

ولكن

$$EF = \frac{AE}{2} = \frac{b}{2},$$

فيكون

$$c + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = BF^2$$

فتكون BF معلومة، ويكون

$$AB = AF + BF = \frac{b}{2} + BF$$

$$.x = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}$$

وهذه المرة أيضاً يلجأ ثابت بن قرّة إلى التكافؤ الذي تُعبّر عنه القضية II.6، الذي يُكتب جبريّاً على الشكل التالي:

$$,x(x-b) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2$$

وذلك من أجل برهان تكافؤ حلّ الخوارزمي مع الحلّ الهندسيّ الذي قدّمه هو. ومن أجل أن نفهم مدى قراءة الخوارزمي المحتملة لـ "أصول" أقليدس وحدود هذه القراءة، ونُقيّم تأثير هذه القراءة في القسم من كتاب الخوارزمي، المتعلّق بالمعادلات التربيعيّة وبرهان خوارزميّات الحلّ، يتوجّب التذكير بأمرٍ، هو واضح، إلّا أنّ الشروح والتعليقات التاريخيّة حجّته عن النظر. فكثيراً ما تُسببت إلى أقليدس مسألة لم يقم بتأتا بطرحها، كما تُسببت إليه حلول لم تخطر بباله. فلا توجد في "الأصول" آية صياغة لآية معادلة جبريّة؛ ولا نجد بالتالي أيّ حلّ خوارزميّ لآية معادلة جبريّة مهما كان شكلها. فالإسهام الأوّل في الجبر الهندسيّ، أي في الدراسة الهندسيّة للمعادلات الجبريّة من الدرجة الثانية، تعود -كما سبق وقلنا- إلى ثابت بن قرّة، القارئ لأقليدس وللخوارزمي في الوقت عينه. فقد صاغ أقليدس تكافؤات هندسيّة دون أن يُفكّر بترجمتها الجبريّة. ولا نجد في "الأصول" تقنيّات جبريّة سابقة للجبر كذلك التي نجد في كتاب "الحساب" لديوفنطس.

ومن جهة أخرى، لم يحاول الخوارزمي برهان مثل هذه المتطابقات أو التكافؤات الهندسيّة. فعلاً نبحت في كتابه عن قضيّة كالقضيّة II.5 من "الأصول" وهي التالية:

"إذا قُطِعَ خطٌّ إلى قِسْمَيْنِ متساوَيْنِ وإلى قِسْمَيْنِ غير متساوَيْنِ، فإنّ السطح (المستطيل) الذي يحيط به القسمان غير المتساويَيْنِ من الخطّ

بكامله، مع مربع الخطّ الواقع بين القطعين، يساوي مربع نصف الخطّ
بكامله"⁵⁹.

يلو إذن وكأنّ الخوارزمي أخذ من أقليدس اللغة الهندسيّة (الخط، والسطح
(المساحة) وتساوي المساحات، ...)، ومعيار البرهان الإلزامي؛ كما يبدو وكأنّه
استوحى الطريقة الأقليديّة لبرهان المتطابقات، وكيفها مع نظريّة المعادلات الجبريّة التي
قصدَ بناءها، ومع براهين الخوارزميّات التي طبّقها. هذا بالتحديد ما قصّده ثابت بن
قرّة عندما كتب أن "هذا المسلك" (الهندسيّ) "موافق لمسلك أصحاب الجبر".

٢-٢-٢ الكمّيات غير المنطقية التريبيّة

يبقى علينا أيضاً أن نُعين المفاهيم الأخرى الواردة في جبر الخوارزمي، التي من
شأنها أن تعكس قراءته لـ "الأصول" أو على الأقلّ، استيعابه من هذا المؤلف. أوّل
هذه المفاهيم هو بدون شكّ، مفهوم الكمّيات غير المنطقية التريبيّة.

ومن الطبيعي أن يتوقّع المرء احتلال هذا المفهوم موقعاً في معجم الخوارزمي الجبري،
وذلك لسببين: السبب الأوّل هو كون الخوارزمي يعالج معادلات من الدرجة الثانية، ذات
حدّين وثلاثية الحدود؛ والسبب الثاني هو كونه يولي اهتماماً خاصّاً لتحديد مواضيع المادّة
العلميّة الجديدة (الجبر). ولكن، وخلافاً لكلّ التوقعات لا يقول الخوارزمي شيئاً حول
موضوع المقادير غير المنطقية. يقتصر ما يرد في كتابه هذا الخصوص على تلميحين مُقتضبَيْن،
وذلك بمناسبة معالجته لجذر المربع ("المال")، أي مربع "الشيء" أو المجهول⁶⁰. ويزيد من
استغرابنا لهذا السكوت كونه صادراً عن رياضيّ كان على علم بالترجمة التي قام بها الحاج
(زميله) لـ "أصول" أقليدس. إضافة إلى ذلك، استناداً إلى شهادة رياضيّ من القرن الحادي
عشر (١٠٣٧-...) هو أبو منصور البغدادي، كان مجوزته كتاب الخوارزمي الحسابي

⁵⁹ انظر:

*Les Œuvres d'Euclide, traduites littéralement par F. Peyrard, Nouveau tirage augmenté
d'une importante Introduction par Jean Itard (Paris: A. Blanchard, 1966), p. 45.*

⁶⁰ انظر للهلش الرقم (٦٢)، لقاء.

(المفقود حالياً بصيغته العربية)، نعلم أنّ الخوارزمي عالج مسألة تقريب الجذر التربيعي لعدد لا يكون مربعاً تامّاً⁶¹.

كلمة "أصم" (أي غير مُنطَق) لا ترد سوى مرتين في كتاب الخوارزمي، وفي مكانين يفصل بينهما عدد قليل من الأسطر، دون تحديد لهذه الكلمة، ودون شرح أو تعليق. والنصّان المذكوران هما التاليان:

"واعلم أنّ جذر كلّ مالٍ، معلوم أو أصمّ، تريد أن تُضعفه، ومعنى إضعافك إياه أن تضربه في اثنين، فينبغي أن تضرب اثنين في اثنين ثمّ في المال. فيصير جذر ما اجتمع مثلي جذر ذلك المال" [...]"؛

"وكذلك ما زاد أو نقص من <الجذر> المعلوم والأصمّ فهذا طريقه"⁶²؛

وفي المرتين تردّ هذه الكلمة ضمن ثنائيّ: "معلوم أو أصمّ"، و فقط بصدد جذر "المال". هذا التعبير ("أصمّ") لا يظهر إذن بتاتاً بشكل منفصل، أي مستقلّ عن كونه عنصراً من ثنائيّ. ولكنّ الترجمة العربيّة لـ "الأصول" تستخدم تعبير "أصمّ" كترجمة للتعبير اليونانيّ ἀλογος، وهو لا يتضادّ مع تعبير "معلوم" بل مع تعبير λογος، الذي تُرجم إلى العربيّة بتعبير "مُنطَق". والأمر هو كذلك بالضبط، في كلّ الترجمات العربيّة انطلاقاً من اليونانيّة، كما في مُحمل الأدبيّات العربيّة.

تقدّم الخوارزمي للثنائيّ ("معلوم" – "أصمّ") كان لا بدّ له من أن يترك نوعاً من التشويش أو الارتباك عند مترجمي كتابه، اللاتينيّين منهم والمُحدّثين. وقد تملّص روبر دو شستر (Robert de Chester) من المشكلة، فحذف ما ورد في المرّة الأولى، وترجم ما ورد في المرّة الثانية كما يلي: "أكانت تلك أعداداً صحيحة أو كسوراً" (Gérard de "quotquot integrae vel fractae fuerint")⁶³. أمّا جيرار دو كرىمون

⁶¹ عبد القاهر بن طاهر البخدادي، التكملة في الحساب مع رسالة في المسألة، ص ٧٦-٧٧.

⁶² انظر للنصّ في ما يتبع من هذا الكتاب، ص ١٨٤، ص ١٢، وص ١٨٥، ص ١٤.

⁶³ انظر:

Crémone فقد كان أكثر دقة، وأنقذ النصّ بأبناعه ترجمة حَرْفِيَّة، حيث كَتَب: "Scias itaque quod cum quamlibet census radicem notam sive surdam duplicare volueris"⁶⁴؛ ولكنّه التفّ حول ما ورد في المرّة الثانية وكتب: "Et similiter de eo quod ex radicibus additur aut minuitur secundum hoc exemplum facias"⁶⁵. أمّا فريدريك روزن (F. Rosen)، الأكثر حداثة، فقد ترجم هاتين الجملتين عنيهما إلى الإنكليزيّة على الشكل التالي: "If you require to double any known or unknown square ..."⁶⁶، معتقداً، بدون شك، أنّ نقله لكلمة "أصم" بكلمة "unknown: مجهول"، يردّ للنصّ عمق معناه. ولكنّ ج. روسكا (J. Ruska) انتقد هذا الاختيار واقترح إبدال كلمة "معلوم" بكلمة مُنطَق، وكلمة "مال" بكلمة "عدد"، متصوراً أنّه بهذا التصرف يكشف عن حقيقة نصّ الخوارزمي⁶⁷.

ولا يجوز أن ينظر ببال أحد أنّ هؤلاء المترجمين كانوا يجهلون أنّ الضدّ لكلمة "معلوم" هو كلمة "مجهول" لا "غير مُنطق"، وأنّ الضدّ للتعبير الأخير ليس كلمة "معلوم" بل كلمة "مُنطق". فعلى هذه المعاني تتفق جميع قواميس العربية كما يتفق عليها جميع رياضيّ ذلك العصر. لذا فإنّ ارتباك المترجمين هو أبعد من أن يكون ناتجاً من جهل لغوي؛ إنّهُ يعكس تساؤلاً أكثر عمقاً هو التالي: هل يجب أن يوضع مفهوم الخوارزمي في سياق أقليدي بحيث تُترجم كلمة "معلوم" بكلمة "مُنطق"، ممّا يؤديّ حتماً إلى حصر مفهومه ضمن مجال الأعداد؟ وعندما يكون الجواب بالإيجاب، لا بدّ

by Louis Charles Karpinski, University of Michigan Studies. Humanistic Series; 11, pt. 1 (New York: Macmillan; London: Macmillan and Company Limited, 1915), p. 100, 2-3.

⁶⁴ انظر:

Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī, "Gerard of Cremona's Translation of al-Khwārizmī's *al-Jabr*: A Critical Edition," edited by B. Hughes, *Mediaeval Studies*, vol. 48 (1986), p. 243 (V), 10.

⁶⁵ انظر: المصدر نفسه، ص ٢٤٥، س ٥٥-٥٦.

⁶⁶ انظر:

Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī, *The Algebra of Mohammed ben Musa*, edited and translated by Frederic Rosen (Londres [n. pb.], 1831); repr. Georg Olms, 1986. p. 27.

⁶⁷ انظر:

Ruska, *Zur ältesten arabischen algebra und Rechenkunst*, pp. 63-64.

من أتباع ما قام به روسكا وترجمة كلمة "مال" (أي مربع المجهول) بكلمة "عدد" (nombre)، وذلك تشويه قسري لنص الخوارزمي.

الطريقة الصحيحة تقضي، كما في الغالب، بتبُّع نص الخوارزمي، لفهم سياق هذا "الثاني" الزائف، والاستخدام الذي قصده الخوارزمي منه. فالمرتان اللتان يرد فيهما الثاني ("معلوم - أصم") يقعان ضمن الفصل الذي يعالج فيه الخوارزمي العمليات الحسابية على التعابير الجبرية.

يبدأ الفصل المذكور بأربع متساويات هي التالية:

$$(\sqrt{200}-10)+(20-\sqrt{200})=10 \quad (١)$$

$$(20-\sqrt{200})-(\sqrt{200}-10)=30-2\sqrt{200}=30-\sqrt{800} \quad (٢)$$

$$(100+x^2-20x)+(50+10x-2x^2)=150-x^2-10x \quad (٣)$$

$$(100+x^2-20x)-(50+10x-2x^2)=50+3x^2-30x \quad (٤)$$

وبعد أن يُعطي الخوارزمي هذه المتساويات دون أي شرح، يُتبعها بقوله: "وأنا مبين علة لك ذلك في صورة تؤدي إلى الطلب".*

هدف الخوارزمي واضح هنا، وهو دراسة جمع التعابير الجبرية وطرحها. وهذه التعابير يمكنها أن تحوي على حدٍّ سواء مجاهيل (كـ "الشيء" و "المال") وجذور أعداد صحيحة غير مربعة، وهي مقادير لا يمكن أن تكون قيمها (الصحيحة) إلا مجهولة. فـ 20 و $\sqrt{4}$ وجذر المعادلة $100+x^2-20x$ هي معاليم؛ و $\sqrt{200}$ و وجذر المعادلة $50+3x^2-30x$ هما "غير منطقيين" أي أصمتين. في كلِّ حال، فإن الذي يعرف مغزى القيم العددية في جبر الخوارزمي، وما يرمي إليه في الدراسة التي يقوم بها في هذا الفصل، يكتب المتساويتين (١) و (٢) السابقتين على الشكل التالي:

$$،(a\sqrt{x}-b)+(2b-a\sqrt{x})=b$$

$$،(2b-a\sqrt{x})-(a\sqrt{x}-b)=3b-2a\sqrt{x}$$

* انظر للنص في ما يتبع، ص ١٨٤.

فهذا، من دون شك، هو نوع الدراسة التي أراد أن يقوم بها هنا؛ والمتساويتان الأخيرتان، اللتان تبعتهما، تعبّران بشكل صريح عن قصد الخوارزمي.

يتابع الخوارزمي دراسة العمليات الحسابية على التعابير الجبرية -الضرب والقسمة- قبل أن يُبرهن المتساويات سابقة الذكر. ويبدأ بمَثَلٍ بسيط: $k\sqrt{9} = \sqrt{k^2 9}$ ، لكي يُعبّر، في الواقع، عن $k\sqrt{x^2} = \sqrt{k^2 x^2}$ ، حيث يدلّ الحرف k على عدد صحيح أو كسري، أيّ كان. ومن ثمّ يُعطي القواعد التالية:

$$\frac{n\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{n^2 a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{n^2 a}{b}}$$

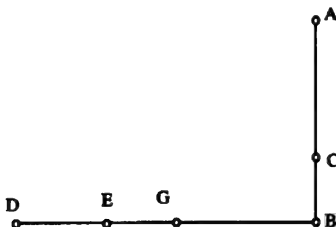
$$\frac{\frac{p}{q}\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{\frac{p^2}{q^2} a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{\frac{p^2}{q^2} a}{b}}$$

$$n\sqrt{a}m\sqrt{b} = \sqrt{n^2 a} \cdot \sqrt{m^2 b} = \sqrt{n^2 a m^2 b}.$$

وليس من المهمّ هنا معرفة ما إذا كان الخوارزمي هو من تصوّر هذه القواعد أو أنّه أخذها عن أحد قبْلَهُ، بل المهمّ هو أنّ هذه القواعد تتطّبق على حدّ سواء على "المعالم" وعلى المقادير "غير المنطقية".

بعد ذلك، يَتَنَقَّلُ الخوارزمي إلى برهان المتساويات، أو كما يقول، إلى "علتها". يُذَكِّرُ بأنّ برهان المتساويتين الأولى والثانية يتمّ عبر "الصورة" أي بواسطة قِطْعٍ من خطوط مستقيمة؛ ويبرهن المتساوية الأولى على الشكل التالي: يأخذ

$$AB = BE = \sqrt{200} \text{ و } AC = 10 \text{ و } DB = 20 \text{ و } DG = BG \text{ و } GE = CB$$



(الشكل ٧)

فيكون

$$\begin{aligned}(\sqrt{200}-10)+(20-\sqrt{200}) &= (BA-AC)+(DB-BE) \\ &= (EB-BG)+(DB-BE)=GE+DE=10\end{aligned}$$

ويأخذ

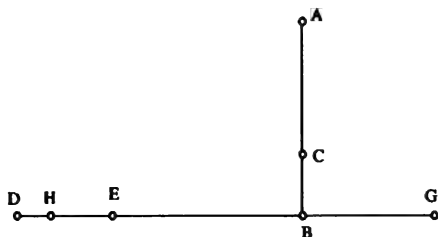
$$HE=BC \text{ و } DB=20 \text{ و } AC=BG=10 \text{ و } AB=BE=\sqrt{200}$$

فيكون

$$\begin{aligned}(20-\sqrt{200})-(\sqrt{200}-10) &= (BD-BE)-(AB-AC) \\ &= (ED-CB)=(ED-EH)=HD\end{aligned}$$

ولكن $DG = DB + BG$ ، فيكون

$$HD = DG - HG = DG - (AC + BC + BE) = 30 - 2\sqrt{200} = 30 - \sqrt{800}$$



(الشكل ٨)

نلاحظ أن القطع المستقيمة الواردة في هذه البراهين ليست موجودة على خط مستقيم واحد، وأن واحدها لا يبدأ عند نهاية الآخر. فالقطعة BE مُدخَلة بين GB و EG . وهكذا يكون لدينا المثلث الهندسي للتجميع والتبديل*. وهذا هو جوهر مسار الخوارزمي.

ومن جهة أخرى، يعلم الجميع أن الأعداد كانت تقوم في هذه الرياضيات، بلور الوسائط بشكلها العام، وقد تواصل قيامها بهذا الدور لقرون عديدة لاحقة.

* للتبديل (Commutativité) والتجميع (Associativité) هما خاصيتان من خواص بعض الممثلات الجبرية كالجمع والضرب في مجموعة الأعداد الحقيقية أو في مجموعة كثورات الحدود نوات العمليات الحقيقية... (المترجم).

فعندما يناقش الخوارزمي المعادلة $x^2 + 10x = 39$ ، فإنّ ما يكون في باله هو المعادلة $x^2 + bx = c$ ، فالحلّ الذي يعطيه هو حلّ عام والبرهان هو أيضاً كذلك. فإذا أبدلنا في المتساويتين السابقتين 10 بـ a و 20 بـ b و $\sqrt{200}$ بـ $a\sqrt{x}$ ، فإنّهما تُكتبان على الشكل التالي:

$$(a\sqrt{x} - a) + (b - a\sqrt{x}) = b - a$$

$$(b - a\sqrt{x}) - (a\sqrt{x} - a) = (a + b) - 2a\sqrt{x}$$

ويبقى البرهان هو نفسه. ولكنّ كتابة متساويتي الخوارزمي على هذا الشكل الأخير هو نوع من التبرير لتواجدهما مع المتساويتين الأخريّتين، ولحضورهما في هذا الفصل المخصّص للدراسة الجمع والطرح على التعابير الجبريّة. وقد رأينا أنّ الأساس في هذا البرهان يتركز على الحسابات المُطبّقة على القطع المستقيمة. والحسابات على القطع المستقيمة في حالتنا هذه، كما الحسابات على المساحات في حالة المعادلات، تجري وفق القواعد المعروفة من التقليد الأقلّيدي (فيما يخص الجمع والطرح). ولكنّ الجديد الذي يظهر مع الخوارزمي ليس تمثيله للأعداد وللمقادير غير المنطقة التريبيّة بقطع مستقيمة، بل أيضاً تمثيله للـ "شيء" بقطعة مستقيمة، ولـ "ربع الشيء" ("المال") بـ "مربع، ولضرب الشيء بمعامل، بمسّطيل. ولكنّ هذه الحسابات ليست ممكنة، بحسب الخوارزمي، إلّا إذا ما جرى تطبيقها على التعابير الجبريّة المؤلّفة من صنفين فحسب. وعندما يدخل في التعبير الجبري أكثر من صنفين، كما في المتساويتين الأخريّتين (٣) و(٤)، فإنّ البرهان لا يمكن أن يحصل إلّا "باللفظ" أي جبريّاً^{٦٨}.

فمنا، في ما سبق من هذه الفقرة، بتحليل نصّ الخوارزمي الذي يظهر فيه الثنائيّ ("معلوم-أصم")، وهو لم يظهر سوى مرتّين. ونلاحظ أنّ تعبير "معلوم"، كما تعبير "أصم"، وهما من أوصاف الأعداد والقطع المستقيمة على حدّ سواء، استخدمهما

^{٦٨} انظر الفقرة ٢-٣، التالية.

الخوارزمي لوصف "الشيء". ونرى بوضوح أن الحسابات على المقادير غير المنطقية أملت الحسابات على التعابير الجبرية وليس العكس، مثل الحسابات التي تخصّ المربعات* والاختلاف في المعنى لا يمكن الاحساس به إلا عند الكلام عن الجذر التربيعي للـ "شيء". فـ "المعلوم" يدلّ على هذا الجذر عندما يكون "الشيء" مربّعاً ("مالاً") تامّاً. أمّا "الأصم" فيُعبّر عن الجذر التربيعي للشيء دون أن يكون هذا الشيء مربّعاً تامّاً. تعبير الأصمّ هذا يحتمل، إذن، معنيين؛ فمن جهة، هو جذر الشيء، المجهول والذي لا يكون مربّعاً تامّاً، ومن جهة أخرى، عندما يصف هذا التعبير عدداً ما، فهو يعني أن هذا العدد هو مُنطَق بالقوّة. وهذا يوضّح اختيار الخوارزمي لمصطلحاته، كما يسمح بتفهّم ارتباطك المؤرّخين حيال هذا الأمر.

وهكذا يتوضّح مفهوم "غير المنطق" أي "الأصمّ" عند الخوارزمي؛ فهو يركّز على أساس أقليدي، جرى ترتيبه بحيث يستقبل المجاهيل التي قد تكون أعداداً كما قد تكون قطعاً مستقيمة. بهذا المعنى يكون مفهوم الخوارزمي أكثر "شكلية"***، من ذلك الذي نجده في التقليد الأقليدي والذي يتناول القطع المستقيمة فحسب. يعود السبب الرئيسي لهذا التحوّل "الشكلي" إلى موقف الخوارزمي، الذي لم يطرح في أيّ ظرف من الظروف، مسألة وجود الكمّيات غير المنطقية، بل اكتفى بالتعامل معها من وجهة نظر الحسابات الجبرية فحسب. هذا الموقف الذي اختاره الخوارزمي هو بالضبط ما سمح له بإدخال البرهان الهندسي للمتساويتين الأولى والثانية، كما بإدخال الفكرة البُذريّة للبرهان الجبري في الحالات الأكثر عموميّة.

وكخلاصة موجزة لهذه الفقرة، يمكننا القول إنّ الخوارزمي، الذي تحاشى الدخول في مسألة وجود المقادير غير المنطقية التربيعيّة، عرض وإن بإيجاز شديد، التفسير الجبري الأوّل للمفهوم الأقليدي لهذا الموضوع. وبذلك يكون الخوارزمي قد قام بفتح ثغرة، لم يتأخّر خلفاؤه بدءاً بأيّ كامل بولوجها وتوسيعها.

* حساب الـ *karānii* الذي مارسه الرياضيون من التقليد الهندي راجع ص ١٣٦ في ما يتبع (المترجم).
 ** أي أكثر تجريداً، فنظن أن صفة الشكلي (Formel) هنا، تأتي بمعنى تجريدي (Abstrait) (المترجم).

لا يمكن أن نفرّق بين الجبر كمادة رياضية مع الخوارزمي، عن ثلاث فِكر تأسيسية، وثيقة الترابط. نسيان هذه الفِكر يعني جهل جذّة مشروع هذا الرياضي البغدادي، ووحدة كتابه، الذي لن يقي منه حينها سوى مجموعة من التقنيات الجبرية، التي لا يلبث المؤرخون أن يردّوها إلى أسلافه.

وقد أتينا على ذكر الفكرة التأسيسية الأولى، وهي التصنيف الاستباقي للمعادلات. هذا التصنيف هو الذي قلب المسار الذي كان متبعاً حتى ذلك الحين. فبعد هذا التصنيف، لا نطلق من المسائل للحصول على المعادلات، ولكننا نصل إلى ذلك انطلاقاً من التعابير الأولية وتوافيقها، أي أننا نصل إلى الأصناف الستة من المعادلات من الدرجتين الأولى والثانية. ولكن المهم في هذا التصنيف لا يعود إلى قلب المسار كمسار، بل إلى ما يفرضه: وهو اختزال لمجموعة لا نهائية من المسائل غير ردها إلى عدد ضئيل من الأصناف، أو الحالات المثالية، التي ليست بتاتاً نتاج تجريد انطلق من هذه المسائل. فمستوى وجود هذه المسائل هو مستوى آخر. وقد أدى هذا الانقلاب إلى نتيجة ثانية، تتعلق بخوارزميات الحلول المرافقة لكل من هذه الحالات المثالية الست. وبما أن الخوارزمية تنطبق على كلّ المسائل التي تقع ضمن الحالة المثالية الواحدة، فإن الخوارزمية هي التي تقدّم على الحل في كلّ من هذه المسائل. وهي التي تُمثل السبيل الإلزامي الذي يوصل إلى حلّ المعادلات المولّفة من حدود تدلّ على كائن أبّ كان، "شيء"، أو مرتبه. وهذا الأمر يصحّ أيضاً بالنسبة إلى خوارزميات العمليات الجبرية، أي تلك التي تتناول الحسابات على التعابير الجبرية المرافقة للمعادلات.

لا يمكن للحبر إذن ألا يكون عالماً خوارزمياً، أي عالماً يعتمد الخوارزميات. ولكن، إذا ما أردنا لهذا العلم أن يكون رياضياً، فلا بدّ للخوارزميات من أن يُسرهنّ على يقينيتها: يجب إذن التثبت من كونها جامعة وضرورية. هذه هي بالضبط، الفكرة

التأسيسية الثانية لجبر الخوارزمي. فالجبر عنده ليس خوارزمياً فحسب، بل أيضاً برهانيّ. فبعد أن حدّد الخوارزمي التعابير الأوليّة للعلم الرياضي الجديد، الجبر، انتقل إلى نظرية المعادلات من الدرجتين الأولى والثانية، فأعطى كلّ الحالات المثالية وكلّ الأصناف، وصاغ الخوارزمية المقابلة لكلّ منها. استخدم كلمة "باب" للدلالة على الخوارزمية، وذلك بمعنى "المدخل إلى الشيء المطلوب" أو "الطريق المتبعة للوصول إلى الهدف المطلوب". فلكمة "باب" في جبر الخوارزمي مقابلة تماماً لكلمة "procédé" بالفرنسية أو لكلمة "procedure" بالإنكليزية. وهنا ظهرت الفكرة التأسيسية الثالثة. فالخوارزمية أو الطريقة العملية مهما كانت، ليست أصلاً بأيّ حال، ولا تحمل أصلها في ذاتها. إضافة إلى ذلك، يتوجّب التأكّد من أنّ الطريقة العملية بذاتها، قائمة على أسس صلبة، أي على قواعد ضرورية وجامعة، وذلك كي لا تكون الطريقة العملية نتيجة عَرَضية. هنا أدخل الخوارزمي تعبير الـ"علة" بمعنى السبب، أو برهان الخوارزمية بواسطة سببها. ومن البديهي أنّ البحث عن هذه "العلة" لا يمكن أن يجري إلاّ في مادة أخرى تُستخدَم لغتها لصياغة العلة. وكان البرهان "بالعلة" في الأدب الفقهي والفلسفي لذلك العصر، هو البرهان الذي يُعطي سبب كيان الشيء؛ ومن هنا كان هذا البرهان على حدّ تعبير جرى استخدامه لاحقاً "*Demonstratio simpliciter*" أو "*Demonstratio potissima*". ففقهاء ذلك العصر عنوانوا بـ"العلة"، المستندات "التي يركز إليها لزوم الحكم"^{٦٩}؛ أمّا بالنسبة إلى الفلاسفة كالكندي وخلفائه، فعلة الشيء هي ما يملكه، إمّا بذاته كالمادة والشكل، أو بوجوده. الهندسة هي المادة العلمية التي

^{٦٩} هذا هو المعنى الذي نلقاه في رسالة الشافعي وإن كان التعبير غائباً. (انظر الفصل المتعلق بـ "قتيلوس"، ص ٥٠٩ وما بعدها). ونجد المعنى نفسه في جميع الرسائل التي تبحث في أسس الفقه، ومنها على سبيل المثال كتب: أبو قولايد سليمان بن خلف الباجي، إحكام الفصول في أحكام الأصول، حققه وقدم له ووضع فهرسه عبد المجيد تركي (بيروت: دار الغرب الإسلامي، ١٩٩٥)، ج ٢، ص ٦٣٢ وما بعدها، وأبو حنبل محمد بن محمد الغزالي، المنتقى في علم الأصول، تحقيق محمود عبد السلام عبد الشافي (بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٩٦)، ص ٣٣٢ وما بعدها. انظر أيضاً: علي سلمي لشار، مناهج البحث ضد مفكري الإسلام ونقدهم للمنطق الأسططالسي (القاهرة: دار الفكر العربي، ١٩٤٧)، ص ٨٨ وما بعدها.

أوكل إليها الخوارزمي هذه المهمة، مهمة استخدام لُغتها لصياغة العلة. ولم يكن البرهان "بالعلة" أي البرهان الهندسي مطلوباً لخوارزميات حلول المعادلات الجبرية فحسب، بل أيضاً لخوارزميات الحسابات الجبرية التي درسها الخوارزمي بعد المعادلات مباشرة. يُضاف إلى ذلك أن هذا البرهان يوجد ضمناً في الفصول المكرسة لحلّ المسائل، حيث إن المسألة التي يُراد حلّها كان يتم إرجاعها في كلّ مرة إلى واحدة من الحالات الست المثالية.

ولكي نذكر مقومات البرهان "بالعلة" يجدر أن نلاحظ أن الخوارزمي كان في كلّ مرة يسعى إلى إظهار أن الخوارزمية مشتقة من العلاقات الهندسية القائمة بين عناصر شكل هندسيّ تُعتمد بناءه لكي يُترجم هندسياً الأنواع الجبرية (العدد والمجهول ومرتع المجهول)، والعلاقات التي تربطها والتي تعبّر عنها المعادلة. "علة" الخوارزمية أي ما يجعلها لازمة وما يؤمّن عموميتها، موجودة بالتحديد في لزوم الكائنات والعلاقات الهندسية وعموميتها. والشكل الهندسي المبني، خلافاً لما قد يبدو للوهلة الأولى، ليس تمثيلاً بواسطة الشكل للخوارزمية، بل هو ما يؤمّن لهذه الخوارزمية مستوى وجودها. فالخوارزمية تستمدّ من الهندسة لزوم نتائجها لا في الحالات المعلومة فحسب، بل أيضاً في الحالات المجهولة. والهندسة هي التي تسمح بإثبات حجج الخوارزمية وإعادة ترتيب هذه الحجج. وباختصار، يعترف الخوارزمي بأسبقية الهندسة من ناحية وجودها ومن ناحية عمليتها. لذا فلمفهوم البرهان بالعلة بُعدان: بُعد منطقي وآخر وجودي.

وفي الفصلين المخصّصين لحلّ المسائل الجبرية اللذين تليهما فصل برهان الخوارزميات والحسابات على التعابير الجبرية، أدخل الخوارزمي تعبيراً جديداً هو تعبير "القياس"، الذي يرتبط بتعبير "العلة". وكثيراً ما كان يُستخدم هذا التعبير في أوساط القضاة وفقهاء الدين في ذلك العصر. كلمة "قياس" عند هؤلاء تدلّ، باختصار، على التشابه بين حالة خاصّة ونموذج عام، أو التماثل بين حالة جديدة وحالة أخرى تلعب دور النموذج لأسباب مُعتقّدة أو تاريخية⁷⁰. ولكي نفهم المعنى الذي يعطيه الخوارزمي

⁷⁰ انظر الملحوظة السابقة.

لهذا التعبير لا بدّ من النظر إلى استخدامه له، فنأخذ المسألة التالية كمثال: "عشرة قسمتها قسمين، وضربت كلّ قسم في نفسه وجمعتها فكانا ثمانية وخمسين درهماً". ومباشرة، بعد طرح المسألة على هذا الشكل، يقول الخوارزمي "قياسه أن...". ويقوم بالعملات التي يمكننا كتابتها على الشكل التالي:

$$\begin{aligned}x &\rightarrow (10-x) \rightarrow (10-x)^2 = 100 + x^2 - 20x \rightarrow \\&\rightarrow x \cdot x = x^2 \rightarrow 100 + x^2 - 20x + x^2 = 100 + 2x^2 - 20x = 58 \\&\rightarrow 100 + 2x^2 = 58 + 20x \rightarrow 50 + x^2 = 29 + 10x \rightarrow 21 + x^2 = 10x\end{aligned}$$

ومن ثمّ يحلّ هذه المعادلة بحسب النموذج الذي أثبتته سابقاً وهو: $c + x^2 = bx$.

وكان الخوارزمي أحياناً، بدل أن يحلّ المسألة، يكفّي بإرجاعها إلى الحالة المثالية التي سبق أن درسها.

لذا فإنّ ما قصده الخوارزمي بالـ "قياس" هو صياغة معطيات المسألة المطروحة، بحيث نستطيع أن نطبّق عليها العمليات الجبريّة، لنصل في النهاية إلى إرجاع المسألة إلى أحد الأصناف الستّة، التي سبق أن أقيمت وتمّ برهانها "بالعلة". فـ "القياس" يتقدّم إذن كعملية من مرحلتين:

- (١) وضع المسألة الخاصّة المطروحة بشكل يلائم نموذجاً عاماً (هو إحدى الحالات المثالية الستّة)، وذلك بواسطة العمليات الجبريّة؛
- (٢) حلّ المسألة، أو الإرجاع إلى الحلّ الذي سبق أن أقيم.

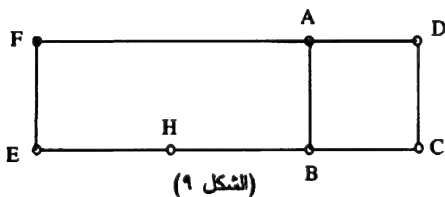
فالقياس بالنسبة إلى الخوارزمي، مرتبط مباشرة بالبرهان "بالعلة"، هذا ما ينتهي إليه التحليل الدقيق لنصّ الخوارزمي في سياق أدبيّات عصره. وقد تُرجم تعبير "قياسه" بأشكال سيّئة، أقلّها سوءاً هو التالي: "ونستدلّ فيه هكذا" (on y raisonne ainsi) أو أيضاً "نستنتجه هكذا" (on l'infère ainsi).

كان مفهوم البرهان الهندسيّ هذا واضحاً عند خلفاء الخوارزمي، ولم تغب عن بال هؤلاء أهميّة البرهان الهندسيّ وأسبقّيته. فقد أعطى ابن تّرك لكتابه في نظريّة

المعادلات التريعية عنوان "الضرورات والمقترنات"^{٧١}. وهكذا حلّت عند ابن ترك كلمة "ضرورة" محلّ كلمة "علة"؛ وبذلك يكون ابن ترك قد ردّ لكلمة علة، المعنى الصحيح الذي قصده منها الخوارزمي، ذلك لأنّ هذه "الضرورة" هي، بالنسبة إلى ابن ترك، ضرورة البرهان الهندسيّ.

أما أبو كامل فقد حافظ على تعبير "العلة". فقد عمد إلى أخذ كلّ من الأصناف الستة للمعادلات التي قدّمها الخوارزمي، وإلى برهان "علتها"، وهذا مقطع مما قاله "... ونبيّن علّتهما في أشكال هندسيّة يفهمها المهندسون الذين قد نظروا في كتاب أقليدس"^{٧٢}. وفي هذا القول إشارة من أبي كامل إلى أنّ "العلة" ليست بتاتاً التمثيل بالشكل الهندسي، ولكنّها محتواة ضمنه ولا تخفى عن الذي يعرف "أصول" أقليدس. ونظنّ أنّ تتبّعنا دراسة أبي كامل للمعادلة $x^2 + 10x = 39$ ، من شأنه أن يوضح هذه النقطة المهمّة.

ياخذ أبو كامل القطعة المستقيمة $x=AB$ والمساحة المربّعة $x^2=ABCD$ والمساحة المستطيلة $10x=ABEF$ ويقسم BE إلى نصفين في النقطة H (الشكل ٩). ومن ثمّ يذكر بأنّ لدينا، استناداً إلى القضيّة II.6 من "الأصول": $HC^2 = HB^2 + EC \cdot CD$ ، ومن هذه المتطابقة يستنتج: $8=HC$ و $3=x=AB$.



^{٧١} أبو الفضل عبد الحميد بن ولّس بن ترك: الضرورات في المقترنات، تحقيق وترجمة ليدن ساييلي (Aydin Sayili)، في كتاب:

Logical Necessities in Mixed Equations by 'Abd al-Ḥamīd Ibn Turk and the Algebra of his Time (Ankara: Turk Tarih Kurumu Basımevi, 1962).

^{٧٢} أبو كامل: كتاب في الجبر والمقابلة، الورقة ٤^أ.

العلة بحسب أبي كامل هي إذن معطاة بالتطابقة الهندسيّة المذكورة، لا في التمثيل الشكلي.

ومن أجل إثبات جميع مراحل الخوارزمية، يتابع أبو كامل فيكتب: "وإن أحبت أن أبين لك عياناً، عملنا على خط...^{٧٢}"، ويكمل الشكل الهندسي ويُعطي برهاناً مكافئاً للبرهان الذي سبق أن أعطاه الخوارزمي.

يتفق إذن خلفاء الخوارزمي المباشرون، ابن ترك، وأبو كامل اللذان نستطيع أن نضمّ إليهما ثابت بن قرّة^{٧٣} وآخرين غيره، على أن البرهان "بالعلة" ليس إلا البرهان الهندسي المبني على التطابقات الهندسيّة المثبتة في الكتاب الثاني من "الأصول". وفيما بعد، في القرن الثاني عشر، يتحدث السموأل في كتابه "الباهر"، عن العلة التي هي في نظره، هذه الضرورة الناتجة من التطابقات الهندسيّة التي أتينا على ذكرها^{٧٤}. وقد أعطى الخيّام (١٠٤٨-١١٣١) أيضاً، برهاناً هندسياً يركز على التطابقات نفسها، ثمّ كتب بخصوص المعادلة نفسها: "والبرهان عليه من جهة العدد [يقصد الخيّام البرهان الجبري] سهل عند تصوّر برهانه الهندسي"^{٧٥}، الذي يُعطيه بعد ذلك مباشرة. ملاحظة الخيّام هذه تنقل إلى الفعل مساراً كان ما زال كامناً ومُضمرّاً في جبر الخوارزمي، ثابر خلفاء الخوارزمي على إظهاره بشكل صريح. فالبرهان الهندسي عند الخوارزمي مبنيّ

^{٧٢} أبو كامل: كتاب في الجبر والمقابلة. لورقة ٦.

^{٧٣} انظر الملاحظة ٥٦ السابقة.

^{٧٤} بن يحيى بن عباس المغربي السموأل، الباهر في الجبر = *Al-Bāhir en algèbre d'As-Samaw'al*.

تحقيق وتحليل صلاح أحمد ورشدي راشد، سلسلة الكتب العلميّة؛ ١٠ (دمشق: جامعة دمشق، ١٩٧٢)، ص ٦٩ من النصّ العربي.

^{٧٥} انظر: عمر الخيام، "مقالة في الجبر والمقابلة"، ص ١٣٧، ص ١١-١٢، من النصّ العربي في كتاب:

R. Rashed et B. Vahabzadeh, *Al-Khayyām mathématicien* (Paris: Librairie Blanchard, 1999).

نُقل هذا الكتاب إلى العربيّة تحت عنوان: رشدي راشد وبهجن وهاب زاده، رياضيات عصر الخيام، ترجمة نفولا فارس (بهرت: مركز دراسات الوحدة العربيّة، ٢٠٠٥)، انظر ص ١٨١، ص ١١-١٢.

على ترجمة التعابير الجبرية بلغة الهندسة. هذه الترجمة نفسها هي التي، من جهة أخرى، سمحت بإبراز المتطابقات والتكافؤات الهندسية، التي عندما تترجم مرة أخرى بتعابير الجبر، تجعل البرهان الجبري بديهياً. وهذا ما أكدّه الخيام. تُكتب هذه المتطابقات والتكافؤات جبرياً على الشكل التالي:

$$x^2 + bx = c \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$

$$x^2 + c = bx \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$$

$$x^2 = bx + c \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$

هذه المتطابقات كانت في أساس البراهين الجبرية؛ وقد كانت حاضرة في جبر الخوارزمي دون أن تكون مُعلنة صراحة؛ إلا أن خلفاء الخوارزمي أعلنوها واستخدموها بشكل صريح. وذهب هؤلاء إلى أبعد من ذلك إذ أولوا هذه المتطابقات وضعاً كان يزداد شكلية باستمرار، بمعنى أنها أخذت تُستخدم يوماً بعد يوم باستقلالية عن أصلها الهندسي. ونكتفي بسوقِ مَثَلٍ واحد على ذلك فنذكر أن مؤلف "المراسلة" وهي إحدى الرسائل الجبرية، يعتمد إلى استخدام هذه المتطابقات، حتى دون أن يرسم أي شكل هندسي، ويؤكد أن $\left(x - \frac{b}{2}\right)^2$ و $\left(\frac{b}{2} - x\right)^2$ متطابقان من حيث "اللفظ" أي كتعبيرين جبريين حتى وإن كانت قيمتهما مختلفتين (أي مختلفتين هندسياً)⁷⁶. ولكن كيف ينبغي أن نفهم هذا التكافؤ "من حيث اللفظ"؟ ذلك التفريق بين التكافؤ في اللفظ والتطابق الهندسي، يعود بالضبط إلى الخوارزمي⁷⁷.

⁷⁶ انظر "المراسلة في الجبر والمقابلة" مخطوطة لوكسورد:

Ms. Oxford, Bod., Hunt 214, fol. 53^v-75^v..

⁷⁷ وقد لاحظ غانز ذلك التفريق، انظر:

"The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra," *Osiris*, vol. 3 (1938), pp. 515-516.

فقد عالج الخوارزمي في الفصل الثاني من كتابه، تطبيق العمليّات الحسابيّة الابتدائيّة على ذوات الحدّين وثلاثيّات الحدود، أي على التعابير الجبريّة التي احتاج إليها في كتابه. درس إذن خوارزميّات الحساب على هذه التعابير التي قد تكون مُنطَقة أو غير مُنطَقة. وتحليل دراسته هذه، كان يواصل استخدام "البرهان بالعلّة"، طالما كان الأمر يتعلّق بِذِي حَدَّيْن كما في المثل التالي: $(2b - a\sqrt{x}) + (a\sqrt{x} - b)$. ولكن، عندما يتعلّق الأمر بثلاثيّات الحدود، كما في المثل التالي: $(50 + 10x - 2x^2) + (100 + x^2 - 20x)$ ، يُشير الخوارزمي إلى أنّه لا يستطيع أن يبرهن "بالعلّة" خوارزميّة جمع كثيرات الحدود من هذا النوع، لأنّ من غير الممكن تمثيلها في شكل هندسيّ. فهو يكتب: "وليس معها ما يعادلها تصوّر، وقد يمكننا لها صورة لا تُحسّ"، ويتابع: "فإنّما اضطرارها باللفظ فَبَيِّنٌ"^{٧٨}. هذا يعني أنّ الصورة الوحيدة التي بإمكانها أن تُمثّل العمليّات الحسابيّة على ثلاثيّات الحدود، موجودة في العقل، وأنّ البرهان الوحيد، نظراً لعدد الحدود، هو "باللفظ"، أي أنّه جبريّ. والبرهان اللفظيّ هذا هو ما يسمح بإثبات أنّ العبارة الأخيرة، أي $(50 + 10x - 2x^2) + (100 + x^2 - 20x)$ ، مساوية لـ $150 - x^2 - 10x$.

هذه المرحلة شكّلت نقطة البداية لتيّار من البحث، لم يلبث أن أخذ كامل زحمة مع خلفاء الخوارزمي المباشرين.

فقد أُدخل تفريقٍ بِذَرِيٍّ بين نوعين من البرهان: "بالعلّة" (أي البرهان الهندسي)، و"باللفظ"، بمعزل عن أيّ شكل "محسوس" (أي البرهان الجبريّ). ولكنّ ما هو أهمّ من هذا التفريق، هو المكان الذي صيغ فيه للمرّة الأولى. فقد لجأ إليه الخوارزمي في ذلك الفصل المتعلّق بالحسابات الجبريّة الابتدائيّة. فطالما كانت تجري

⁷⁸ انظر نصّ الخوارزمي في ما يتبع، ص ١٨٩، س ١٠-١١. "اللفظ" كلمة من اللغة العربيّة التقليدية، مشتقة من الفعل "لَفَظَ"، معناها المجرّد "نطق" (تكلّم). وكلمة لفظ تدلّ على تعبير مُقرّد كما على جملة أو على عدة تعابير مُركّبة. ولها في اللغة استخدام عامّ - كلمة، تعبير، عبارة ... - بالإضافة إلى معناها التقنيّ الذي ترتبته في هذه أو تلك من الموائد الطمونيّة أو الأدبيّة: المنطق، الطب، الميتافيزيقا ... وشرح الفارابي مطوّلاً هذا الاستخدام المزوج في كتاب الألفاظ المستخدمة في المتطّلع، تحقيق م. مهدي (بيروت: إد. ن.، ١٩٦٨). ننكّر هنا بأنّ قدامى المترجمين ترجموا، بجمع هذه الكلمة ("لفظاً")، تعبير οἱ λόγοι اليونانيّ. . بقصد الخوارزمي هنا، "الألفاظ المستخدمة في الجبر"، التي تُسمّى في عصرنا "الصيغ الجبريّة".

دراسة الحسابات الجبرية، كانت فكرة البرهان الجبري تفرض نفسها. ذلك البرهان لم يعد يحتاج إلى اللجوء لبناء أشكال هندسية؛ فيكفي أخذ العبارة الجبرية "بتعابير جبرية" أي "بالفاظ"، لكي يجري العمل، من ثم، بواسطة تكافؤات بين عبارات. ولقد سبق أن عمل الخوارزمي بهذا الشكل عند معالجته المعادلات ذات الحدّين، حيث أثبت ضرورة ("اضطرار") كلّ من حلولها عن طريق مجرد تحليل. ولكنه قدّم برهاناً هندسياً لكلّ من الأنوع الثلاثة من المعادلات ثلاثية الحدود، وأوجز قصده بقوله: "فأمّا ما يُحتاج فيه إلى تنصيف الأجزاء من الأبواب الثلاثة الباقية، فقد وصفته بأبواب صحيحة، وصيّرت لكلّ باب منها صورة يُستدلّ بها على العلّة في التنصيف"⁷⁹.

البرهان الجبري المذكور هو من داخل أو من ذات علم الجبر، لا يأخذ بالاعتبار سوى التعابير الجبرية، المعبر عنها، في ذلك الحين، باللغة الطبيعية. ولكنّ البرهان الجبري كان يتوسّع ويتعمّم مع تطوّر الفصل الذي ولد فيه هذا البرهان، أي فصل الحسابات الجبرية. كان أبو كامل هو البادئ بمثل هذا التطوير، وأتى من بعده الكرجي ومدرسته المهمة. ففي تلك المدرسة تأسّس فيما بعد ذلك البرهان الجبري، عبر إيضاح خاصّيّتي التبديل والتجميع وخاصّيّة توزيع الضرب بالنسبة إلى الجمع، وهو مسار نستطيع الإحساس به منذ كتاب "الباهر" للسموأل⁸⁰. ورغم أنّ هذه الخواصّ لم تكن قد حدّدت بعد، إلّا أنّها استُخدمت في البرهان "باللفظ".

ولا بدّ من أن نلاحظ أخيراً أنّ هذا التفريق البذري (الذي قام به الخوارزمي) بين هذين النوعين من البرهان في الجبر، لا يجب أن يحجب عن أعيننا أنّ الأسبقية عند هذا الرياضي كانت للبرهان "بالعلّة"، عندما يمكن القيام به. وعندما كان يبدو أنّ هذا النوع من البرهان غير قابل للتطبيق كان يحلّ محله البرهان "باللفظ"، الذي يأتي عند

⁷⁹ انظر نص الخوارزمي في ما يتبع، ص ١٧٢، من ١٧-١٩.

⁸⁰ سموأل، *الباهر في الجبر* = *Al-Bāhir en algèbre d'As-Samaw'al*، ص ١٠٤-١١١.

الخوارزمي في المرتبة الثانية. ولكن هذه التراتبية ما لبثت أن انقلبت مع تطوّر الحساب الجبريّ التحريدي.

وتُشير كلّ الدلائل إلى أنّ هذا التفريق فَرَضَ نفسه بشكل طبيعيّ على الخوارزمي وذلك بسبب تصوّره لموضوع الجبر، من جهة أولى -الشيء أو المجهول-، وللمعيار البرهاني الذي ينبغي أن يَحْكُمَ هذه المادّة العلميّة الجديدة، من ناحية ثانية. فلـ"الشيء"، كما رأينا، وضعيّات ثلاث لا يمكن فصل إحداها عن الأخرى: فهو العدد وهو المقدار غير المنطوق التربيعة وهو جذر المعادلة من الدرجة الثانية أو من درجة أعلى. وبما أنّ "الشيء" في الحالتين الأخيرتين يمكن تمثيله بقطعة من خط مستقيم، نستطيع، في هاتين الحالتين، أن نُطبّق عليه البراهين التي تجوز على القطع المستقيمة، فيفرض البرهان "بالعلة" نفسه كـ *demonstratio potissima*. وصحيح أنّ الهندسة، وتحديدًا كتاب الأصول، كانت في ذلك العصر المادّة الرياضيّة الوحيدة "المصادراتيّة". ولكن، عندما يُمثّل "الشيء" بقطعة مستقيمة، و"المال" بمساحة مربّعة، يجب إيجاد أسلوب للبرهان يتماشى مع الوضعيّات الثلاث لـ"الشيء" كلّها، وهنا يدخل البرهان "باللفظ" أي البرهان الجبريّ.

نرى إذن أنّ البرهان الجبريّ قد فرض نفسه فرضاً على الخوارزمي وعلى خلفائه، وذلك في حقل الحسابات الجبريّة، لا في حقل نظريّة المعادلات، لأنّ هذه النظريّة تلائم تماماً البرهان الهندسيّ. وانقضت مدّة طويلة من الزمن قبل أن يتوصّل البرهان الجبريّ إلى درجة التقدّم على البرهان الهندسي، حتّى في مجال نظريّة المعادلات نفسها، وأن يحصل الانقلاب في التراتبية، الذي سبق أن أشرنا إليه، بين هذين النوعين من البرهان. ولكنّ الحقبة التي شكّلت فترة انتظار هذا الانقلاب في التراتبية، لم تغلّ من جبريّين أعربوا عن ضرورة القيام ببراهين جبريّة في مجال المعادلات التكميبيّة، حتّى وإن لم تتوفّر لديهم الوسائل للتوصّل إليها^{٨١}.

^{٨١} انظر: الخيام، "مقالة في الجبر والمقلبة"، في كتاب رياضيات عمر الخيام المذكور سابقاً، ص ١٧٥.

٢-٣ أقليدس وهرون الإسكندري والخوارزمي

لم يكن الرياضيُّ البغدادي، الخوارزمي، على علم بكتاب "الأصول" لأقليدس فحسب، بل كان التقليد الهيروني أيضاً يمتناول يده. وتوجد على هذا الأمر أدلة قُدِّم بعضها منذ أكثر من قرن، استندت إلى فصلين قصيرين من كتاب الخوارزمي، مخصَّصين لعلم المساحة، أي لقياس مساحات الأشكال البسيطة وحجوم بعض المجسمات الابتدائية، ولبعض البناءات الهندسية؛ فهما يعالجان إذن مسائل هندسية.

يقترح الخوارزمي في هذين الفصلين المخصَّصين للمساحة، تصنيفاً للأشكال رباعية الأضلع وآخر للمثلثات. هذان التصنيفان هما التصنيفان نفسيهما اللذان نصادفهما في تحديدات الكتاب الأول من "الأصول". فقد عدَّد الخوارزمي، كما فعل أقليدس في التحايد ٣٠-٣٤، خمسة أنواع من رباعيات الأضلاع هي: المربع، والمستطيل، والمعيّن، ومتوازي الأضلاع، وذو الأضلع غير المتساوية والزوايا غير المتساوية.

أعطى الخوارزمي، على غُطى أقليدس، تصنيفين للمثلثات؛ الأول بحسب شكل المثلث: قائم الزاوية، ومنفرج الزاوية وحادّ الزوايا؛ والثاني بحسب الأضلع: متساوي الأضلع، ومتساوي الساقين، الذي لا يحوي ضلعين متساويين؛ والأهم هو أنه أعطى التكافؤات التالية، في مثلث نشير إليه بـ ABC ، وإلى ضلوعه بـ a (المقابل لـ A)، و b ، و c :

$$\text{الزاوية } A \text{ قائمة} \Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2$$

$$\text{الزاوية } A \text{ حادة} \Leftrightarrow b^2 + c^2 > a^2$$

$$\text{الزاوية } A \text{ منفرجة} \Leftrightarrow b^2 + c^2 < a^2$$

الموافقة للقضايا I.38، و II.12، و II.13، من "الأصول".

فمعرفة الخوارزمي بكتاب "الأصول" ليست موضع شك؛ إلا أنّ وصوله إلى التقليد الهيروني وإن كان أيضاً أمراً أكيداً، يطرح مزيداً من المسائل. ففي حين كان

كتاب "الأصول" متوقفاً بالعربية في بغداد، وبالتحديد في "بيت الحكمة" الذي كان الخوارزمي أحد أعضائه، لا يوجد أيّ مؤشر على أنّ الترجمة العربية لمؤلفات هيرون في الهندسة كانت قد حصلت. فقدمي المهرسين، كاهن النديم⁸²، لا يأتون على ذكر أيّ ترجمة لأعمال هيرون الهندسية قبل النصف الثاني من القرن التاسع للميلاد. بل، وأكثر من ذلك، فإنّ كتب هيرون المترجمة إلى العربية، التي ذكرها النديم هي: "كتاب الحيل الروحانية" (الميكانيكا)، و"كتاب العمل بالاسطرلاب" و"كتاب حلّ شكوك أقليدس". ولكننا نعلم، من جهة أخرى، استناداً إلى نصّ عبريّ متأخّر، يتعلّق بمصادر عربية، هو "مِشْنَة ها-مِدּוֹت"⁸³، أنّ رياضيّ ذلك العصر كانوا على علم ببعض عناصر التقليد الهيروني.

إنّ مسألة استعارة الخوارزمي لبعض المسائل من التقليد الهيروني هي مسألة مهمة جداً بالنسبة إلينا. فالنصّ الهيروني، الذي يتّصف بكونه يحوي خليطاً من علم الحساب والهندسة من جهة، وبانحياز إلى العمليّات الإجرائيّة من جهة أخرى، من شأنه أن يترك انطباعاً بأنّ هذا النصّ هو نصّ شبه جبري. لذلك لم يتردّد المؤرّخون في ترجمة هذا النصّ مستخدمين تعابير الجبر، وأحياناً في تقريبه من نصّ الخوارزمي. هذا الأمر يدعونا إذن إلى إلقاء أهميّة خاصّة للنظر إلى كيفة قراءة الخوارزمي نفسه للمسائل التي استعارها من التقليد الهيروني.

إحدى هذه المسائل القليلة المستعارة هي حساب مساحة مثلث ABC، ضلوعه $(AB = a)$ ، و $(BC = b)$ ، و $(AC = c)$ ، حيث $a=14$ ، و $b=13$ ، و $c=13$. وهذا ما يكتبه هيرون بخصوصها:

⁸² ينكر ابن النديم في الفهرست، ص ٣٢٨، كتاب حلّ شكوك أقليدس لهيرون، ولكن دون أن ينكر إن كان مترجماً إلى العربية أو لا.

⁸³ انظر:

S. Gandz, "The Mishnat ha Middot and the Geometry of Muhammad Ibn Musa al-Khwarizmi", *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abteilung A Quellen*, 2 (1932).

"في المثلثات ذات الأضلع غير المتساوية".

"ليكن مثلث حاد الزوايا، ضلعه الأصغر 13 قطعة من الأرض، وقاعدته 14 قطعة من الأرض، ووتره 15 قطعة من الأرض. جد ارتفاعه. افعل هكذا: اضرب الـ 13 من الضلع الأصغر في نفسها. ذلك يُعطي 169. والـ 14 من القاعدة في نفسها. ذلك يُعطي 196. والـ 15 من الوتر الأصغر في نفسها. ذلك يُعطي 225. ومن ثم اجمع ضرب القاعدة وضرب الوتر، فيكون 196 و 225. ذلك يُعطي 421. واطرح من ذلك ضرب الضلع الأصغر، أي 169. يبقى 252. نصفها 126. اقسم ذلك على الـ 14 من القاعدة. ذلك يُعطي 9. وهذه هي كمية القطع من الأرض. اضربها في نفسها. ذلك يُعطي 81. اطرح الـ 81 من ضرب الوتر وهو 225. يبقى 144. ضلعها الترييحي 12. هذه هي كمية قطع أرض ارتفاع.

وبطريقة أخرى. اجمع ضرب القاعدة وضرب الضلع الأصغر، فيكون 196 و 169. ذلك يُعطي 365. واطرح من ذلك ضرب الوتر، أي 225. يبقى 140. نصفها 70. والجزء من 14 من أجزائها، 5. وهذه كمية المنفصل. (واضربها) بنفسها وهذا يعمل 25. واطرح الـ 25 من الـ 169. يبقى 144. ضلعها الترييحي يعطي 12. هذه هي كمية قطع أرض الارتفاع⁸⁴.

ونعيد عملياته الحسابية بالترتيب:

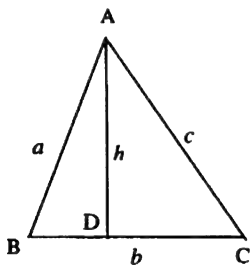
$14^2 + 15^2 = 421$ ؛ ومنها $421 - 13^2 = 252$ ، ونصفها 126. نقسم 126 على 14 فنحصل على 9. ومن ثم $15^2 - 9^2 = 144$ ؛ فيكون الارتفاع $AD = h = 12$ ، وتكون المساحة 84.

⁸⁴ انظر:

Heronis Geometrica, dans: Heron Alexandrinus, *Opera*, t. IV, éd. J. L. Heiberg, Bibliotheca Teubneriana, Leipzig, 1912, pp. 234, 1-25.

من الواضح أن هرون يُطبّق هنا القضية II.13، من "الأصول"، على المثلثات ذات الزوايا الحادة (الشكل ١٠)، التي تُعطي:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2CB \cdot CD$$



(الشكل ١٠)

وهذا يُعطي:

$$CD = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} = 9$$

ومنها $h^2 = 144$ ، إلخ.

يستعيد الخوارزمي المسألة نفسها، وبالوسائط نفسها، ويفترض BD مجهولاً ("شبهاً") ويمسب $h^2 + x^2 = a^2$ و $h^2 + (b-x)^2 = c^2$ فيكون $a^2 - x^2 = c^2 - (b-x)^2$ ، وبالتالي $169 - x^2 = 225 - (14-x)^2$ أي $169 = 29 + 28x$ ومنها $x = 5$ و $h = 12$ وتكون المساحة 84.

ومن البديهي أن الخوارزمي يطبق على هذه المسألة الوسائل الجبرية ويستخدم ميرهنة فيثاغوراس مرتين ليصل إلى نتيجته، دون أن يستخدم القضية الثانية من "الأصول". هذا الاختلاف في الرؤى الذي يفصل بين الخوارزمي والتقليد الهيروني، الذي هو في نظرنا اختلاف جوهري، هو أيضاً خلاف منهجي. فلقد طبق الخوارزمي الطريقة نفسها على مسألة أخرى، مستعارة من هرون، نُقدّم ترجمتها في ما يلي:

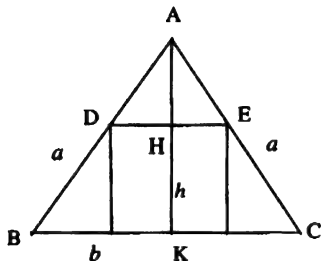
"ليكن مثلث متساوي الساقين، قاعدته 12 قطعة مسن الأرض وارتفاعه 8 قطع من الأرض، ومساحته 48 قطعة من الأرض، وليكن في داخله مربع محاط بمثل هذا المثلث. افعل هكذا: اجمع قاعدة المثلث وارتفاعه، أي 12 و8. هذا يُعطي 20. ومن ثم اضرب القاعدة في الارتفاع، أي الـ 12 في الـ 8. هذا يُعطي 96. اقسّمها على المجموع أي على 20. هذا يُعطي $4\frac{4}{5}$. وهذه كمية قطع الأرض لكل من ضلوع المربع. (اضربها) في نفسها، فهذا يُعطي $23\frac{1}{25}$. ويجري الضرب كما يلي:

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{25} = \frac{16}{25} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}, \quad \frac{16}{5} = 4 \times \frac{4}{5}, \quad \frac{16}{5} = \frac{4}{5} \times 4, \quad 16 = 4 \times 4$$

إجمع $\frac{35}{5} = 7$ تُجمع مع الـ 16 الباقية. العدد الحاصل من الضرب هو $23\frac{1}{25}$ ، وهو كمية قطع أرض مساحة المربع⁸⁵.

مسألة هيرون هنا هي إذن مسألة إحاطة مربع داخل مثلث متساوي الساقين،

ABC، قاعدته $BC = 12$ ، وارتفاعه 8، ومساحته 48.



(الشكل ١١)

لتكن القاعدة $b = 12$ ، وليكن $h = 8$ الارتفاع، فيكون الساق $a = 10$ ،

ويكون $\frac{1}{2}hb = 48$ ، و $b + h = 20$ ، $bh = 96$ ، وأخيراً يكون $\frac{bh}{b+h} = \frac{24}{5}$ ، هو

ضلع المربع (الشكل ١١).

⁸⁵ انظر: Heronis Geometrica، من ص ٢٥٤، ص ٢١، إلى ص ٢٥٦، ص ١٥.

لا يشرح هرون مساره. نلفت النظر إلى أنه لم يلجأ إلى أية قيمة مجهولة؛ لذا قد يكون ارتكز إلى تشابه المثلثين ABC و ADE، الذي يُعطي:

$$\frac{AH}{AK} = \frac{DE}{BC}$$

ومنها:

$$\frac{AK - HK}{AK} = \frac{HK}{BC} = \frac{AK}{AK + BC}$$

ومنها ينتج أنّ $HK = \frac{bh}{b+h}$ هو ضلع المربع المحاط بالمثلث.

هذه المسألة أيضاً يستعرها الخوارزمي وبالوسائط ذاتها، ولكنه يحلّها بواسطة الجبر. فهو يعتبر ضلع المربع "شيئاً"، أي x ، والمربع "مالاً" أي x^2 ، وبما أنّ مساحة المثلث الأساسي هي مجموع مساحة المربع مع مساحات المثلثات الثلاثة التي تحصل من إحاطة المربع، يكون:

$$x^2 + \frac{x}{2}(b-x) + \frac{x}{2}(h-x) = 48$$

فيكون $x = 4 + \frac{4}{5}$.

وبالإمكان تكوين فرضيّات حول استعارات أخرى للخوارزمي من التقليد الهيروني. من هذه الاستعارات القيمة $\frac{22}{7}$ للعدد π ، وقيمة حجم جذع الهرم، وصيغة المساحة A للدائرة ذات القطر $d = 7$:

$$A = d^2 \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{14} \right) = 49 \left(1 - \frac{3}{14} \right) = 38 \frac{1}{2}$$

وغيرها⁸⁶.

⁸⁶ انظر: *Heronis Geometrica*، ص ٢٥٤، ص ٨-١٦، حيث يكتب هرون: "توجد أيضاً معالير ثابتة للقياس هي التالية: في كلّ مثلث، يكون الضلعان لكبر من الضلع لثالث؛ وفي كلّ مثلث قائم لزاوية، يكون مربعا الضلعين اللذين يحيطان بالزاوية القائمة، مساويين لمربع الوتر؛ وفي كلّ دائرة يكون المحيط مساوياً لثلاثة أضعاف القطر ومبهم؛ ولحد عشر (ضخفاً من) مربع قطر الدائرة تسوي أربعة عشر (ضخفاً من) مساحة الدائرة".

يُظهر المثلان السابقان بوضوح أنَّ المسائل التي استعارها الخوارزمي، قد تمَّ وضعها ضمن رؤية غير تلك التي كانت لهيرون، هي رؤية الجبر. وحتى أسلوب العمليات لدى هيرون، الذي كان من شأنه أن يستميل الخوارزمي، كان مختلفاً عن أسلوب الرياضي البغدادى. فبينما أتبع هيرون ترتيباً هندسياً حسابياً، أتبع الخوارزمي مساراً جبرياً-هندسياً. لذا، فإنَّ كلَّ الدلائل تُشير إلى أنَّ مفاهيم الخوارزمي وطرائقه، كانت موجودة لديه عند استعارته لهذه الأمثلة من هيرون. تأثير التقليد الهيروني كان إذن على هذا المستوى، ولم يكن له أثر على تصوّر الخوارزمي للجبر كعلم جديد.

٢-٤ ديوفنتس والخوارزمي

كتاب "الحساب" لديوفنتس، هو من المؤلفات التي يرد ذكرها كثيراً باعتبارها من أصول الجبر. وبمكثنا وصف هذا الأمر بأنه رأي سائد تواصل الدفاع عنه منذ القرن السادس عشر على الأقلّ (مع بومبيلي Bombelli على سبيل المثال)^{٨٧}، ولم يزل يتمتع بالحيوية إلى آيامنا هذه. وهنا لا بدّ أن نخطر على البال بعض المؤلفات مثل كتاب نيسيلمان: Nesselmann, *Die Algebra der Griechen*، وكتاب هيث: Heath, *Diophantus of Alexandria and the Origin of Algebra*، وكتب جاكوب كلاين (J. Klein) وباشماكوف (I. G. Bashmakova) وغيرها^{٨٨}. هذا الرأي السائد، مبني على

⁸⁷ انظر:

Rafael Bombelli, *L'Algebra*, préface de E. Bortolotti et introduction de U. Forti (Milan: Feltrinelli, 1929), p. 8.

⁸⁸ انظر:

G. H. F. Nesselmann, *Die Algebra der Griechen* (Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissen- schaften, 1842); Thomas Heath, *Diophantus of Alexandria: A Study in the History of Greek Algebra* (New York: Dover Publications, 1964); J. Klein, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, translated by Eva Brann, With an appendix containing Vieta's Introduction to the analytical art; translated by J. Winfree Smith (Cambridge, MA: M. I. T. Press, 1968); I.G. Bashmakova and G.S. Smirnova, *The Beginnings and Evolution of Algebra*, translated from the Russian by Abe Shenitzer, with the editorial assistance of David A. Cox, *Dolciani Mathematical Expositions*, no. 23 (Washington, DC: Mathematical Association of America, 2000).

إحدى الفكرتين التاليتين: الأولى هي أنّ "حساب" ديوفنطس هو كتاب جبري⁸⁹، والثانية هي أنّ كتاب الخوارزمي وكتاب ديوفنطس ينتميان إلى التقليد نفسه، الذي يعود أصلاً إلى الرياضيات البابلية. ولكن، وقبل التوقّف لمناقشة هذه الأفكار، يجدر البدء بالتذكير بواقع تاريخي هو أنّ مؤلف "الحساب" لديوفنطس، (وبالتحديد، سبعة كتب من هذا المؤلف)، تُرجم إلى العربية بعد حوالي نصف قرن من كتابة جبر الخوارزمي. وقد سبق أن بيّنا، في مكان آخر⁹⁰، أنّ هذه الترجمة قام بها قسطا بن لوقا وصاغها بلغة الخوارزمي؛ فهذا المعنى يُصبح ديوفنطس خليفةً للرياضي البغدادي وليس العكس.

الفارق بين "حساب" ديوفنطس و"جبر" الخوارزمي لا يمكن بتاتاً غضّ النظر عنها أو تخفيضها. فمشروع ديوفنطس هو بناء نظرية حسابية $\alpha\rho\iota\theta\mu\eta\tau\iota\chi\eta \theta\epsilon\omega\rho\iota\alpha$ عناصرها الأعداد والأجزاء الكسرية، حيث يُعتَبَر العدد كثرةً من الوحدات $\mu\omicron\nu\alpha\delta\omega\tilde{\nu}$ $\pi\lambda\eta\theta\omicron\varsigma$ ، وتُعتَبَر الأجزاء الكسرية كسوراً من مقادير. أمّا مشروع الخوارزمي فكان مختلفاً تماماً، وهو بناء حسابات على المجاهيل وتأسيس نظرية للمعادلات التي تُحلّ بواسطة الجذور، ومن هنا كان توقّفه عند الدرجتين الأولى والثانية وعناصرهما: العدد، والمجهول ومرتبّع المجهول.

هذان المشروعان المختلفان صيغا بأسلوبين، هما أيضاً مختلفان: فقد عمد ديوفنطس إلى التوفيق بين الأنواع الثلاثة من الأعداد، دون غيرها، لصياغة كلّ المسائل الممكنة. وهذه الأنواع هي: العدد الخطّي والعدد السطحي والعدد المجسّم، بحسب التقليد الأقلّيدي والأرسطوطاليسي. فقد جرى، على سبيل المثال، توفيق مرتبّع

⁸⁹ انظر: ديوفنطس الإسكندراني، صناعة الجبر، ترجمة قسطا بن لوقا، حققه وقدم له رشدي راشد، التراث العلمي العربي، ١ (القاهرة: الهيئة المصرية للعلماء للكتاب، ١٩٧٥).

⁹⁰ انظر:

Diophante, *Les Arithmétiques*, texte établi et traduit par R. Rashed, Collection Universités de France, 2 vols., (Paris: Les Belles Lettres, 1984).

ومكعب من أجل مساواته مع نوع آخر. وهذا ما جعله يحصل على مسائل محدّدة، كما على مسائل غير محدّدة. أمّا أسلوب الخوارزمي فمختلف تماماً؛ فهو يصوغ المعادلات من الدرجة الأولى والثانية، بمتغيّر واحد، ويدرس العمليّات الحسابيّة على ذوات الحدّين وعلى ثلاثيّات الحدود المرافقة لهذه المعادلات. ولم يُطبّق نظريّته هذه على حلول المسائل، إلّا فيما بعد، وكلّ المسائل التي طرحها وحلّها كانت محدّدة.

هذه الفروق التي ذكرنا، تقود إلى فروق أخرى لا تقلّ أهميّة عنها. فبينما لا توجد في "حساب" ديوفنتس آية دراسة للكائنات الهندسيّة، نرى أنّ "الشيء" أي المجهول في جبر الخوارزمي، باستطاعته أن يكون كائناً هندسياً، كما أنّ الجبر يُطبّق لحلّ المسائل الهندسيّة. ويقتضي حلّ المسألة عند ديوفنتس السعي، عن طريق التعويض والحذف، للوصول إلى وضعيّة "يُقى فيها نوع واحد في جهة وفي الجهة الأخرى"، لكي نحصل في النهاية على عدد مُنطَق موجب؛ وعلى سبيل المثال، نأخذ مسألة ديوفنتس التالية: إيجاد مربّعين، يكون مجموعهما مجموع عددين مربّعين، وهي مسألة تُعبّر عنها (بلغة عصرنا) المعادلة التالية: $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ ، حيث المجهولان هما x و y .

تعتمد طريقة ديوفنتس على وضع: $x = a + t$ و $y = ut - b$ ؛ فإذا تمّ تعويض هذه القيم وحذف الحدود المشتركة، نحصل على

$$t = \frac{2(bu - a)}{u^2 + 1}$$

ومنها نحصل على x و y .

أمّا تصوّر الخوارزمي لحلّ المسائل فكان مختلفاً تماماً، إذ كان يسعى إلى تحديد الجذور الموجبة للمعادلات. هذا يعني أنّ ديوفنتس، وإن لجأ إلى تقنيّات كتلك التي أصبحت فيما بعد تتّصف بكونها جبريّة، فإنّ كتابه الذي يتألّف من سلاسل من

* أي لها عدد محدود من الحلول. ولستعمل بعض قراء الرياضيّين العرب كلمة "محدودة" بدلاً كلمة "مُحدّدة" للدلالة على هذه الصفة (المترجم).

المسائل العددية، ليس كتاباً جبرياً بأيّ حال. هذا مع العلم بأنّ الخوارزمي لم يعالج المسائل الديوفنطسية⁹¹. نضيف إلى ذلك، أنّ ديوفنطس بحث عن الحلول التي تأخذ شكل الأعداد المُنطّقة الموجبة، بينما قبل الخوارزمي الحلول غير المُنطّقة مثل $x = \sqrt{5}$ أو $x = \sqrt{30}$ ، ...

ومن جهة أخرى، وحتى عندما كان ديوفنطس يطرح مسألة مُحدّدة، من الدرجة الثانية، كانت طريقته في مقارنة تلك المسألة وحلّها تختلف عن طريقة الخوارزمي. ومثالاً على ذلك نأخذ المسألة I.30، وهي إحدى مسائل ثلاث من الكتاب الأوّل من مؤلّف "الحساب"، اعتقّد أنّها تدرس المعادلة التربيعيّة؛ هذه المسألة هي التالية: "جد عددين، يُشكّل الفرق بينهما وضربهما عددين معطّين"⁹². النصّ البيانيّ لهذه المسألة يمكن اعتباره نموذجاً لنصوص مسائل "حساب" ديوفنطس. ولم يسبق هذا النصّ أيّ دراسة للمعادلات التربيعيّة. يمكن إعطاء الترجمة الرمزيّة لهذه المسألة كما يلي:

$$\begin{cases} x - y = a, \\ x \cdot y = b, \end{cases}$$

حيث a و b عددان مُعطّيان.

قبل أن يمضي ديوفنطس قدماً في حلّ المسألة، يريد أن يتأكّد من كونها "محدّدة" بشكل مناسب ("πλασματιχός")، فيكتب: "يجب، في كلّ حال، أن تُشكّل أربعة أضعاف ضرب العددين، مضافاً إليها مربّع الفرق بينهما، مربّعاً". فهو إذن يُعطي الشرط الضروري لوجود حلّ موجب للمسألة؛ هذا الشرط هو التالي:

$$4xy + (x - y)^2 = 4b + a^2 = z^2$$

⁹¹ باستثناء بعض منها في القسم الثّاني من الكتاب المخصّص لحساب الإرت والوصايا، وهي جميعاً مسائل من الدرجة الأولى.

⁹² انظر:

Diophante d'Alexandrie, *Les Six Livres arithmétiques et le livre des nombres polygones*, Œuvres traduites pour la première fois du grec en français, avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke, Nouveau triage (Paris: A. Blanchard, 1959), p. 40.

وتعتمد طريقة حلّ ديوفنطس، البدء بوضع $x + y = 2t$ ، ومنها $x = t + \frac{a}{2}$ و $y = t - \frac{a}{2}$. عند ذلك تُصيح المعادلة الأولى (أي $x - y = a$) محققة، وتُكتب الثانية على الشكل: $4b + a^2 = (2t)^2$.

وهكذا نلاحظ أنّ الطريقة في هذه المسألة كما في غيرها من المسائل المشابهة، تعتمد أخذ أحد المجهولين كحاصل جمع نصف مجموعهما مع نصف الفرق بينهما، والآخر كحاصل طرح نصف الفرق بينهما من نصف مجموعهما. ونلاحظ أيضاً أنّ هذه الطريقة قديمة قدّم الرياضيات البابلية والمصرية، كما نلاحظ، أخيراً، أنّها ليست بتاتاً طريقة الخوارزمي. فلو كانت هذه المسألة مطروحة على الخوارزمي، لما أعطى شرطاً ضرورياً لكونها "محدّدة بشكل مناسب"؛ ولكان ردّ هذه المسألة، من أجل حلّها، إلى أحد أشكال المعادلات التربيعية التي سبق أن درسها. فهو قد أعطى الفصلين اللذين عالج فيهما مسائل مشابهة للمسألة المذكورة، عنوانين هما "باب المسائل الست" أي المعادلات "القانونية" الست، و"باب المسائل المختلفة" أي تلك التي تعود إلى المعادلات القانونية الست.

باختصار، وكما لحظ فير إيسك (Paul Ver Eecke)، عمّد ديوفنطس في طريقته إلى اختيار مجهول مساعد، ممّا أدّى إلى تحاشي تشكّل المعادلة ثلاثية الحدود⁹³. هذا الفرق بين الخوارزمي وديوفنطس لاحظته جيمو القرن العاشر للميلاد الذين يعرفون جيّداً كتاباتهما والذين، إضافة إلى ذلك، قاموا بتفسير "حساب ديوفنطس" جيمياً. فقد تحدّث الكرجي عن طريقة إتمام المربع "على طريق ديوفنطس". فهكذا، عند معالجة معادلة من الشكل $x^2 - ax = b$ ، تحصل من المسألة I.30، من

⁹³ المرجع السابق، ص XXVI.

كتاب "الحساب"، يجري إتمام المربع: $\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 = b + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ ، ومن ثم يوضع:

$$x = t + \frac{a}{2} \text{؛ ويتم التعويض أي إحلال } t + \frac{a}{2} \text{ محل } x، \text{ من أجل تحديد } x.$$

هذا التفسير، يتعد كثيراً عن طريقة ديوفانتس. فهذا الرياضي لم يتمّ المربع في أي وقت من الأوقات، ولكنه كان يُبرز شكل التعويض الذي يستخدمه.

٢-٥ آريتهطا وبرهمغوبتا والخوارزمي

يلجأ بعض مؤرخي الرياضيات، منذ منتصف القرن التاسع عشر -لا قبل تلك الفترة بتاتاً-^{٩٤} إلى ضمّ أعمال آريتهطا وبرهمغوبتا إلى المصادر العديدة المحتملة لجبر الخوارزمي. وقد تولّد الاعتقاد بأن جبر هذا الرياضي البغدادي يرجع إلى أصل هندي، إثر نشر كتاب هـ. ث. كولبروك (H. Th. Colebrooke)^{٩٥}. ولقد ساعد في انتشار هذا الرأي، الدعم الذي تلقاه بعد ذلك بفترة وجيزة، عام ١٨٣١، من قبل ف. روزن (F. Rosen)^{٩٦}، الذي قام بتحقيق كتاب الخوارزمي وترجمته إلى الإنكليزية. ولكنّ هذا الرأي تعرّض للانتقاد ورُفِض، لا من قبل الذين يعتبرون أنّ الجبر يعود إلى أصل يوناني فحسب، بل أيضاً من قبل المختصين بالعلوم الهندية مثل ليون روديه (Léon Rodet)^{٩٧}. لكن، ولأسباب لا مجال للحديث عنها هنا، صمد هذا الرأي أمام الانتقادات ولم يزل منتشرًا إلى يومنا هذا؛ إلا أنّ آياً من المتمسكين به لا يستطيع

^{٩٤} تكفي، للاقتناع بذلك، قراءة كتاب مونتوكلا (Montucla): "Histoire des Mathématiques" أو "موسوعة" دالامبير (d'Alembert): "l'Encyclopédie méthodique".
^{٩٥} هو الكتاب التالي:

Brahmagupta, *Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanscrit of Brahmagupta and Bhāscara*, translated by Henry Thomas Colebrooke (Londres: J. Murray, 1817).

^{٩٦} انظر:

Frederic Rosen, ed., *The Algebra of Mohammed ben Musa* (Londres: Oriental Translation Fund, 1831).

^{٩٧} انظر:

L. Rodet, "L'Algèbre d'al-Khārizmi et les méthodes indienne et grecque", *Journal asiatique* (janvier 1878), pp. 73-98.

تبريره تاريخياً أو زمنياً بشكل مُقنع. فالوثائق التي يتطلبها هذا التبرير مفقودة، وبَدَل التحليل الدقيق لا نجد ما يسند هذا الرأي سوى استكمالات وفرصيات انطلاقاً من تشابهات غير واضحة المعالم.

ولكنّ مسألة الأصول الهندية المحتملة للحبر تبقى مسألة جدية بأن تُعالج. فقد كان علماء البصرة، ومن بعدهم علماء بغداد، على اطلاع على العديد من النشاطات العلمية الهندية، بما فيها النشاطات في علم الفلك. يُضاف إلى ذلك، كما يدلّ زيغ الخوارزمي، أنّ هذا العالم نفسه نهل من الأدبيات الفلكية الهندية. وكان الخوارزمي على علم بما سُمّي "الحساب الهندي"، أي بالحساب الذي يستخدم الرموز الرقمية التسعة⁹⁸، كما كان مطلعاً على بعض عناصر علم المثلثات المستعارة من فلكيّي الهند⁹⁹. من المهمّ إذن أن نعرف ما إذا كان على علم بعناصر أخرى من الرياضيات الهندية (مفاهيم كانت أو طرائق) من شأنها أن تُسهّم في إعداداته لكتابه الجبري.

أول ما تتطلبه معالجة هذه المسألة هو اعتماد مسعى، يعاكس في اتجاهه، المساعي المعتادة التي سبق اعتمادها، التي كان لا بدّ لها من أن تؤدي إلى رؤية خاطئة.

⁹⁸ يُشير إلى ذلك عنوان كتابه في الحساب الهندي.

⁹⁹ كُتب هـ. سوتر (H. Suter): [...] استمرّ إلى يومنا هذا اعتبار المرجع الهندي المقصود هو "برهما سيدهانتا" *Brahma-Sidhānta* (الذي أعده برهماغوبتا في النصف الأول من القرن السابع للميلاد)، ولكننا سوف نرى لاحقاً بأنّ هناك العديد من المؤلفات المعروفة بـ"سيدهانتا"، التي يُحتمل أن تكون شكّلت مراجع، وعلى الأخصّ لـ "تيرييا سيدهانتا"، ممّا بشكلٍ مؤشراً على أنّ الخوارزمي قد يكون استعان بجداول لشاه الفارسية (زيغ الشاه أو زيغ الشهريار) [...]؛

Heinrich Suter, *Die astronomischen Tafeln des Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī, in der Maslama Ibn Ahmed al-Madjrīfī* (Copenhagen: Herausgegeben und Kommentiert, 1914), p. 32.

وقد ذهب أ. نوجلبور (O. Neugebauer)، في ترجمة نص الخوارزمي هذا إلى الإنكليزية وفي شرحه الدقيق له، إلى أبعد ممّا وصل إليه هـ. سوتر؛ فقد كتب (على سبيل المثال): "ومن الواضح أيضاً أنّ غُسل الخوارزمي نفسه يحتوي عناصر من أصول واسعة الاختلاف: هذه العناصر هي، بقسم منها، هندية (خاصةً فيما يتعلق بنظرية علم الكواكب)، وبقسم منها هيلينستية-عربية؛ انظر:

Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī, *The Astronomical Tables of al-Khwārizmī*, translation with Commentaries of the Latin version edited by H. Suter, supplemented by Corpus Christi College MS 283, by O. Neugebauer, *Historisk-filosofiske skrifter*; bd. 4, nr. 2 (Copenhagen: I kommission hos Munksgaard, 1962), p. 233.

لذا، وبَدَل الانطلاق من الرياضيات الهندية كما وصلتنا بالسنسكريتية، سننطلق مِمَّا كان بإمكان الخوارزمي أن يعرفه عنها بالعربية أو الفارسية؛ وسلوكنا هذا، لا بدَّ من أن يقينا من المقارنات ومن التشابهات العشوائية. ويجب، من جهة أخرى، الامتناع عن تعميم ما حصل في علم الفلك وفي الحقول الأخرى المرتبطة به (مثل بعض الطرائق الحسابية، كطريقة الاستكمال التربيعي)¹⁰⁰، على مجالات أخرى مثل الجبر والتحليل الديوفنطسي.

السؤال الأول الذي يطرح نفسه في هذا الصدد يتعلق بمدى معرفة رياضيي البصرة وبغداد بالرياضيات الهندية عند نهاية القرن الثامن. ولكن، لم يبق من النصوص السنسكريتية المترجمة إلى العربية، التي من شأنها مساعدتنا للإجابة بَدَقَّة عن هذا السؤال، سوى آثار متفرقة في عدد من الأزياج المختلفة¹⁰¹. ويتوجَّب أيضاً عند معالجة هذه الأزياج، تفريق الآثار المعاصرة للخوارزمي، عن تلك التي وصلتنا من الرياضي والباحث في العلوم الهندية، البيروني، الذي عاش بعد عصر الخوارزمي بحوالى

¹⁰⁰ انظر:

R. Rashed, "Al-Samaw'al, al-Bīrūnī et Brahmagupta: Les Méthodes d'interpolation," *Arabic Sciences and Philosophy: A Historical Journal*, vol. 1 (1991), pp. 100-160, and R. Rashed, "Indian Mathematics in Arabic," paper presented at: *The Intersection of History and Mathematics* (conference), edited by Sasaki Chikara, Sugiura Mitsuo and Joseph W. Dauben, Science Networks Historical Studies; v. 15 (Basel; Boston, MA: Birkhäuser-Verlag, 1994), pp. 143-148.

¹⁰¹ انظر نالينو (Nallino)، الذي يُعد رسم انتقال العلوم الهندية إلى العربية:

C. Nallino, *Arabian Astronomy: Its History during the Medieval Times* (Rome: [n. pb.], 1911), pp. 149-186.

انظر أيضاً:

David Pingree, "The Fragments of the Works of Ya'qūb ibn Ṭāriq," *Journal of Near Eastern Studies*, vol. 27 (January-October 1968), pp. 97-125; E. S. Kennedy, "The Lunar Visibility of Ya'qūb ibn Ṭāriq," *Journal of Near Eastern Studies*, vol. 27 (January-October 1968), pp. 126-132; D. Pingree, "The Fragments of the Works of al-Fazari," *Journal of Near Eastern Studies*, vol. 29 (January-October 1970), pp. 103-123, and Ali Ibn Sulaymān al-Hāshimī, *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables (Kitāb fi 'ilal al-zīj)*, a Facsimile reproduction of the unique Arabic text contained in the Bodleian MS Arch. Seld. A. 11 with a translation by Fuad I. Haddad and E. S. Kennedy and a commentary by David Pingree and E. S. Kennedy, *Studies in Islamic Philosophy and Science* (New York Scholars' Facsimiles and Reprints, 1981).

قرنين من الزمن. ولتحاوزه هذا العائق، سنستعين بقدامي الم فهرسين، وبشهادات المؤرخين والرياضيين.

يذكر النديم، الم فهرس من القرن العاشر، عناوين بعض المؤلفات السنسكريتية المترجمة إلى العربية (أو على الأقل، المعروفة في الأوساط العلمية العربية) عند نهاية القرن الثامن للميلاد. تدلّ العناوين على أنّ هذه المؤلفات تقع في ميادين علم الفلك والتنجيم وطب الجسم والنفس^{١٠٢}. ولم يأتِ النديم على ذكر أيّ من الكتب في الرياضيات، باستثناء "زيج السندهند" الذي أورده في المقالين المخصّصين للخوارزمي وليعقوب بن طارق. أمّا الم فهرس الآخر، صاعد، فيذكر في كتابه العائد إلى العام ١٠٦٨م، الزيج المنقول إلى العربية إضافة إلى كتاب رياضي واحد، وذلك بعد مقدّمة يمدح فيها الأئمة الهندية: "ومّا وصل إلينا من علومهم في العدد: حساب القبار الذي بسطه أبو جعفر محمّد بن موسى الخوارزمي"^{١٠٣}. وفي القرن الثالث عشر، يُعيد القفطي ما كتبه النديم في هذا الصدد، مضيفاً إليه بعضاً من ملاحظات صاعد، ولكن دون الإشارة إلى أيّ من الكتب الرياضية. ويلحظ صاعد، كما يلحظ القفطي من بعده، ضعف نفاذ العلوم الهندية إلى المجتمع العلمي العربي:

¹⁰² يُحصى ابن النديم في الم فهرست للترجمات العديدة من اليونانية والصينية والفارسية إلى العربية، ويذكر مترجمين اثنين فقط من السنسكريتية. كلّ الدلائل تُشير بأنّ هذين المترجمين لم يهتما بالرياضيات. فقد ترجم أحدهما لصالح إسحق بن سليمان الهاشمي، الذي كان مهتماً بالفلك؛ أمّا الآخر فقد كان يرأس مستشفى البرلمكة (ص ١٠٥). ولم يقل النديم شيئاً عن محتويات ما ترجماه؛ إلّا أنّه ذكر في الفصل من الم فهرست المخصّص للعالمين في مجال الهندسة، وللمنجمين، ... عناوين ثمت ترجمتها من السنسكريتية إلى العربية. وباستثناء "زيج السندهند"، لا يقع أيّ من هذه العناوين في علم الفلك أو في الرياضيات (ص ٣٣٠). وقد ورد ذكر "زيج السندهند" في المقال المخصّص للخوارزمي (ص ٣٣٣)، كما في المقال المخصّص ليعقوب بن طارق (ص ٣٣٦).

¹⁰³ صاعد بن أحمد الأتلسي، التعريف بطبقات الأمم - *The World History of Sciences and Scholars up to the 5th Century A. H.*، حقّقهُ وقمّ له غلام رضا جمشيدنزلده أقال (إيران، هجرة، ١٩٩٧، ص ١٥٧).

"ولبعد الهند عن بلادنا، واعتراض الممالك بينهم وبيننا، قلت عندنا تواليفهم، ولم يصل إلينا سوى طرف من علومهم، ولا وردت علينا إلا نيز من مذاهبهم، ولا سمعنا إلا بالقليل من علمائهم.

فمن مذاهب الهند في علم النجوم: المذاهب الثلاثة المشهورة عنهم وهي: مذهب السند هند، ومذهب الأرجهر، ومذهب الأركند. ولم يصل إلينا على التحقيق، إلا مذهب السند هند وهو المذهب الذي تقلده جماعة من علماء الإسلام، وألفوا فيه الزيجة، كمحمد بن إبراهيم الفزاري، وحش بن عبد الله البغدادي، ومحمد بن موسى الخوارزمي، والحسين بن محمد بن حميد المعروف بابن الآدمي وغيرهم^{١٠٤}.

هذا يعني أن قدامى المهرسين كانوا يُدركون ضالة انتقال الرياضيات الهندية إلى العربية ودخولها إلى المجتمع الرياضي العربي. والكتاب الوحيد الذي ذكره صاعد، غير الأزياج، هو بالتحديد كتاب في الحساب بواسطة لوحة غبارية.

ويتوسع صاعد إلى حد ما في وصفه لحالة العلوم في نهاية القرن الثامن. وفي هذا السياق يروي انتقال علم الفلك الهندي إلى العربية^{١٠٥}. وقد وصلت هذه الرواية إلينا

^{١٠٤} المصدر نفسه، ص ١٥٥، والتقلي، تاريخ الحكماء: وهو مختصر الزوزني المسمى بالمنتخبات الملتقطات من كتاب إخبار الطعام بأخبار الحكماء، ص ٢٦٦.

^{١٠٥} كتب صاعد:

"فلما علم للنجوم، فأول من عني به في هذه الدولة، محمد بن إبراهيم الفزاري، وذلك أن الحسين بن محمد بن حميد المعروف بابن الآدمي ذكر في زيجه الكبير المعروف بنظم البعد: أنه قدم على الخليفة المنصور في سنة ست وخمسين ومائة رجل من الهند بالحساب المعروف بالسندهند في حركات النجوم مع تامليل معسولة على كرجات محسوبة لنصف نصف درجة مع ضروب من أصال الفلك من الكسوفين ومطالع البروج وغير ذلك؛ في كتاب يحتوي على اثني عشر باباً وذكر أنه اختصر من كرجات منسوبة إلى ملك من ملوك الهند يُسمى قيفر، وكانت محسوبة لدقيقة دقيقة. فأمر المنصور بترجمة ذلك الكتاب إلى اللغة العربية وأن يؤلف منه كتاباً تتخذ العرب أصلاً في حركات الكواكب.

فتولى ذلك محمد بن إبراهيم الفزاري وعمل منه كتاباً يستنبه المنجمون السندهند. وتصير السند هند باللغة الهندية: الدهر لادهر. فكان أهل ذلك الزمان يصلون به إلى أنيام الخليفة المأمون فاختره له أبو جعفر محمد بن موسى الخوارزمي، وعمل منه زيجه

من مصدر آخر مستقل هو البيروني^{١٠٦} نفسه. تقول هذه الرواية إن مؤسس بغداد، الخليفة المنصور، استقبل في العام ١٥٦هـ (٧٧٣م)، بعثة من الهند. وتقول إن بين أعضاء هذه البعثة كان أحد مشاهير علم الفلك، الذي كان بالإضافة إلى ذلك قد ألف كتاباً من اثني عشر فصلاً. فطلب الخليفة من الفلكي لديه، الفزاري، نقل هذا الكتاب إلى العربية، وعُرفت تلك الترجمة تحت عنوان "زيح السندهند". وقد انكبَّ المؤرخون على التقاط ما بقي من آثار هذا الزيح، الموزعة على عدد من الأزياج التي صيغت من بعده، وخلصوا إلى قرينة تقول إنه ينتمي إلى تقليد يعود إلى الـ "براهمافوسيدهاثا" لبرهمغوتا. ويؤكد هؤلاء المؤرخون أيضاً أن لزيح السندهند هذا مصادر أخرى فارسية ويونانية، وأنه يحتوي على إضافات قام بها المترجم، الفزاري نفسه.

ومن جهة أخرى، كانت ترجمة عربية لزيح "الأركند" متوفرة قبل البيروني. عمدة طويلة، كما يقول هذا العالم نفسه، الذي يشير إلى كونها سيئة وإلى أنه قام بتصحيحها^{١٠٧}. ولكن أصل "زيح الأركند" هو الـ "خنضخادبكا" لبرهمغوتا. إضافة إلى

المشهور لبلاد الإسلام، وعول فيه على أوساط السندهند وخالفه في التعديل والميل. فعمل تحليله على مذاهب الفرس وميل الشمس فيه على مذهب بطليموس.

انظر: المصدرين السابقين، ص ٢١٦-٢١٧، و ٢٧٠-٢٧١ على التوالي. وكان هذا الملك الهندي، بحسب د. بينغري (D. Pingree) و إ. كينيدي (E. Kennedy)، فياغراموكا (Vyāghramukha)، أمير كيا الذي كتب برهمغوتا في عهده الـ "برهمافوسيدهاثا"، عام ٦٢٨ (للميلاد). انظر:

Al-Hāshimī, *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables (Kitāb fī ʿilāl al-zījāt)*, p. 223.

¹⁰⁶ أبو الريحان أحمد محمد بن أحمد البيروني، كتاب البيروني في تحقيق ما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مرنولة، السلسلة الجديدة؛ ١١ (حيدر أباد للنكن: مكتب المنشورات للعثمانية الشرقية، ١٩٥٨)، ص ٣٥١. وبحسب ابن الأسي، قال البيروني إن اللقاء بين الخليفة والعالم الهندي حصل عام ١٥٤، لا عام ١٥٦.
¹⁰⁷ يكتب البيروني: "وهبت زيح الأركند وجعلته بلغظلي إذ كانت الترجمة الموجودة منه غير مفهومة، ولفاظ الهند فيها بحالها متروكة" (أهرست كتابهاي رازي، تحقيق مهدي مُحقق، طهران ١٣٥٢، ص ٢٧). انظر:

D. J. Boilot, "L'œuvre d'al-Bērūnī: Essai bibliographique," *MIDEO*, vol. 2 (1955), pp. 161-256, esp. 178.

ذلك، واستناداً إلى كلٍّ من البيروني وابن الأديمي وصاعدٍ والقفطسي، كان زيحج "الأريهطية" لآريهطاً، معروفاً بالعربية باسم "زيحج الأرجيهير" (أو "زيحج الأرجيهيد")^{١٠٨}. بات معروفاً تأثير هذه الأعمال في بحث الفلكيين العرب كالفراري ويعقوب بن طارق والخوارزمي نفسه^{١٠٩}، قبل أن يلتفت الفلكيون العرب إلى بطليموس وتقليد كتاب "المجسطي"؛ ولكن هذا الأمر يخرج عن نطاق بحثنا هنا، فكل ما يهمنا منه هو أنّ هذه الأزياج الهندية، بترجمتها العربية كانت معروفة عند نهاية القرن الثامن، وأنها تعود بطريقة أو بأخرى إلى آريهطاً وبرهمغوثا. وضمن هذه الأزياج توجد كتب علم الرياضيات ذات الأصل السنسكريتي التي كان الخوارزمي قادراً على معرفتها. وسوف نتبني هنا، كفرضية، أنّ الخوارزمي كان على علم بهذه الأزياج وأنها كانت أحد مصادر إلهامه.

يبقى أن نعرف ما إذا كان بإمكان الخوارزمي الوصول إلى مصادر رياضية أخرى من الهند، من شأنها التأثير في إسهامه في الجبر. لم يُشر المهرسون القدامى، كما لم يُشر الرياضيون إلى شيء من هذا القبيل. ويوجد أثر لنوع من "الحساب"، أشار إليه اللغوي من القرن الثامن للميلاد، الخليل بن أحمد الذي أتينا على ذكره. وتنسب المعاجم العربية التقليدية، التي صاغها كبار المعجميين بدءاً من النصف الثاني من القرن الثامن للميلاد، إلى "كتاب العين" (أي إلى أول مُعجم للغة العربية، الذي صاغه الخليل بن أحمد كما يقول البعض أو تلميذه، الليث، كما يقول البعض

¹⁰⁸ البيروني، المصدر نفسه، ص ٣٥٦-٣٥٧، و

Nallino, *Arabian Astronomy: Its History during the Medieval Times*, pp. 172-173.

¹⁰⁹ انظر: المرجع سبق الفكر، ص ١٧٣.

انظر أيضاً: علي بن سليمان الهاشمي، كتاب في علل الزيجات، "صورة طبق الأصل للنص العربي الوحيد الموجود في المخطوطة Boldeain Arch. Seld. A.11 مع ترجمة إلى الإنكليزية قتها فولد إ. حداد وإ. م. كينيدي، وشرح قتمه دافيد بينغري وإ. م. كينيدي، الورقة ٩٣^{هـ}، وما بعدها.

الآخر)، تحديداً لنوع من "الحساب" بات أثره مفقوداً. وبحسب الزبيدي، مؤلف المجموعة المعجمية المعروفة بتاج العروس، هذا التحديد هو التالي:

"عن الليث: حساب الرجحان، بالضم، هو مثل قولك ما جُءاء كذا في كذا، وفي بعض النسخ كذا وكذا، فحُءاؤه، بالضم، مبلغ [هـ] وجذره بالفتح أصله الذي يُضربُ بعضه في بعض وجملة الرجحان، يُقال: ما جذر مائة؟ فيقال عشرة ويُقال ما جُءاء عشرة؟ فيقال مئة"¹¹⁰.

هذا النص هو الوحيد الذي وجدنا فيه إشارة إلى "حساب الرجحان" المذكور. وقد استخدم الزبيدي لفظة "الرجحان" لإعطاء مظهر عربي لهذا الكلمة. يُشكّل هذا التحديد شهادة فائقة الأهمية، نظراً إلى تاريخه وإلى كاتبه وإلى صياغته. يستعمل "حساب الرجحان" ب.ر.ج.ا.ن¹¹¹، بحسب هذا التحديد، عمليتين فقط هما الضرب واستخراج الجذر التربيعي. أما المثل التوضيحي المعطى، فهو موجّه لقارئ عاديّ ليس رياضياً بالضرورة، وهو لا يستخدم سوى أعداد صحيحة. وطالما كان الأمر كذلك، ليس من سبب يدعو إلى تمييز هذا الحساب عن الحساب العاديّ وإعطائه اسماً خاصاً به. ومن جهة أخرى، لا يجد المرء ما يجعل عملية الضرب مشاركة لعملية إيجاد الجذر التربيعي. ففي كتب علم الحساب، أيّما كان هذا الحساب، تكون عملية الضرب مشاركة للعملية العكسية أي للقسمة. ولكن، وبالمقابل، تتشارك عملية الضرب، مع عملية تحديد الجذر التربيعي، عند معالجة المساحات المربعة وأضلاعها، أو بشكل أعمّ عند معالجة الأعداد المنطقّة الموجبة غير المربعة وتحديد جنورها التربيعيّة، أي عند معالجة مسائل إيجاد الأضلاع انطلاقاً من المساحات، أو العكس: إيجاد المساحات عندما تكون الأضلاع معطاة. ونظنّ أنّ تلك هي الغاية من "حساب الب.ر.ج.ا.ن".

وتدعّم هذه الفرضيّة عندما نعين التعابير المستخدمة. فكلّمة "ب.ر.ج.ا.ن" ليست لفظة عربيّة؛ وليس لها لا جمع ولا جنس. وكلّمة جُءاء، الذي أشير لها إلى

¹¹⁰ انظر الزبيدي، تاج العروس، مقال "الرجحان"، حيث ينسب الزبيدي هذا النص إلى الخليل بن أحمد. ونجد النص نفسه، مع اختلافات بسيطة، في كتاب لسان العرب لابن منظور، وفي كتاب القاموس المحيوط للفيروزآبادي، وفي كتاب التكملة للصاغاني، وفي كتاب تهذيب اللغة للأزهري.

الضرب، ليست عربية في الأصل، ولو أنها اندمجت بالعربية فيما بعد، خلافاً لكلمة "ب.ر.ج.ا.ن". ومعروف، من جهة أخرى، أن حرف الباء هو نقل عربي للفظة v من اللغات الأخرى. ونعلم أيضاً أن "الآريهطية" التي ألفها آريهط، كانت معروفة بالعربية، وأن ضرب عدد بنفسه كان يُشار إليه، بحسب ماسكرا الأول (Bhāskara I)، بأحد التعابير التالية: *varga*، أو *karaṇī* أو *vargana*، دون تمييز واحد عن الآخر. والتعبير الأخير وتعبير *varga* يُلفظان وينقلان إلى العربية بكلمتي "برغانا" (أو "برجانا") و"برغا" (أو "برجا") على التوالي. أما كلمة جُداء، فيمكن تقريبها من كلمة *gata*، التي، في السياق نفسه، تشير تحديداً إلى الضرب.

إنّ تجميع كلّ هذه العناصر من شأنه أن يساعد على صياغة فرضية حول أصل "حساب الب.ر.ج.ا.ن"، هي التالية: كان هذا الحساب يُعالج البحث عن مربعات الأعداد المنطقية الموجبة التي ليست بالضرورة مربعات، وعن الجذور التريعية لهذه الأعداد. ولكنّ هذه الدراسة قام بها آريهط، ونجدها بشكل خاصّ في شرح ماسكرا الأول¹¹¹. يُحتمل إذن أن يكون "حساب الب.ر.ج.ا.ن" قد أخذ في الأصل من الرياضيات السنسكريتية، وبشكل خاص من قسم الـ "غنيتابادا" (*Ganitapāda*) من كتاب آريهط، في شرح ماسكرا الأول. يبقى إذن أن نعرف ما إذا كان بإمكان الخوارزمي أن يصل مباشرة إلى هذه الترجمة، المفقودة في أيامنا هذه.

التساؤل عن المصادر الهندية المحتملة لجبر الخوارزمي يؤدي إذن إلى طرح سؤالين مترابطين ظاهرياً: هل كان الخوارزمي على اطلاع على "حساب الب.ر.ج.ا.ن"؟ وبشكل أكثر تحديداً، هل كانت الترجمة العربية لـ "الآريهطية" في متناول يده؟ وما هو في هذه الحالة تأثير معرفته المحتملة تلك على مفهومه الخاصّ للجبر؟

¹¹¹ انظر لمرجعنا التاليين:

Āryabhaṭīya of Āryabhaṭa, critically edited with introduction, English translation, notes, comments and indexes by Kripa Shankar Shukla in collaboration with K.V. Sarma 3 vols. (New Delhi: Indian National Science Academy, 1976), pp. 34-35; *Āryabhaṭīya of Āryabhaṭa: With the commentary of Bhāskara I and Someśvara*, critically edited with introduction and appendices by Kripa Shankar Shukla, pp. I-XXIX.

الإجابة عن السؤال الأول ليست بالأمر السهل؛ فالوثائق غير موجودة، وجبر الخوارزمي لا يحوي أيّ تعبير سنسكريتيّ الأصل؛ والفاظه لا تستعر شيئاً من الترجمات من السنسكريتية إلى العربية؛ وحتى كلمتا الـ "ب.ر.ج.ا.ن" وجُداء غائبان. والمعطى الوحيد ذو الأصل الهندي الذي نَحده فيه هو التقريب الثاني الذي أعطاه لقيمة ثابت قياس الدائرة وهو $\pi = \frac{62832}{20000}$ ؛ وقد أعطاه الخوارزمي في القسم الهندسيّ من كتابه ونسبه إلى "الهند" ^{١١٢}. ولكنّ هذه القيمة لـ π توجد أيضاً في أزياج هندية كانت معروفة في بغداد. لن يبقى أمامنا إذن سوى المقارنة بين المسارين، مع العلم بأنّ هذه المقارنة لا تؤديّ بتاتاً إلى نتائج مؤكّدة. لذا سوف نكتفي بالتخمين.

قام الخوارزمي بدراسة العمليتين الواردتين في "حساب الـ ب.ر.ج.ا.ن"، الضرب وتحديد الجذر التربيعي، في رؤية مختلفة عن رؤية ذلك الحساب وعن رؤية كتاب آريهطاطا. فلم يُخصّص الخوارزمي لهاتين العمليتين آية دراسة مستقلة، ولكنّه يفصل بينهما من جهة، ومن جهة أخرى يضمّهما معاً إلى فصل مُخصّص لمعالجة العمليّات الحسابيّة على ذوات الحدين، وعلى ثلاثيات الحدود المشاركة للمعادلات الست القانونيّة. وصحيح أنّ ذلك الفصل كان لم يزل موجزاً، وتنقصه النهجيّة، إلّا أنّ النية من ورائه كانت واضحة ولم تخفَ على خلفاء الخوارزمي، إذ عملوا إلى توسيع ذلك الفصل وتطويره، سائرين على خطاه. في هذا المجال نستذكر أبا كامل، وخاصة الكرجي ومدرسته ^{١١٣}. يفتح الخوارزمي هذا الفصل بالضرب، فيُحدّده

^{١١٢} انظر النصّ فيما يتبع، ص ٢٢١.

^{١١٣} انظر فصل "الجبر" في:

R. Rashed, ed., *Histoire des sciences arabes* (Paris: Seuil, 1997), vol. II, pp. 31-54.

ترجم الكتاب إلى العربيّة تحت عنوان: موسوعة تزيخ العلوم العربيّة، إشراف رشدي راشد وريجيس مورلون، سلسلة تزيخ العلوم عند العرب ٤، ٣ ج (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربيّة، ١٩٩٧) نقله إلى العربيّة فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي. نشرت الموسوعة بالإنكليزية:

Encyclopedia of the History of Arabic Science (London: Routledge, 1996).

بالأسلوب الأقليدي الشهير: "لا بدّ لكلّ عددٍ يُضرب في عددٍ من أن يُضاعف أحد العددين بقدر ما في الآخر من الآحاد"^{١١٤}. وبعد أن يُعطي الخوارزمي هذا التحديد، يُقدّم ضرب ذوات الحدّين، بالشكل الذي سبق ورأيناه. وعند إمعان النظر في مجرى دراسته هذه، نلاحظ أنّه كان يبحث عن التأكّد من الخاصّيتين اللتين نسمّيهما اليوم "تبادليّة" الضرب و"توزيعيّة" بالنسبة إلى الجمع.

وينتقل الخوارزمي، من ثمّ، إلى دراسة الجمع والطرح، بالنسبة إلى ذوات الحدّين بدءاً بالتي يكون أحد حدّيها غير مُنطق تريعيّ، حيث يُقدّم براهين "بالعلّة"؛ وبعد ذلك ينتقل إلى دراسة ثلاثيات الحدود حيث يعتمد إلى البرهان "باللفظ"، أي البرهان الجبريّ. وقد سبق أن شرحنا مفهوم الخوارزمي لكلّ من هاتين العمليّتين.

إنّ مقابلة بسيطة مع كتاب أريّيهطا، تُظهر أنّ القيام بدراسة ضرب وجمع وطرح التعابير الجبريّة في كتاب الخوارزمي، يجري في رؤية مخالفة تماماً، وبحسب معايير مغايرة. فالخوارزمي يقصد برهان الخوارزميّات، هندسياً إذا كان ذلك ممكناً، وإلاّ فجبريّاً. وبعد ذلك يتوقّف، دون إسهاب، عند ضرب الجذور التريعيّة للمجهول وقسمتها، مهما كانت طبيعة المجهول: عدداً مُنطقاً أو مقداراً غير مُنطق تريعيّ. نشير هذه المناسبة إلى أنّ الخوارزمي كان يتقبّل في حلوله المقادير غير المنطق التريعيّة:

$$.(15 \pm \sqrt{5}), \sqrt{50}, 25\sqrt{3}, \sqrt{7 + \frac{1}{2}}, \sqrt{30}, \sqrt{5}, (30 - \sqrt{800})$$

يبدأ بتبيان كيفيّة مضاعفة الجذر، المعلوم أو الأصمّ^{١١٥}. ويُعيد العمليّة نفسها باستخدام مُعامل صحيح غير الـ 2 وباستخدام مُعامل مُنطق، يُعطي صيغةً مكافئةً

ومن ثمّ بلغت أخرى. انظر أيضاً فصل الجبر في:

Storia della scienza, vol. III: La civiltà islamica, Enciclopedia Italiana, Rome, 2002.

^{١١٤} انظر للنصّ فيما يتبع، ص ١٨٠.

^{١١٥} راجع الصفحات ١٠٥-١١٩ أعلاه.

للمصيغة التالية: $k\sqrt{x^2} = \sqrt{k^2x^2} = kx$. ومن ثمَّ يُعطى بعض الأمثلة العددية، الهدف منها تعليمي بالتأكيد، ولكنها لا تخفي القصد الأساسي منها وهو إعطاء القاعدة الحسابية العامة. بعد ذلك يشرح باختصار قسمة الجذور التربيعية ويعطى القواعد التي سبق أن نقلناها بكتابة عصرية. ويجب أن نرى بوضوح قصده من دراسته لقسمة الجذور التربيعية؛ فهو لم يُرد التوسّع في هذه القواعد الحسابية، أو تقديمها جميعها، بل أراد الإيهان بأنَّ قواعد ضرب الجذور التربيعية تقابلها قواعد قسمة هذه الجذور؛ فالقاعدة $k\frac{\sqrt{p^2}}{\sqrt{q^2}} = \sqrt{\frac{k^2p^2}{q^2}}$ تقابل $k\sqrt{x^2} = \sqrt{k^2x^2}$ والقاعدة $\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{y^2}} = \sqrt{\frac{x^2}{y^2}}$ تقابل $\sqrt{x^2}\sqrt{y^2} = \sqrt{x^2y^2}$ ، وهكذا دواليك.

هل استعار الخوارزمي القواعد الحسابية الأخيرة هذه، الخاصة بضرب الجذور التربيعية وقسمتها من الرياضيين الهنود؟ إنَّ بساطة هذه القواعد وحضورها في رياضيات أخرى وخصوصاً الاختلاف في الرؤيا وفي السياق الرياضي الذي يقوم الخوارزمي بتطبيقها فيه، تجعل من الصعب، بل من المستحيل تقديم إجابة دقيقة عن هذا السؤال، لا تكفي بالمقارنات. ونظراً إلى المعطيات المتوفرة لنا حالياً، كلَّ ما نستطيع قوله، إنَّ احتمال هذا الاستعارة موجود، ولولم يتوفّر الدليل التاريخي الذي يؤكد أنَّ عمل الخوارزمي هذا، هو نوع من الخلافة لأنشطة هندية سابقة. ولكنَّ الأساسي ليس هو معرفة ما إذا كان هناك علاقة أو لا. فالأساسي هو تطبيق القواعد الحسابية للأعداد المنطقية، على المقادير غير المنطقية. في هذه النقطة يختلف الخوارزمي والرياضيون الهنود.

ونلاحظ هنا أنَّ الخوارزمي لم يصغ هذه المسألة لذهابها، كما لم يصغها لذهابها آريهطاً أو برهمغوبتا. هذا يعني أنَّ الخوارزمي لم يصغها بهدف توسيع الحساب الجبري؛ فهذا المشروع لم يظهر إلّا من بعده، عند أبي كامل، وبشكل خاص عند

الكرجي^{١١٦}. وقد عمد الرياضيون الهنود والخوارزمي إلى هذا التطبيق عند دراستهم لجذور الأعداد الصحيحة أو لجذور المعادلات. وعند هذا الحد تتوقف التشابهات. فبينما لا يهتم الخوارزمي إلا للجذر التربيعي، يستعمل آريهطا وبرهمغوبتا الجذر التكعيبي أيضاً. وقبل الخوارزمي، قيمة غير مُنطقَة كحلّ للمعادلة التربيعية؛ وأهم من ذلك أن أيّا من آريهطا أو برهمغوبتا لا يطرح المسألة الشائكة الأساسية التي هي شرعية أن تُطبّق على المقادير غير المنطقة التربيعية القواعد المُطبّقة على الأعداد المنطقة. وموقف الخوارزمي أكثر تعقيداً من موقف سابقه. فهو أولاً يُماثل بين المقدار غير المنطق التربيعي وبين المجهول، ملتفّاً بذلك حول مسألة وجود المقدار غير المنطق التربيعي. هذا التماثل يمتد أيضاً إلى البرهان. فهو يُبرهن قواعد الحساب على التعابير التي تحوي مقداراً غير منطق تربيعي، بواسطة الهندسة، مثلما فعل على التعابير التي تحوي المجهول الجبري. وفي برهانه يُمثلها كليهما، بقطعة من خطّ مستقيم، ليلتقي إذن بكتاب "أصول" أفقليدس، متحاشياً طرح مسألة وجود المقدار غير المنطق. وتعرّف في تصرّف الخوارزمي هذا، إلى معنى بذريّ سوف يُعمّمه خلفاؤه ويُوسّعونه بهدف تطوير الحساب الجبري المُحرّد.

نستنتج ممّا سبق أن معرفة الخوارزمي المُحتملة بـ "حساب الب. ر. ج. ا. ن"، وحتى بكتاب آريهطا، لم يكن لها أيّ تأثير في مفهومه للجبر؛ وإذا كان هناك من تأثير، فسيكون تأثيراً قليل الأهمية، في موضوع حساب الجذور التربيعية. يبقى علينا متابعة معايينتنا، فيما يتعلّق بدراسة المعادلات الجبرية من الدرجتين الأولى والثانية.

١١٦ انظر:

R. Rashed, *Entre arithmétique et algèbre - Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*, collection Sciences et philosophie arabes, études et reprises, Paris: Les Belles Lettres, 1984), chap. 1.

رشدي راشد، *تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب*، ترجمة حسين زين الدين، سلسلة تاريخ العلوم عند العرب ١ (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٨٩)، الفصل الأول.

لم يهتم الخوارزمي بالتحليل غير المحدد، وهو الموضوع الذي وسَّعه الرياضيون الهنود، في الوقت عينه الذي عاجلوا فيه المسائل التي يمكن إعادتها إلى معادلات. وهنا لا بدّ من العودة إلى آريهطا.

لا نجد في "الآريهطية" تصنيفاً للمعادلات ولا دراسة منهجية لحلّها ولا براهين لخوارزمياتها. ولكن، يوجد فيها مسائل يمكن إعادتها إلى معادلات تربيعية تتوافق مع نوع من المعرفة بخوارزميات حلولها. ونأخذ في ما يلي أحد الأمثلة، نستعيره من الترجمة الإنكليزية لـ ك. س. شوكلا (K. S. Shukla) وك. ف. سرما (K. V. Sarma) يحمل العنوان "[معرفة] كمّيتين من ضربهما والفرق بينهما":

"اضرب الضرب بأربعة، ثمّ اجمع مربّع الفرق بين (الكمّيتين) الاثنتين ومن ثمّ خذ الجذر التربيعي. (ضع هذا الجذر التربيعي في مكانين). (في المكان الأوّل) أضف إليه الفرق (بين الكمّيتين)، و(في المكان الآخر) أنقص منه (الفرق) نفسه. الناتج الذي نحصل عليه هكذا، عند قسمته على اثنين يُعطي العامِلين (أي عاملي الضرب المُعطى)"^{١١٧}.

تُترجم هذه المسألة رمزياً كما يلي. المطلوب حل النظام التالي:

$$\begin{cases} x - y = a, \\ x \cdot y = b. \end{cases}$$

فنقوم بما يلي في اتجاه الأسهم:

$$4b \rightarrow 4b + a^2 \rightarrow \sqrt{4b + a^2} \begin{cases} \rightarrow \frac{\sqrt{4b + a^2} + a}{2} = x \\ \rightarrow \frac{\sqrt{4b + a^2} - a}{2} = y \end{cases}$$

^{١١٧} انظر:

المسألة الثانية التي يوجد فيها مسمى مشابه هي مسألة قرص بالفائدة^{١١٨}؛ كل من المسألتين، مسألة خاصة، محلولة بتلك الطريقة التي يُمكن أن تشتق مباشرة من التطابق التالي:

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy = a^2 + 4b$$

دون حتى أن نكتب المعادلة $x^2 - b = ax$.

لا مجال للنقاش في أن مفهوم الخوارزمي وطريقته يختلفان عن مفهوم آريهطا وطريقته. وحتى المؤرخون الميالون إلى مماثل مسمى آريهطا ومسمى الخوارزمي وخلفائه، لا يتجرؤون على الدفاع عن فكرة كون مسمى آريهطا هذا هو نظرية في المعادلات التربيعية. فقد كتب سفامي ستيا براكاش سرفاتي (Svami Satya Prakash Saravati): "أعطى آريهطا I إذن، حلول بعض المعادلات التربيعية، لكنه لم يُعط، في أي مكان من الأمكنة طريقة حل هذه المعادلات"^{١١٩}. وفي كل حال لم يكن الأمر قضية معادلات، بل كان مسائل يُمكن ردها إلى معادلات.

لا توجد إذن عند آريهطا نظرية فعلية في المعادلات التربيعية، كما لم توجد عنده فكرة المادة الرياضية التي تكون تلك النظرية جزءاً مُكتملاً منها. ولكننا، وبالمقابل نرصد عنده فكرة المعادلة بمجهول واحد، وطرائق في الحساب الجبري، قبل أن يُسمّى ذلك النوع من الحساب جبرياً. ونلاحظ عنده كتابة يمكن وصفها بأنها نسخ عن كتابة الأعداد الصحيحة في النظام العشري أو الستيني -ولتقل كتابة "كثيرة الحدود"-، يلجأ فيها آريهطا إلى اختصارات تُشير إلى المجهول وإلى مربعه وإلى الحدّ الثابت. هذه الأمور، بالإضافة إلى

¹¹⁸ 'مبلغ P لقرض بمعدل فائدة شهري. عند انقضاء (كل) شهر، تُقرض الفائدة "I" المستحقّة على المبلغ P خلال شهر، بمعدل الفائدة نفسه، لمدة T شهر. بعد T شهر ارتفع "I" إلى A. للمسألة هي إيجاد "I" عندما يكون A مُسلي". (Aryabhaṭīya of Āryabhaṭa, ed. Shukla et Sarma, p. 68).

¹¹⁹ انظر:

Satya Prakash, *A Critical Study of Brahmagupta and his Works, a Most Distinguished Indian Astronomer and Mathematician of the Sixth Century A.D.* (New Delhi: Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research, 1986), p. 215.

المعادلات غير المحددة، هي عناصر كان بإمكان الخوارزمي أن يستفيد منها لو أنها كانت بمتناول يده. ولكننا لا نجد في كتابه أي أثر لهذه الأمور. وفي التحليل غير المحدد، بقي بحث الخوارزمي في مستوى ابتدائي لا يقارن معه يبحث آرييهطا وبرمهغوتا في هذا المجال. على كل حال لم يعالج الخوارزمي عملياً هذا النوع من المعادلات، إذ لا نجد في كل كتابه سوى معادلة غير محددة واحدة.

ونعود لنلتقي بجميع هذه العناصر في كتاب الـ "براهماسفوطسيدهانتا" الذي صاغه برمهغوتا عام ٦٢٨ م^{١٢٠}. وقد واجه برمهغوتا في حساباته الفلكية بعض المسائل التي حوّل اثنتين منها إلى معادلة نستطيع إعادة كتابتها لتأخذ الشكل: $x^2 - 10x = -9$. وبكفي أن نعين واحدة من هاتين المسألتين لكي نطلع على مساره. نُذكر أولاً بالاختصارات التي استخدمها، قبل أن تنتقل إلى هذه المسألة، استناداً إلى الترجمة التي يعطيها كولبروك للفصل الـ ١٨ من الـ "براهماسفوطسيدهانتا". هذه الاختصارات هي: ru ، اختصاراً لـ $rupa$ (أي العدد المُحرّد)، و a ، y ، اختصاراً لـ $yāvat-tāvat$ (أي كم، أي المجهول) و v ، a ، y ، اختصاراً لـ $yāvat-tāvat\ varga$ (أي مربع المجهول).

يطرح برمهغوتا المسألة التالية:

"نُطرح هنا مسألة الفرق بين دورتين: مربع $yāvat-tāvat$ ، نزيد عليه اثنين: $ya\ v\ 1\ ru\ 2$ ، هو الفرق بين الدورتين. وهذا، بإنقاص 2 يكون $ya\ v\ 1$ ، الذي جذره التربيعي $ya\ 1$ ، وإنقاص 1، يكون لدينا $ya\ 1\ ru\ 1$ ، مضروب بعشرة، يُعطي $ya\ 10\ ru\ 10$ ؛ مضاف إليه 2، يُعطي $ya\ 10\ ru\ 8$. هذا مساوٍ للفرق بين الدورتين $ya\ v\ 1\ ru\ 2$ ناقصاً واحداً، أي $ya\ v\ 1\ ru\ 1$. ونضع في جهتين:

$$\begin{array}{l} ya\ v\ 0\ ya\ 10\ ru\ 8 \\ ya\ v\ 1\ ya\ 0\ ru\ 1 \end{array}$$

¹²⁰ انظر:

Brāhma-sphuṭa siddhānta with Vāsanā Vijnānā and Hindi Commentaries, edited by a board of editors headed by Acharyavara Ramswarup Sharma Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research (New Delhi: [n. pb.], 1966).

وَبَعْدَ طَرَحِ الْمَتَسَاوِي (أَي طَرَحِ الشَّيْبِهِ مِنَ الشَّيْبِهِ)، احْتِرَاماً لِلْقَاعِدَةِ (32§)، بِصِيَر:

$$ya \vee 1 ya 10 ru 9.$$

وَالآن، انْطِلاقاً مِنَ الْعَدَدِ الْمُطْلَقِ (9)، مَضْرُوبَ بَارْبَعِ مَرَّاتٍ [مُعَامِلِ] الْمَرْبَعِ (36)، الْمُضَافِ إِلَى (100)، وَهُوَ مُرْبَعِ [مُعَامِلِ] الْحَدِّ الْأَوْسَطِ (يَكُونُ 64)، نَسْتَخْرِجُ حَذْرَهُ التَّرِييمِيَّ (8)، نُنْقِصُ مِنْهُ [مُعَامِلِ] الْحَدِّ الْأَوْسَطِ (10)، الْبَاقِي هُوَ 18، يُقَسَّمُ عَلَى ضِعْفِ [مُعَامِلِ] الْمَرْبَعِ (2) يُعْطِي قِيَمَةَ الْحَدِّ الْأَوْسَطِ "9"^{١٢١}.

فَمَنْ أَجَلَ إِيجَادِ الْمَجْهُولِ، يَقُومُ بِرَهْمُفُوتَا إِذْنٍ عَلَى التَّوَالِي بِمَا يَلِي (مَنْ الْيَسَارِ إِلَى الْيَمِينِ فِي التَّجَاهِ السَّهْمِ):

$$4.(-9) = -36 \rightarrow -36 + 100 = 64 \rightarrow \sqrt{64} = 8 \rightarrow 8 - (-10) = 18 \rightarrow \frac{18}{2} = 9.$$

وَهَذِهِ بِالْتَّحْدِيدِ هِيَ "الْقَاعِدَةُ" (*) الَّتِي يُعَبَّرُ عَنْهَا كَمَا يَلِي:

"ضَعِ الْعَدَدَ الْمُطْلَقَ فِي الْجِهَةِ الْمَقَابِلَةِ لِتِلْكَ الَّتِي تَوْجَدُ فِيهَا بَوَاقِي طَرَحِ الْمَجْهُولِ مِنْ مُرْبَعِهِ. أَضِفْ إِلَى الْعَدَدِ الْمُطْلَقِ الْمَضْرُوبِ بَارْبَعِ مَرَّاتٍ [مُعَامِلِ] الْمَرْبَعِ، مُرْبَعِ [مُعَامِلِ] الْحَدِّ الْأَوْسَطِ؛ حَذِرْ ذَلِكَ نَاقِصِ [مُعَامِلِ] الْحَدِّ الْأَوْسَطِ، مَقْسُومٌ عَلَى مَرَّتَيْنِ [مُعَامِلِ الْمَرْبَعِ] هِيَ [قِيَمَةُ] الْحَدِّ الْأَوْسَطِ" ^{١٢٢}.

وَإِذَا اسْتَعْدَدْنَا لُغَةً أُخْرَى، يُمَكِّنُنَا الْقَوْلُ أَنَّ حَلَّ الْمَعَادِلَةِ $ax^2 + bx = -c$ هُوَ

$$x = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a} \quad (*)$$

وَيُعْطِي بِرَهْمُفُوتَا قَاعِدَةً "أُخْرَى" هِيَ فِي الْوَاقِعِ الْقَاعِدَةُ السَّابِقَةُ نَفْسُهَا، عِنْدَ قِسْمَةِ الصُّورَةِ ("الْبَسْطِ") وَالْمَخْرَجِ ("الْمَقَامِ")، فِي الصِّيغَةِ السَّابِقَةِ، عَلَى 2، وَهِيَ التَّالِيَةُ:

¹²¹ انظر:

Brahmagupta, *Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanskrit of Brahmagupta and Bhāscara*, translated by Henry Thomas Colebrooke (London: J. Murray, 1817), pp. 346-347.

(*) (كَلِمَةُ 'سُونْتْرَمَنْ' Sūtras السُّنْكَرَيْتِيَّة).

¹²² الْمَصْدَرُ نَفْسُهُ، ص ٣٤٦.

$$x = \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac} - \frac{b}{2}}{a}$$

نستطيع بعد هذا العرض أن نطرح سؤالنا بمزيد من الدقة: إذا كان الخوارزمي قد أطلع على الفصل 18 من الـ "براهاسفوتسيدھانتا" لبرھمغوبتا، فهل كان هذا الفصل ملهماً له في مشروعه الجبري؟

بعكس برھمغوبتا، لا يلجأ الخوارزمي إلى أي اختصار ليرمز إلى الكائنات التي يستخدمها. وهو يتحاشى استعمال الأعداد السالبة، أو طرح عدد من آخر أصغر منه، بينما لا يتردد برھمغوبتا، مثله مثل رياضيين هنود آخرين، في اللجوء إلى هذه الأعداد. فكيف يمكن أن نتصور أن الخوارزمي قد قرأ هذا الفصل، دون أن يستفيد من تلك القراءة، على الأقل لتخفيف عرضه وتسهيله؟

وثيرز مقابلة ما كتبه برھمغوبتا مع ما كتبه الخوارزمي فوارق لا يمكن تذليلها، لا بين الكتابين فحسب، إنما أيضاً بين الفكر الرياضي لكل منهما. فلقد توصل برھمغوبتا إلى المعادلة التربيعية بمجهول واحد في مجرى حلّه لمسألة في علم الفلك^{١٢٣}. هذا يعني أنه لم يطرح المعادلة، بذاتها، من أجل أن يحلّها. ولكنّ هذا التلازم بين المسألة والمعادلة، الذي نجده في رياضيات أخرى، وهذا التحذّر الذي يمكن وصفه بالتطبيقي أو العملي، للمعادلة، اختفيا في مشروع الخوارزمي. فمنذ البداية عمّد هذا الرياضي إلى تحديد التعابير الأوّلية التي سمحت له توافيقها بالحصول على الأصناف المثالية من المعادلات، التي شكّلت موضوع نظريته. هذه الطريقة الجديدة كسرت إذن ذلك الرباط الوثيق بين المسألة والمعادلة. أمّا المسائل فيعود إليها الخوارزمي فيما بعد، ولكن بصفتها تمارين جبرية، أي كمحال لتطبيق نظريته التي سبق أن أعدّها في المعادلات. وكان لطريقة الخوارزمي الجديدة هذه نتيجة أخرى ثمّلت بتوحيد عرضه: فقد جمّع كلّ المعادلات من الدرجة الأولى والثانية، أي كلّ المعادلات التي كان باستطاعته أن

¹²³ انظر أيضاً: Brāhma-sphuṭa siddhānta, vol. 1, p. 218، حيث يوجد مثل آخر.

يحلّها بالحدور. وأخيراً، وبما أنّ التعابير الأوليّة عند الخوارزمي هي كائنات رياضيّة موجبة بالضرورة، لم يأخذ الخوارزمي بالاعتبار سوى المعاملات التي تؤمّن بقاءها موجبة. ويبدو أنّ هذا الأمر، المُتمثّل باعتماد التوافق المبنية على كون التعابير الأوليّة موجبة، هو السبب الحقيقي لاختفاء المعاملات السالبة. فعلينا ألاّ ننسى هيمنة الهندسة والبرهان الهندسي في مفهوم هذا الرياضيّ البغداديّ.

ذلك المسار بعيد كلّ البعد عن رؤية أسلاف الخوارزمي الهندود وطريقتهم، بل عن رؤية وطرائق جميع الذين يحلّو للمورّخين اعتبارهم من أسلافه. ولكنّ هذه الفوارق لا تُلمَس على صعيد الخطّاب فحسب، أي على صعيد النظرية الجبريّة، بل أيضاً على صعيد الطرائق. نذكر في ما يلي بعضاً من انعكاسات هذه الفوارق.

نبدأ بالتذكير بكيفيّة تقديم الخوارزمي للمعادلات. يلعب طرفا المعادلة أدواراً لاتناظرية، إن في تصنيفه للمعادلات أو في كتابتها، وذلك بعكس ما نجده عند رياضيّ الهند. فعند معالجته المعادلة "أموالٌ وجذورٌ تعدل عدداً" يأخذ المعادلة: $x^2 + 10x = 39$ ، التي يُعبّر عنها كما يلي: "مالٌ وعشرة من أجزائه يعدل تسعة وثلاثين درهماً"؛ بينما، لو قدّر لبرهغوبتا أن يكتبها، لكان كتبها على الشكل التالي:

$$ya \vee 1 \ ya \ 10 \ ru \ 0$$

$$.ya \vee 0 \ ya \ 0 \ ru \ 39$$

ولنعين، ثانياً، كيف تؤثر الفوارق المذكورة، في تصوّر خوارزميّة الحلّ وتطبيقها. فالخوارزمي يُعطي الخوارزميّة الخاصّة بكلّ من الأصناف المثاليّة للمعادلات، أي أنّه بصوغ خوارزميّة الحلّ لكلّ من الأصناف التربيعة ثلاثية الحدود. بينما بصوغ برهغوبتا "قاعدة" الحلّ للمعادلة التي يحصل عليها، أي $ax^2 + c = bx$. ويُصنّف الخوارزمي على إعطاء برهان هندسيّ لكلّ من خوارزمياته، بينما لا يحاول برهغوبتا بتاتاً تبرير "القاعدة" التي يُعطيها.

الانعكاس الثالث لهذه الفوارق يتناول مُميّز المعادلة^{١٢٤}، والصيغة التي تُعطى أحد الجذرين. يُعطي برهمغوبتا هذه الصيغة على الشكل الذي سبق أن أشرنا إليها بـ: (*)؛ بينما يبدأ الخوارزمي بوصف المراحل التي تردّ المعادلة المطروحة إلى أحد الأصناف التربيعيّة المثاليّة الثلاثة، ثلاثيّة الحدود، قبل أن ينتقل إلى تحديد المُميّز. وهكذا يكون قد بدأ بتطبيق العمليّتين اللتين أعطيتا اسمهما هذه المادّة العلميّة: "الجبر" و"المقابلة"، للتخلّص من الحدود الطّرحيّة، ولتجميع الحدود المتشابهة؛ ويتابع معالجته للمعادلة لجعلها "طبيعيّة" أي لردّها إلى أحد الأشكال المثاليّة، وذلك بواسطة قسمة كلّ حدّ من حدودها على مُعامل الحدّ ذي الدرجة الأعلى (أي الحدّ المربع). فهو يحوّل المعادلة السابقة $ax^2 + c = bx$ ، مثلاً، إلى: $x^2 + q = px$ ، ويُعطي صيغة حلّها:

$$x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

نجد إذن أنّ الخوارزمي لا يُعطي "قاعدة" لتشكيل الحلّ، بل طريقة لردّ المعادلة إلى شكلها "القانوني" لكي يُصبح بالإمكان إعطاء تلك القاعدة. ولا يوجد ما يُشبه ذلك عند برهمغوبتا. فعندما يلاحظ هذا الأخير أنّ:

"with the sequence of the unknown and the unknown are cleared, the known quantities (rūpāni) are cleared (from the side) below that"¹²⁴

فهو يقصد، بحسب مُحققي النص، في حالة معادلة بمجهول واحد، تخليص أحد الطرفين من المجاهيل وتخليص الطرف الآخر من الحدود الثابتة، بحيث تُردّ المعادلة إلى الشكل الوحيد $ax^2 + c = bx$ ، حيث يكون كلّ من a ، b ، و c ، موجباً أو سالباً أو معدوماً. نذكّر أخيراً بأنّ الخوارزمي أراد أن يؤسّس "حساباً" على المجاهيل، بغضّ النظر عمّا مثّله هذه المجاهيل، أي أن يؤسّس مادّة رياضيّة، خاضعة في رويّتها لقواعد البرهان. ولا يوجد عند أسلاف الخوارزمي أي أثر لمثل هذا المشروع.

^{١٢٤} هو $b^2 - 4ac$ ، إذا كانت المعادلة هي $ax^2 + bx + c = 0$ (المترجم).

¹²⁴ المصدر نفسه، ص ٢٠٦.

كلّ هذه الاختلافات، إن على صعيد المفاهيم أو على صعيد الطرائق، تؤكد أنّ الخوارزمي، ولو أنّه اطلع على كُتب آريهططا وبرهمغوبتا، فإنّما قرأها بعين الباحث في علم الفلك، أو ربّما في علم الحساب. وفي كلّ حال لم تنعكس هذه القراءة على مفهومه للحير، ولم يكن لها أيّ أثر في الوسائل التقنيّة لهذه المادّة. والعقلانيّة الرياضيّة التي تحكم حير الخوارزمي بعيدة كلّ البعد عن تلك التي نجدها عند أسلافه. هذه هي، على كلّ حال، النتيجة التي يؤكّدها جميع معاصريه وخلفائه الذين كانوا مُطلعين على الكتابات الهنديّة المعروفة باللغة العربيّة. كلّ هؤلاء يُجمعون على القول إنّ الخوارزمي وإن استفاد من علم الفلك الهندي ومن "الحساب بواسطة الأرقام التسعة"، فإنّه لا يدين بحيره إلى أيّ من سابقيه. فلنستمع إلى أحد هؤلاء، الهاشمي، أحد الذين يعرفون جيّداً علم الفلك الهندي: "وأما محمد بن موسى الخوارزمي فإنّه وضع زيجه لنصف النهار بالقبة بعد يومه على مثل قول الهند، بالجزء من اربعماية جزء <من ساعة> من يوم. ونقل رسائل الزيجات* إلى زيجه، فبعض ذلك من قانون ثاون وبعض من زيج يعقوب بن طارق وبعض من زيج الفزاري وقدم في زيجه وآخر وخلط** ويقال انه لم يسبقه أحد إلى كتابه الذي وضعه في الحير والمقابله واستخراج الجذور بالأصفار^{١٢٥}.

* أي أجزاء من الزيجات.

** بمعنى أنّه وضع بعضاً من هذه "الرسائل" في مقمّة كتبه وبعضاً منها في مؤخرته وخلط بعضها الآخر مع عمله (المترجم).

¹²⁵ الهاشمي، كتاب في علل الزيجات، الورقة ٩٦.

القسم الثاني

نصّ كتاب الخوارزمي

تحقيق النص وترجمته إلى الفرنسية

نعلم حتّى يومنا هذا، بوجود سبع مخطوطات من جبر الخوارزمي، يصعب الوصول إلى اثنتين منها هما المخطوطتان الموجودتان في كابل، في أفغانستان. واستناداً إلى فهرس "معهد المخطوطات العربيّة" في القاهرة، توجد إحدى هاتين المخطوطتين ضمن مجموعة خاصّة، وتنتمي الأخرى إلى مكتبة البلاط الملكي القديم. وقد استطعت، خلال مهمّة في كابل، مباشرةً بعد سقوط الملكيّة وقبل الاجتياح السوفيّاتي، فحص المخطوطة الموجودة في المجموعة الخاصّة، ولكنّي لم أحصل البتّة على نسخة فوتوغرافيّة عنها، رغم كلّ الوعود. أمّا مكتبة البلاط، فكان من المستحيل الدخول إليها. ونفهم، بعد الاجتياح الجديد، أن يكون العمل على الأرض مستحيلاً.

يبقى إذاً خمسُ مخطوطات، ومخطوطةٌ سادسةٌ أقلُّ قيمةً. لهذه المخطوطات صِفةٌ مشتركة وهي أنّها كلّها تُسَخَّ متأخّرة التاريخ نسبياً. تعود المخطوطة الأقدم إلى العام ١٢٢٢م، أي إلى ما يقارب أربعة قرون بعد تأليف الخوارزمي لكتابه. وقد نقع يوماً ما على مخطوطة قديمة تائهة في أحد الكنوز العربيّة المخطوطة، المتناثرة في جهات الأرض الأربع؛ وعلى كلّ حال، من المستغرب ألاّ يبقى من نصّ، حصل إجماعٌ على الاعتراف بكونه عملاً تأسيسياً، سوى هذا العدد القليل من المخطوطات المتأخّرة في الزمن. وهذا الوضع يعود إلى أسباب متعدّدة، منها المصير المأساوي للمخطوطات العلميّة العربيّة، والكتابات العديدة في الجبر التي حصلت إثر رسالة الخوارزمي والتي أثارها هذه الرسالة، والتوسّع الحاصل في هذا العلم والذي جعل من هذا المقال رويداً رويداً مقالاً ابتدائياً؛ فكان انتشار الكتاب كان الضحيّة الأولى لعبقرية مؤلّفه.

لا يمكننا، مع تُسَخِّ متأخّرة نسبياً، أن نتجنّب طرح مسألة أصالة النص، عند القيام بتحقيقٍ بطمَحُ لأن يكون نقدياً. ولكننا نملك شهادة قويّة داعمة، هي شهادة أبي كامل

(٨٥٠ - ٩٣٠م) الذي استعار، في جيره، نصوص الخوارزمي البيانيّة، كما استعار مسائل كان هذا الأخير قد طرحها وحلّها. فقد استعاد أبو كامل، عند معالجته "المسائل الست"، معادلات الخوارزمي، مع معاملاتها وبالترتيب نفسه. وأكثر من ذلك، نجد في معظم كتب الجبر هذه المعادلات كما نصّها الخوارزمي. وتصلنا شهادة أخرى هامّة من الترجمة اللاتينيّة الجزئية التي قام بها جيرارد دو كريمون (Gérard de Crémone) (١١١٤-١١٨٧م)، الذي توصّل إلى مخطوطتين عربيّتين للنص، منسوختين في القرن الحادي عشر للميلاد على أبعد تقدير. لدينا إذاً ما يكفي من المعلومات لضمانة أصالة النص، أو على الأقلّ لضمانة بنيته ومحتواه. لنبدأ إذاً بالمخطوطات.

المخطوطة A، [1]: أو كسفورد: Oxford, Bod., Hunt 214, fol. 1^v-34^r.

هذه المخطوطة عبارة عن مجموعة مؤلّفة من أربعة مقالات في علم الحساب وفي الجبر، وهي تتوجّه بالتأكيد إلى الفقهاء الخبراء في حساب الفرائض وإلى الموظّفين، لا إلى الباحثين في الرياضيات. ولم يخلُ هذا الوضع من إيجابيّة تتمثّل في أنّها نُقلت من قِبَل أناس أكفّاء باللغة العربيّة؛ والسلي فيها أنّها ربّما تعرّضت لفائضٍ من التصحيح، وهو تصحيح لا يمكنه في كلّ حال أن يبطال سوى الأخطاء النحويّة. يحتل كتاب الخوارزمي الورقات ١-٣٤. وهو مكتوب بالخط الـ "نسخي" بعناية مثاليّة. ولقد عمّد الناسخ غالباً إلى تشكيل الحروف، وإلى فصل المقطع عن الآخر بنقطة محاطة بدائرة صغيرة، وإلى رسم الأشكال الهندسيّة بالجبر الأحمر، في حين أنّ النص منسوخٌ بالجبر الأسود والعناوين بالجبر الأحمر. أخيراً نذكر أنّ الكتابة جرت من قِبَل ناسخ واحد، وأنّ الأوراق من صناعة واحدة. أصرّ الناسخ، الذي أغفل ذكر اسمه ومكان النسخ (الذي ربّما كان الحجاز)، على ذكر تاريخ إتمام النقل وهو يوم الأحد الواقع فيه ١٩ محرّم من العام ٧٤٣ للهجرة، أي ٢٤ حزيران من العام ١٣٤٢ للميلاد.

نلاحظ في الهوامش وأحياناً بين السطور، ثلاثة أنواع من التأشير. أولاً، وفيما يخص الإغفالات خلال عملية النقل، فإنّ الناسخ يعيد كتابتها انطلاقاً من نموذجها الخاص (أي من النسخة التي يعتمدها)، ويُشير إلى إعادة الكتابة هذه بإضافة كلمة "صح" أو كلمة "أصل". وهناك ثانياً، التأشيرات المشار إليها بالحرف "خ"، وهي نصوص بديلة مختلفة ملوّنة انطلاقاً من "نسخة أخرى". وأخيراً هناك الحواشي. وهذه الحواشي ليست عديدة فحسب، إنّما هي جوهرية غالباً، وهي على نوعين: البعض منها منسوب صراحةً إلى المزيّني، وتسبقه عبارة "حاشية"، فيما البعض الآخر مجهول المؤلف.

غير أنّ كلمة "المزيّني" تُشير إلى اسم مكان. والمقصود في الواقع هو أحمد بن عمر الخزاعي أو ابنه محمد بن أحمد بن عمر الخزاعي. فالوالد كما الولد كانا رجلَي فقه (شرع) ورياضيات. وقد وصلنا من الابن كتاب في الحساب، توجد نسخة منه في المجموعة التي نفحصها هنا، بينما ينسب المؤرّخون ومؤلفو السير كتابَ "شرح مختصر الخوارزمي في الجبر والمقابلة" إلى الوالد. لم نكن نعلم شيئاً عن وجود هذا الكتاب، إلى أن وضع الحظ على دربي مخطوطة مجهولة المؤلف تحمل العنوان نفسه. عيّنت المخطوطة رقم ٨٠٣، من مكتبة بني كاسي من اسطنبول^١. أُنجزت كتابة هذا الشرح الضخم في شهر رمضان من العام ٦٠٧ للهجرة، أي في شباط/آذار من العام ١٢١١ للميلاد. يعمل كاتب هذا الشرح بالطريقة التالية: يذكر مقطعاً من كتاب الخوارزمي ويشرحه بنوع من التوسّع، قبل أن ينتقل إلى المقطع التالي -أو إلى الجملة التالية-. والمقابلة بين نصوص الخوارزمي المذكورة في هذا الكتاب والمخطوطات الأخرى الموجودة لدينا من كتاب الخوارزمي، سمحت لنا بوضع المخطوطة التي كانت بحوزة الشارح في شجرة الروابط العائلية لمخطوطات النص. ومن جهة أخرى، دلّت مقابلة "الشرح" مع حواشي نصّ

^١ مخطوطة الخزاعي هذه نُسبت خطأ لابن الهيثم.

الخوارزمي أن كل الحواشي -تلك المنسوبة إلى المزيحفي، كما الحواشي الباقية- مستعارة من هذا الشرح. وهذا يعني أن هذا الشرح الهام عائد للخزاعي شخصياً.

كما أننا وجدنا مقطعاً بعنوان "من الوصايا بالسطوح الهندسية" في مخطوطة القاهرة، دار الكتب، طُلعت ٢٠٧، الورقات ٥٢ ط-٦١ ط، تبين، بعد الفحص، أنه جزء من شرح الخزاعي لكتاب الخوارزمي. مؤلف هذا المقطع مجهول؛ وتوجد قبله صفحة ملتبسة، نسه فيها الناسخ إلى الابن بدل الأب.

الرسائل الأخرى من مجموعة أوكسفورد تتوالى بالترتيب التالي:

- مقدمة في علم الحساب، بعنوان "مقدمة في الحساب"، الورقات ٣٤ ط-٥٢ ط، كتبها ابن الخزاعي نفسه، وقد كان على قيد الحياة، في حدود سنة ١٣٢٤م؛

- مقالة في الجبر بمجولة المؤلف، بعنوان "المراسلة في الجبر والمقابلة"، الورقات ٥٣ ط-٧٥ ط؛

- مقالة بعنوان "المقدمة الكافية في أصول الجبر والمقابلة" للمدعو أبي عبدالله الحسين بن أحمد، الورقات ٧٦ ط-٨٦ ط.

المخطوطة B، [ب]: برلين: 60^v-95^v. Berlin, Landberg 199.

هذه المخطوطة كتبها بالخط الـ"نسخي" وتاريخ متأخر نسبياً، ناسخ مجهول، يبدو أنه ناسخ محترف؛ ويبدو أنها لم تكن أبداً قد استُخدمت كنسخة عمل. فقد كُتبت بيد ناسخ واحد، والملاحظات الهامشية الوحيدة -التي لا يوجد منها سوى اثنتين- هي عبارة عن تصحيحين قام بهما الناسخ خلال عملية النقل؛ وقد تُركت مواضع الأشكال الهندسية فيها فارغة، وكذلك مواضع العبارات في بداية المقاطع، مثل عبارة "باب"، "مسألة"، "وأما". وكلّ الدلائل تُشير إلى أن هذه المواضع تُركت لُكُتب كلماتها بالحرر الأحمر فيما بعد.

المخطوطة O، [ع]: المدينة، عارف حكمت، ٦-جبر، الأوراق ١-٣١ ط.

أُنجز نسخ هذه المخطوطة في ١١ صفر من العام ٦١٩ للهجرة، أي في ٢٦ آذار من العام ١٢٢٢ للميلاد، على يد المدعو محمد بن سعيد. الخط "نسخي" والناسخ واحد. يوجد مع ذلك ثلاث ملحوظات هامشية كُتبت بيد الناسخ نفسه، هي كلمات نسيها خلال النسخ وأعاد كتابتها انطلاقاً من نموذجه. والاستثناءان هما شروح قدمها أحد قراء تلك المخطوطة لتعبيرين واردين في الأوراق ٥ ط-٦.

النص في [ب] وفي [ع] غير تام ويتوقف عند الصفحة ٢٦٤ من النص المحقق في كتابنا هنا.

المخطوطة H، [ح]: المدينة، عارف حكمت، ٤-جبر، الأوراق ١-٦٩ ط.

تدل قلفونة هذه المخطوطة على أن النسخ أُنجز في ٢٤ محرم من العام ١١٨١ للهجرة، أي في ٢١ حزيران من العام ١٧٦٧ للميلاد. فهي إذاً نسخة حديثة العهد، لكنّها كما سنرى لاحقاً، إعادة لتقليد نصي مهم. أغفل الناسخ ذكر اسمه، وليس في هذه النسخة أدنى إشارة هامشية.

المخطوطة M، [م]: طهران، مالك ٣٤١٨، الأوراق ١٦-٢٣.

هذه المخطوطة هي مقطع يحتوي على الفصل ذي العنوان "في المساحة"، من كتاب الخوارزمي. وفي نهايتها، يكتب الناسخ، مجهول الاسم، أنه قابل نسخته بنموذجه. الكتابة تمت بالخط "النسخي"؛ وقد نُسخ المقطع بيد ناسخ واحد، وهو لا يحوي إشارات هامشية.

المخطوطة S: نيويورك، كولومبيا، New York, Columbia, Smith Or. 40.

هي نسخة حديثة العهد، أُنجزت لصالح الرياضي د. أ. سميث (D. E. Smith) انطلاقاً من المخطوطة [أ] فحسب. لهذا لم نأخذها بالاعتبار في تحقيقنا.

الترجمة اللاتينية العائدة لجبرار دو كريمون:

Liber Maumeti filli Moysi Alchoarismi de algebra et almuchabala

يُدرِك الجميع أهمية هذه الترجمة بالنسبة إلى تاريخ الجبر في أوروبا. إلا أن دورها في التحقيق النقدي للنص العربي¹ لم يُشر إليه بالأهمية التي يستحق. تشكّل هذه الترجمة شاهداً ثميناً، ولو غير مباشر، على التقليد المخطوط قبل القرن الثاني عشر للميلاد. فكلّ المخطوطات العربية الموجودة من كتاب الخوارزمي نُسخَت بعدها بما يزيد على قرن من الزمن. لا يمكننا إذاً أن نتجنّب مقابلة هذه الترجمة، اللاتينية، بالنصوص العربية. وهذا ما أتاح لنا التراجع بتاريخ التقليد النصّي نزولاً إلى القرن الحادي عشر للميلاد، إن لم يكن إلى أقدم من ذلك. تُظهر هذه الترجمة على شكل نصٍّ رئيسي، يتبعه ملحق مؤلّف من

² حول لترجمات اللاتينية لكتاب الخوارزمي، انظر:

Barnabas Hughes, "The Medieval Latin Translations of al-Khwārizmī's *al-Jabr*," *Manuscripta*, vol. 26 (1982), pp. 31-37.

هناك ثلاث ترجمات لاتينية وهي: ترجمة جيرار دو كريمون، ترجمة روبير دو شمستر (Robert de

Chester) وترجمة غيوم دو لونا (Guillaume de Luna). فيما يخص ترجمة جيرار دو كريمون وهي، بما لا

يُقاس، الأفضل والأكثر حرفيّة، انظر للمرجعين التاليين:

Guillaume Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du 17^{ème} siècle* (Paris: Adamant Media Corporation, 1838), vol. I, pp. 253-299; B. Hughes, "Gerard of Cremona's Translation of al-Khwārizmī's *al-Jabr*: A Critical Edition", *Mediaeval Studies*, vol. 48 (1986), pp. 211-263.

وفما يخص ترجمة روبير دو شمستر، انظر:

Muhammad Ibn Mūsā Al-Khwārizmī, *Robert of Chester's Latin Translation of the algebra of al-Khowarizmi*, introduction critical notes and an English version by L. Karpinsky (New York: MacMillan, 1915); B. Hughes, *Robert of Chester's Latin Translation of al-Khwārizmī's al-Jabr*, edited by Barnabas Bernard Hughes, coll. Boethius; XIV (Stuttgart: Franz Steiner, 1989), et A. A. Björnbo, "Gerhard von Cremonas Übersetzung von Alkhwārizmī's Algebra und von Euclids Elementen," *Bibliotheca mathematica* (Leipzig), vol. 3, no. 6 (1905), pp. 239-248.

سلسلة من المسائل. وسوف تُشير بحرف L، [ل] إلى المخطوطة الأساس في النص الرئيسي، وبحرف K، [ك] إلى المخطوطة الواردة في الملحق.

يقوم النص [ل] بترجمة ما يلي: التحديدات، والمعادلات الست وبرهان خوارزميات الحل، والحساب الجبري، والمسائل التي تُعاد إلى المعادلات الست، وبعض المسائل من الفصل الذي يحمل عنوان "باب المسائل المختلفة"، والمعاملات. أغفل جبرار دو كريمون إذا ترجمة المقدمة والفصل المتعلق بالمساحة والكتاب الثاني المتعلق بالوصايا. هذا يعني أنَّ جبرار دو كريمون نُقِلَ إلى اللاتينية الكتاب الأوّل، ما عدا الجزء الهندسي منه. ولكنّ هذا الجزء، الأساسي، هو الجزء الذي كان الأقلّ تعرّضاً للتدخل الخارجي عبر تاريخ النص (هذا إذا استثنينا الفصل المتعلق بـ "المسائل المختلفة"). وللاقتناع بأصالة النص، تكفي مقابلة هذا الجزء بأعمال خلفاء الخوارزمي خلال القرن التاسع، مثل كتاب أبي كامل^٢. فأبو كامل، كما كثيرون غيره، يستشهد بنصوص الخوارزمي البيانية وأمثله، التي كانت قد أوضحت ذات قيمة مرجعية.

تدلّ مقابلة [ل] بالمخطوطات العربية على أنَّ النص المترجم إلى اللاتينية هو من عائلة [ب] و [ع]. وفحص التعليقات والحواشي بهذا الخصوص أمرٌ ذو دلالة. مع ذلك، تجدر الإشارة إلى استثنائين هما:

أولاً: يحتوي نص برهان خوارزمية حل المعادلة $x^2 + 21 = 10x$ (انظر ص ١٢ - ١٣ من [ل]) على بعض الفروق بين الصيغة والأخرى. ينقص مقطع في كلٍّ من المخطوطتين [ب] و [ع]. تختلف الصيغة [إ] عن الصيغة [ح] وعن النسخة [ل]. يوشتر هذا إلى أنَّ هذه السطور من النص قد أفسدت في تاريخ مبكر نسبياً.

³ كتاب الجبر والمقابلة، مخطوطة لسنبول، قره مصطفى باشا ٣٧٩.

ثانياً: الاستثناء الذي يمثله الفصل المتعلق بـ "المسائل المختلفة" هو أكثر أهمية؛ هذه المسائل تُعاد إلى معادلات من الدرجتين الأولى والثانية، وهي التي لم تُطرح بالترتيب المتبع من قبل الخوارزمي لدى دراسته هذه المعادلات. وفي الترجمة [ل]، لا يوجد سوى اثنتي عشرة مسألة. ومن جهة أخرى، هذا النوع من الفصول، هو الأكثر تعرضاً لتسرب المسائل المنحولة إليه خلال تاريخ النص. المخطوطات العربية تحتوي على أربع وثلاثين مسألة وليس على اثنتي عشرة.

يُقى أن نشير إلى أن جزار دو كرمون يقول، في نهاية الترجمة [ل]: "ينتهي الكتاب هنا. إلّا أنّي وجدت في كتاب آخر، هذه الأشياء مُدخلة بين الأشياء المكتوبة أعلاه".⁴

"هذه الأشياء" هي "مسائل أخرى مختلفة"، وعددها واحد وعشرون. هذا يعني أنه كان يملك مخطوطتين، الأولى هي المخطوطة [ل]، والثانية يحتوي الفصل المتعلق بالمسائل المختلفة فيها على ٣٣ مسألة، وهي المسائل الاثنتي عشرة من [ل] يضاف إليها الإحدى والعشرون المُدخلة. والمسائل الأخيرة هذه، ترجمها جزار ووضعها في ملحقٍ بترجمته لـ [ل]. لنسمّ هذه المخطوطة الثانية [ك].

من أولى مهمّات التحقيق النقدي، التحقق من أصالة هذه "المسائل المختلفة". وتتوفّر مصادر عديدة تتيح لنا إجراء هذا التحقق. هناك أولاً التقليد العربي، وشهادة أبي كامل (حوالي ٨٧٨م) الذي استعار بعضاً من هذه المسائل، رغم أنه لم يقم باستعارتها كلّها، ولم يضع المسائل المستعارة بالترتيب ذاته. كما أنّ هنالك شرح الخزاعي. يذكر هذا الأخير، في معظم الحالات، نص الخوارزمي لهذه المسائل، بتعابيرها ذاتها.

⁴ انظر:

"Liber hic finitur. In alio tamen *libro* repperi hec interposita suprascriptis" (éd. Hugues, p. 257, 2).

[ك]	[ل]	الخزاعي (الورقة أو الورقات)	التقليد النصي العربي (رقم المسألة)
-	١	ر١٩	١
-	٢	ر٢٠	٢
-	٣	ط٢٠	٣
-	٤	ر٢١	٤
-	٥	ر٢٤	٥
١	٦	ط٢٤	٦
-	-	ط٢٤	٧ (لا توجد في [ب] و [ع])
-	٧	ر٢٥	٨
٢	-	ط٢٥	٩
-	٨	ط٢٥	١٠
٣	-	ط٢٥-٢٦	١١
-	-	ر٢٦	١٢
٤	-	ط٢٦	١٣
٥	-	ط٢٦	١٤
٦	-	ط٢٦	١٥
٧	-	ط٢٦-٢٧	١٦
٨	-	ر٢٧	١٧
-	٩	ر٢٧	١٨
٩	-	ر٢٧	١٩
١٠	-	-	٢٠
-	١٠	ط٢٧	٢١
١١	-	ر٢٨	٢٢
١٢	-	ر٢٨	٢٣
-	١١	ر٢٨	٢٤
١٣	-	ط٢٨	٢٥

١٤	-	٢٢٨ ط	٢٦
١٥	-	٢٢٨ ط	٢٧
-	١٢	٢٢٩ ر	٢٨
٢١	-	٢٢٨ ط	٢٩
١٦	-	٢٢٩ ط	٣٠
١٧	-	٢٢٩ ط	٣١
١٨	-	٢٢٩ ط-٣٠ ر	٣٢
١٩	-	٣٠ ر	٣٣
٢٠	-	-	٣٤

هذا الجدول يؤكد تماماً أقوال جبرار دو كرىمون، ويدل على حالة هذا الفصل من كتاب الخوارزمي وعلى ثبات النص بدءاً من القرن الحادي عشر للميلاد، إن لم يكن قبل ذلك. ويبقى الشك فيما يخص المسألة ٧، الغائبة عن العائلة [ب، ع] وأيضاً عن [ل] و [ك]. والمسألة ١٢، اللاتفة ببساطتها، تغيب عن [ل] و [ك]؛ وقد يعود هذا الغياب إلى مجرد حادث في النسخ. ليست المسألة ١ من "الملحق" سوى المسألة ٦ من [ل] التي عاد جبرار وأوردّها في المخطوطة [ك]. ويبدو أن جبرار قد تحقّق من أنّها فعلاً المسألة ٦ نفسها، إذ إنّها يبدأها بكتابة "مكرّر" (تحقيق هوغز (Hughes)، ص ٢٥٧، ٣).

استناداً إلى التقليد النصي العربي، وإلى الترجمة اللاتينية العائدة لجبرار دو كرىمون وإلى شرح الخزاعي (وهي شهادات نستطيع بسهولة أن نضيف إليها شهادة نص جبر أبي كامل)، نتبين أن نص الفصول المذكورة سابقاً من جبر الخوارزمي، ثابت ومؤكد منذ ما قبل القرن الثاني عشر للميلاد. يعيدنا كتاب أبي كامل إلى القرن التاسع للميلاد فيما يخص النصوص البيانية للمعادلات والخوارزميات. وإلى هذه النتيجة الإجمالية والتقريبية، نستطيع أن نقدّم المزيد من الإيضاحات فيما يخصّ مجمل الكتاب، وذلك عن طريق تفحص تاريخ

النص العربي الذي نَحَقِّقُه هنا وإقامة شجرة الروابط العائليَّة لمخطوطات النصّ. لذا نَقَدِّمُ في ما يلي النتائج الأساسيَّة استناداً إلى دراسة الإغفالات في النسخ؛ وقد قمنا بتلوين النصوص المختلفة البديلة لهذه الإغفالات في حواشي النصّ المُحَقَّق ويستطيع القارئ مراجعتها بسهولة. في الكتاب الأوَّل "كتاب الجبر والمقابلة"، تتوزَّع النواقص الخاصَّة بكلِّ من المخطوطات، على الشكل التالي:

النواقص الخاصَّة بِـ[أ]: ٥ كلمات وَجملتان؛ وبـ[ح]: ٧١ كلمة وَ ١٤ جملة؛ وبـ[ع]: ١٣ كلمة؛ وبـ[ب]: ١٥ كلمة، وَ ٩ جمل وَ ١٣ موضعاً فارغاً؛ وبـ[م]: ٦ كلمات.

النواقص المشتركة تتوزَّع على الشكل التالي: النواقص المشتركة لِـ [ب، ع]: ١٥٤ كلمة وَ ٣٢ جملة؛ وَلِـ [ب، ح، ع]: ١٣٣ كلمة وَ ٢٦ جملة؛ وَلِـ [ب، ح]: كلمة واحدة هي "فقال"، والتي هي بالتأكيد خطأ عَرَضِيٌّ في النسخ.

في فصل "باب المساحة" (ص ٢٢٠-٢٣٤)، تتوزَّع النواقص المشتركة على الشكل التالي: النواقص المشتركة لِـ [ب، ع، ح، م]: ١٧ كلمة وَ ٣ جمل؛ وَلِـ [ب، ع، م]: ٧ كلمات؛ وَلِـ [ح، م]: ١١ كلمة، وَ جملة واحدة.

في الكتاب الثاني (ص ٢٣٥-٢٦٤)، تتوزَّع النواقص الخاصَّة بكلِّ من المخطوطات، على الشكل التالي:

النواقص الخاصَّة بِـ[أ]: ٢٠ كلمة وَ ٣ جمل؛ وبـ[ح]: ٥٣ كلمة وَ ٨ جمل؛ وبـ[ع]: ١٣ كلمة وَ جملة واحدة؛ وبـ[ب]: ٢١ كلمة، ١٣ جملة وَ ٣ مواضع فارغة.

النواقص المشتركة لِـ [ب، ع، ح]: ٨٥ كلمة وَ ١١ جملة؛ والنواقص المشتركة لِـ [ب، ع]: ٦٤ كلمة وَ ١٧ جملة.

بالعام ١٩٣٩م^٥. لا يأخذ تحقيق مشرفه بالاعتبار إضافات الناسخ أو تصحيحاته في الهامش (المشار إليها بإحدى الكلمتين "أصل" أو "صح")، ولكنه يتبنى أحياناً التعابير المخالفة والاختلافات الواردة في النسخة الأخرى ("خ"). ولقد دوناً، في حواشي التحقيق النقدي، الاختلافات بالنسبة إلى تحقيق مشرفه [ط].

نَقِدْنَا فِي التَّحْقِيقِ النِّقْدِيِّ الَّذِي نُقَدِّمُهُ هُنَا، كَمَا فِي التَّرْجُمَةِ الْفَرَنْسِيَّةِ، بِالْقَوَاعِدِ عَيْنَهَا الَّتِي أَتَبَعْنَاهَا فِي تَحْقِيقَاتِنَا الْأُخْرَى لِلنُّصُوصِ الرِّيَاضِيَّةِ الْعَرَبِيَّةِ.

^٥ أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي، كتاب الجبر والمقابلة، تحقيق وتطبيق علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد، الجامعة المصرية؛ كلية العلوم (القاهرة: وزارة الثقافة، ١٩٣٩).

رموز كتابية

<> نستخدم هاتين الزاويتين في النص العربي لنضع بينهما ما أضفناه إلى النص لسدّ ثغرة فيه. أمّا في الترجمة الفرنسية، فقد أبقينا عليهما في العناوين وأدخلناهما للإشارة إلى إضافات إلى النص العربي، قمنا بها ليستوي المعنى بالفرنسية.

[] نستخدم هذين القوسين في النص العربي فحسب، لتحديد الكلمة أو المقطع الذي ينبغي حذفه من أجل تماسك النص.

/ تدلُّ هذه الإشارة على نهاية ورقة من ورقات المخطوطة.

[أ]، [A]: مخطوطة أوكسفورد: 1^٢-34^٢. Oxford, Bod., Hunt 214, fol.

[ب]، [B]: مخطوطة برلين: 60^٢-95^٢. Berlin, Landberg 199, fol.

[ح]، [H]: المدينة، عارف حكمت، ٤-جبر، الورقات ١^٢-٦١^٢.

[ط]، [I]: تحقيق مشرفه.

[ك]، [K]: ملحق بالترجمة اللاتينية لحيوار دو كريمون.

[ل]، [L]: الترجمة اللاتينية لحيوار دو كريمون.

M، [م]: مخطوطة طهران، مالك ٣٤١٨، الورقات ١٦-٢٣.

[ع]، [O]: مخطوطة المدينة، عارف حكمت، 6-جبر، الورقات ١^٢-3١^٢.

[S]: مخطوطة نيويورك، كولومبيا، سميث: 40. New York, Columbia, Smith Or.

كتاب الجبر والمقابلة

لمحمد بن موسى الخوارزمي

هذا كتاب وضعه محمد بن موسى الخوارزمي، افتتحه بأن قال:
الحمد لله على نعمه بما هو أهله من محامده، التي بأداء ما اقترض منها
5 على من يعبدّه من خلقه يقع اسم الشكر ويستوجب المزيد، وهو من من
الغير إقراراً برؤيته وتذلاً لعزته وخشوعاً لعظمته.

بعث محمداً صلى الله عليه وسلم بالنبوة على حين فترة من الرسل
وتنكر من الحق وذُرُوس من الهدى، فبصر به من العمى، واستنقذ به من
الهلكة، وكثر به بعد القلة، وألف به بعد الشتات. تبارك الله ربنا وتعالى
10 جدّه وتقدّست أسماؤه ولا إله غيره، وصلى الله على محمد النبي وآله
وسلم.

ولم تزل العلماء في الأزمنة الحالية والأُمّ الماضية يكتبون الكتب، بما
يصنفون من صنوف العلم ووجوه الحكمة، نظراً لمن بعدهم واحتساباً
15 للأجر، بقدر الطاقة / ورجاء أن يلحقهم من أجر ذلك وذخره وذكره ح - ٢ - و

1 الرحيم، الرحيم رب يسر بفضلك [ع] الرحيم وبه نستعين [ح] - 4 هذا ... قال، ناقصة [ب]
/ وضعه، كنه [أ] ألقت « كنه » فوقها من نسخة أخرى - 5 بأداء، تؤدي [ب، ع] / ما، بما
[ب، ع] / منها، ناقصة [ب، ع] - 6 يلمن من، يهمل [ب، ع] - 7 المعبر، الغير [أ، ح، ب] /
إقراراً، إقرار [ب] / تذلاً، ذلاً [ب] ذل [ع] / لمزته، العزة [ع] / وخشوعاً، وخشوعاً [ب، ع]،
ح - 8 عليه، عليه وعلى آله [أ، ط] / بالنبوة، ناقصة [ب، ع] - 9 تنكر، منكر [ب، ع] / من
(الأولى والثانية) ، ناقصة [ب، ع] - 10 الله، ناقصة [ب، ع]، ح - 11 جدّه، ناقصة [ب، ع] /
ولا إله غيره، ناقصة [ب، ع] / محمد النبي، سيدنا محمد [ب] محمد [ع] / النبي، ناقصة [ح]
/ وآله، وعلى آله [ح] - 12 وسلم، وسلم كثيراً [ب، ع] - 13 الماضية، الساقطة [ح] / ما، بما
[ب، ع] - 14 يصنفون، يصنفونه [ح] يقتفون [ب، ع] - 15 للأجر، للمخير [ب] المحير [ع] /
وذخره، ناقصة [ح] ذخره [ب، ع] / وذكره، ناقصة [ب، ع].

ويبقى لهم من لسان الصدق ما يصغر في جنبه كثير مما كانوا يتكلمونه من المؤونة ويحملونه على أنفسهم من المشقة في كشف أسرار العلم وغامضه. إما رجل سبق إلى ما لم يكن مستخرجاً قبله، فورثه من بعده؛ وإما رجل شرح مما أبقى الأولون ما كان مستغلقاً، فأوضح طريقه وسهل مسلكه وقرب مأخذه؛ وإما رجل وجد في بعض الكتب خلافاً لم يشغفه وأقام أوده وأحسن الظن بصاحبه غير زائد عليه ولا مفتخر بذلك من فعل نفسه.

- وقد شجعتني ما فضل الله به الإمام المأمون، أمير المؤمنين، مع الخلافة التي أجاز له إرثها وأكرمه بلباسها وحلّاه بزينتها من الرغبة في الأدب وتقريب أهله وإدنائهم وبسط كنفه لهم / ومعوته إياهم على إيضاح ما ب- ١١- و كان مستتبهاً وتسهيل ما كان مستوعراً، على أن / ألفت من حساب ط- ١٦- الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً، جعلته حاصراً للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في موارثهم ووصاياهم وفي مقاسماتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به / بينهم من مساحات ع- ٢- و الأرضين وكري الأنهار / والهندسة وغير ذلك من وجوهه / وفنونه، ١- ٢- و مقدماً لحسن النية فيه وراجياً لأن ينزله أهل الأدب بفضل ما استودعوا ح- ٢- ط من نعم الله تعالى وجليل آلائه وجميل بلائه عندهم منزله، وبالله توفيتني في هذا وفي غيره، عليه توكلت وهو رب العرش العظيم. وصلى الله على جميع الأنبياء والمرسلين.

1 الصدق: الصدق فيه [ح] / مما، ما، إب، ع] - 2 ويحملونه، ويكملونه [ب] وكمملونه [ع] / أنفسهم، نفوسهم [ح] / كشف، تكشيف، إب، ع] - 3 فورثه، فأورثه [ب، ع] - 4 رجل، رجل خرج [ب، ع] / مما، ما، إب، ع] / طريقه، تصريفه [ب، ع] - 5 فشغفه، تسميعه [ب] - 6 بصاحبه، لصاحبه [ع] / مفتخر، مفتجراً [ب، ع] / مفتخر [ح] / بذلك، بذلك [ب] - 8 الله، الله عز وجل [ب، ع] / أمير المؤمنين، أعزّه الله [ب، ع] / مع، من، وأثبت «مع» فوقها من نسخة أخرى [أ] - 9 أجاز، حاز [أ، ط، ح، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها كلمة «بقي» من نسخة أخرى / له، ناقصة [ب، ع، ح] / أكرمه، أكرمته الله [ح] - 10 وتقرّب، وتقرّب [ب] / وإدنائهم، وإدنائهم [أ] / كنفه، كنفه [ع] - 11 مستتبهاً، مستتبهاً [ب، ع] / تسهيل، يستهيل [ع] / حساب، كتاب [ط] - 12 كتاباً، كتاباً جامعاً [ب، ع] / جعلته، ناقصة [أ، ط] / حاصراً، ناقصة [ب، ع] - 13 موارثهم، موازينهم [ب] موازينهم [ع] / ووصاياهم، ووصاياهم [ع] / في، ناقصة [ب، ع، ح] / مقاسماتهم، مقاسمهم [ب، ع] مقاسمهم [أ، ح، ط] - 14 وتجاراتهم، ناقصة [ب] / بينهم، بيت لهم [ب] / مساحات، مساحة [أ، ط] - 15 وكري الأنهار، وخسر الأنهار والخفر [ح] - 16 مقدماً، معدداً [ب] / ينزله، ينزل منزله [ع] - 16- 17 أهل ... عندهم، ناقصة [ب، ع] - 17 وجميل، وحميد [ح] - 18 هذا، ذلك [ب، ع، ح] - 18- 19 وصلى ... والمرسلين، ناقصة [ب، ع].

وإني لما نظرت فيما يحتاج إليه الناس من الحساب، وجدت جميع ذلك عدداً، ووجدت جميع الأعداد إنما تركبت من الواحد، والواحد داخل في جميع الأعداد. ووجدت جميع ما يلفظ به من الأعداد ما جاوز الواحد إلى العشرة. فالواحد يثنى ويثلاث، فيكون منه الواحد والاثنان والثلاثة إلى تمام العشرة. والعشرة تخرج مخرج الواحد، ثم تثنى العشرة وتثلاث كما فعل بالواحد، فيكون منها العشرون والثلاثون إلى تمام المائة، ثم تثنى المائة وتثلاث، كما فعل بالواحد وبالعشرة، إلى الألف، ثم كذلك تردد الألف عند كل عقد إلى غاية المدرك من العدد.

ووجدت الأعداد التي يحتاج إليها في حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضروب وهي: جذور وأموال وعدد مفرد / لا ينسب إلى جذر ولا إلى مال.

فالجذر منها: كل شيء مضروب في نفسه، من الواحد وما فوقه من الأعداد وما دونه من الكسور.

والمال: كل ما اجتمع / من الجذر المضروب في نفسه. والعدد المفرد كل ملفوظ به من العدد، بلا نسبة إلى جذر ولا إلى مال.

المفردات

فمن هذه الضروب / الثلاثة ما يعدل بعضها بعضاً وهو كقولك: أموال ب - ١١ - ٥ تعدل جذوراً، وأموال تعدل عدداً، وجذور تعدل عدداً.

فأما الأموال التي تعدل الجذور، فمثل قولك: مال يعدل خمسة أجزاره، فجذر المال خمسة، والمال خمسة وعشرون وهو مثل خمسة أجزاره، وكقولك: ثلث مال يعدل أربعة أجزاره، فالمال كله يعدل اثني عشر

1 وجدت، فوجدت [ج] ووجدت [ب]، ع - 2 تركبت، ركبت [ب]، ع، ح / والواحد، فالواحد [ب]، ع، ح - 3 جميع، جماعة [ب]، ع - 4-5 فالواحد... تمام العشرة، ناقصة [أ]، ب، ع، ط، ل - 5 والعشرة، فالمعشرة [ب]، ع [ناقصة [أ]، ط] - 7 بالواحد و ناقصة [ب]، ع، ح، ل / إلى الألف، ناقصة [ب]، ع، ل - 8 المدرك، الدرك [ع] - 9 ووجدت، ثم وجدت [ب]، ع، ل / وللقابلة، ناقصة [ع] - 10 وهي، ناقصة [ب]، ع، ح / جذور، جذوراً [ب]، ع، ح / وأموال وعدد مفرد، وأموالاً وعدد مفرداً [ب]، ع / جذر، جذور [ج] - 12 منها، ناقصة [ب]، ع - 14 كل ما، كلما [أ]، ح - 18 بعضها، بعضه [ب]، ع / كقولك، كقولك [ج] - 21 أجزاره، اجزاء [ب]، ع / خمسة (الأولى)، خمسة أحاد [ج] - 22 وكقولك، وقولك [ج] / أجزاره، اجزاه [ج] / يعدل، ناقصة [ب]، ع / اثني عشر، اثنا عشر [ب]، ع.

جذراً، وهو مائة وأربعة وأربعون، وجذره اثنا عشر، ومثل قولك خمسة أموال تعدل عشرة أجادار، فالمال الواحد يعدل جذرين، وجذر المال اثنان، والمال أربعة. وكذلك ما كثر من الأموال أو قل يرد إلى مال واحد. وكذلك يفعل بما عادلها من الأجادار، يرد إلى مثل ما يرد إليه المال.

- 5 وأما الأموال التي تعدل عدداً، فمثل قولك: مالٌ يعدل / تسعة، فهو ط-١٨ ع-٢ - ظ
المال، وجذره ثلاثة، وكقولك: خمسة أموال تعدل ثمانين، فالمال الواحد
خُمس الثمانين وهو ستة عشر. وكقولك: / نصف مال يعدل ثمانية ١-٢ - ظ
عشر، فالمال يعدل ستة وثلاثين، وجذره ستة.
وكذلك جميع الأموال / زائدتها وناقصها تردّ إلى مال واحد، وإن ح-٢ - ظ
10 كانت أقل من مال، زيد عليها حتى تكمل مالاً تاماً، وكذلك يفعل بما
عادلها من الأعداد.

وأما الجذور التي تعدل العدد، فكقولك: جذرٌ يعدل ثلاثة من العدد،
فالجذر ثلاثة، والمال الذي يكون منه تسعة، وكقولك أربعة أجادار تعدل
عشرين، فالجذر الواحد يعدل خمسة، والمال الذي يكون منه خمسة
15 وعشرون، وكقولك: نصف جذر يعدل عشرة، فالجذر يعدل عشرين،
والمال الذي يكون منه أربعمئة.

1 وجذره اثنا عشر، ناقصة [ب، ع، ح] وجذره اثني عشر [ا، ط] / قولك، ناقصة [ب، ع، ح] موجودة في [ا]، Et sicut si dicas - 3 يرد، ترد [ح] - 4 يفعل، تفعل [ح] / عادلها، عادلها [ح] عادلها [ب، ع] / يرد، ترد [ح] / يرد إلى ... المال، ناقصة [ب، ع، ل] - 5 عدداً، العدد، ثم ألحقت «عدداً» فوقها من نسخة أخرى [ا] / فمثل قولك، ناقصة [ب، ع] موجودة في [ا] / مال، فمال [ب، ع] / تسعة، بتسمه [ب، ع] - 6 فالمال، والمال [ب] - 7 وكقولك، كتب فوقها «وكذلك» من نسخة أخرى [ا] - 8 وجذره ستة، ناقصة [ب، ع، ل] - 9 زائدتها، وابدعها [ب] / ناقصها، ناقصها [ب] / ترد، يرد [ح] - 10-9 وإن كانت ... تاماً، ناقصة [ب، ع، ل] - 10 يتعمل، تفعل [ح] - 12 الجذور التي، الجذر الذي [ب، ع] / العدد، عدداً [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] «العدد» فوقها من نسخة أخرى / ثلاثة، يليه [ب] / من العدد، ناقصة [ب، ع] - 13 ثلاثة، يليه [ب] - 14-15 والمال ... وعشرون، ناقصة [ب، ع، ح، ل].

المقترنات

ووجدت هذه الضروب الثلاثة، التي هي: الجذور والأموال والعدد،
تقترن، فيكون منها ثلاثة أجناس مقترنة وهي: أموال وجذور / تعدل ب- ٦٢- و
عددا، وأموالٌ وعددٌ تعدل جذورا، وجذورٌ وعددٌ تعدل أموالاً.

- 5 فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد، فهو كقولك: مال وعشرة
أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهماً، ومعناه أي مال إذا زدت عليه مثل
عشرة أجذاره، بلغ ذلك كله تسعة وثلاثين.
- ط- ١٩ فبابه: أن تنصف الأجذار، وهي في / هذه المسألة خمسة، فتضربها في
مثلها، فتكون خمسة وعشرين، فتزيدها على التسعة والثلاثين، فتكون
أربعة وستين، فتأخذ جذرها، وهو ثمانية، فتتقص منها نصف الأجذار،
وهو خمسة، فيبقى ثلاثة، فهو جذر المال الذي تريد، والمال تسعة.
- 10 وكذلك لو ذكر مالين أو ثلاثة أو أكثر أو أقل، فاردده إلى مال ح- ٤- و
واحد، واردد ما كان معه من الأجذار والعدد إلى مثل ما رددت إليه المال.
وهو نحو قولك: مالان وعشرة أجذار تعدل ثمانية وأربعين درهماً،
ومعناه أي مالين إذا جمعا وزيد عليهما مثل عشرة أجذار أحدهما، بلغ
15 ذلك ثمانية وأربعين درهماً. فينبغي أن ترد المالين إلى مال واحد؛ وقد
علمت أن مالاً من مالين نصفهما، فاردد كل شيء في المسألة إلى نصفه،

2 التي... والعدد، الجذور والأموال والعدد هي التي [ب، ع] - 3 تقترن، فتتفرق [ب، ع] /
مقترنة، مفترقة [ب، ع] - 4 جذور، جذر [ب، ع] - 5 فلما، فإ، ثم أثبت «ما» في الهامش مع
«صح» [ح] / فهو كقولك، فعل كقولك [أ، ط]، ثم أثبت نسخ [أ] «فهو كقولك» فوقها من
نسخة أخرى - 6 أجذاره، اجذار [ب، ح، ع، ل] / زدت، زيد [ب] - 7 تسعة وثلاثين، ٣٩،
ولن نشير إلى مثلها فيما بعد [ح] / ثلاثين، أضاف فوقها كلمة «درهماً» من نسخة أخرى [أ]
8 - فبابه، فيباه [ب، ع] قياسه [ح] cuius regula est [د] / هذه، ناقصة [ح] - 9 قتريدها،
فردها [ب، ع] وتزدها [ح] - 10 وهو، ناقصة [ب، ع] / فتتقص، ثم تنقص [ب، ع، ل] /
منها، منه [أ، ط] - 11 وهو، وهي [أ، ح] هو [ط] / فهو، وهي [ح] وهو [أ، ط]، ثم كتب نسخ
[أ] فوقها «وهي» من نسخة أخرى - 12 أكثر أو أقل، أقل أو أكثر [أ، ط] / فاردده، فرده [ب،
ع] - 13 واحد، ناقصة [ح] / واردد، ورد [ب، ع] / ما (الأولى)، مكررة [ب] / والعدد،
ناقصة [ح] / المال، المال [ب] - 14 درهماً، من المدة [ح] - 14-16 درهماً... درهماً،
ناقصة [ب، ع] - 16 درهماً، ناقصة [ح] - 17 علمت، علمنا [ب، ع] / مالين، مالين إلى مال
واحد وقد علمنا أن باباً من بابين [ب].

- فكانه قال: مال وخمسة أجزار يعدل أربعة وعشرين درهماً، ومعناه أي مال إذا زدت عليه خمسة أجزاره، بلغ ذلك أربعة وعشرين.
- فُنصِفَ الأجزاء، فتكون الثنن ونصفاً، فاضربها في مثلها، / فتكون ع - ٣ - و ستة وربعاً، فزدها على الأربعة والعشرين، فتكون ثلاثين درهماً وربعاً،
- 5 فخذ / جذرها، وهو خمسة ونصف، فانقص منها نصف الأجزاء، وهو ٣ - ١ - و اثنان ونصف، يبقى ثلاثة وهو جذر المال، والمال تسعة.
- وكذلك لو قال: نصف مال / وخمسة أجزاره تعدل ثمانية وعشرين ب - ٦ - ظ درهماً، فمعنى ذلك أي مال إذا زدت على نصفه مثل خمسة أجزاره بلغ ذلك ثمانية وعشرين درهماً.
- 10 فتريد أن تكمل مالك حتى يبلغ مالاً تاماً، وهو أن يضعفه. فاضعه واضعف كل ما معك بما يعادله، فيكون مالاً وعشرة أجزاره / يعدل ستة ح - ٤ - ظ وخمسين درهماً. فنصِفَ الأجزاء فتكون / خمسة، فاضربها في مثلها ط - ٢٠ - فتكون خمسة وعشرين، فزدها على الستة والخمسين فتكون واحداً وثمانين. فخذ جذرها، وهو تسعة، فانقص منه نصف الأجزاء، وهو خمسة، فيبقى أربعة، وهو جذر المال الذي أردت، والمال ستة عشر ونصفه ثمانية.
- 15

1 يعدل، تعدل [ح] / درهماً، ناقصة [ب، ع، ل] / ومعناه، معناه [ح] - 2 عليه، عليه مثل [ح] / أجزاره، من أجزاره [ب، ع] / ذلك، ناقصة [ب، ع] - 3 فتكون، تكون [ح] / ونصفاً، ونصف [ب] - 4 فزدها، فزده [ب، ع] / الأربعة والعشرين، أربعة وعشرين [ب، ح، ع] / درهماً، ناقصة [ب، ع، ل] - 5 وهو، ناقصة [ح] فيكون [ب، ع] / ونصف، ونصف [ب، ع] - 6-5 منها ... ونصف، منه الأجزاء الثنن ونصف [ح] - 6 يبقى، فيبقى [ب، ع، ل] / وهو، وهي [ح] / جذر المال، جذره [ب، ع] - 7 كذلك، ناقصة [ب، ع، ح، ل] / أجزاره، أجزاء [ب، ع، ح، ل] - 8 درهماً، ناقصة [ب، ح، ل] / فمعنى، ومعنى [ب، ع] / مال، نصف مال [ح] / على نصفه، عليه [ح] / أجزاره، أجزاء المال [ح] - 9 درهماً، ناقصة [ب، ع، ح، ل] - 10 يبلغ، يبلغ به [ع] - 10-11 تاماً ... مالاً، ناقصة [ب، ع] - 11 كل ما، كلما [أ، ط] ما [ح] / مالاً، كتب «مك مال» فوقها مع «صح» [أ] / أجزاره، أجزاء [أ، ح، ط] - 12 درهماً، ناقصة [ب، ع، ح] / فتكون، تكون [أ، ط، ح] / مثلها، نفسها [ح] - 12-13 فاضربها ... خمسة، ناقصة [ب] - 13 فتكون، تكون [أ، ط] / الستة والخمسين، ستة وخمسين [ح] / فتكون، تكون [أ، ط] تكن [ح] - 13-14 واحداً وثمانين، احداً وثمانين [أ، ط] - 14 منه، منها [أ، ط] ثم ألئت ناسخ [أ] فوقها «منه» مع «صح» / وهو، وهي [أ، ح]، ثم كتب ناسخ [أ] «وهو» فوقها من نسخة أخرى - 15 وهو، فهو [ب، ع] وهي [ح] / الذي، التي [ب، ع].

وكذلك فاعمل بجميع ما جاءك من الأموال والجذور وما عادلها من العدد، تصب إن شاء الله.

وأما الأموال والعدد التي تعدل الجذور، فنحو قولك: مال وواحد وعشرون درهماً يعادل عشرة أجذاره، ومعناه أي مال إذا زدت عليه واحداً وعشرين درهماً، كان ما اجتمع مثل عشرة أجذار ذلك المال.

فبابه: أن تنصف الأجزاء فتكون خمسة، فاضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين، فانقص منها الواحد والعشرين التي ذكر أنها مع المال، فيبقى أربعة، فخذ جذرها، وهو اثنان، فانقصه من نصف الأجزاء، وهو خمسة، فيبقى ثلاثة، وهو جذر المال الذي تريده والمال تسعة. وإن شئت فزد الجذر على نصف الأجزاء، فيكون سبعة، وهو جذر المال الذي تريد، والمال تسعة وأربعون.

وإذا وردت عليك مسألة تخرجك إلى هذا الباب، فامتحن صوابها بالزيادة، فإن لم تكن بالزيادة فهي بالنقصان لا محالة. وهذا الباب يعمل بالزيادة / والنقصان جميعاً وليس ذلك في غيره من الأبواب الثلاثة التي ح - ٥ - ٥ ، يحتاج فيها إلى تصنيف / الأجزاء. 15

1 فاعل، فاعله، [أ]، ثم كتب ناسخ [أ] «فاعله» فوقها من نسخة أخرى / جميع، بكل [ب، ج] - ع - 1-2 والجذور ... العدد، وما عادلهما من الجذور والعدد [ب، ج] وما عادلهما من الجذور والعدد هذه المسألة الثانية من المترتبات [ح] *Ex similitur facias de unoquoque censusum, et de eo quod equat ipsam ex radicibus et numeris* ... الله، ناقصة [ب، ج، د، هـ] - 3 التي، الذي [ح] / وواحد، واحد [أ، ط، ح] - 4 وعشرون درهماً، وعشرون من العدد [أ، ط] وأثبت ناسخ [أ] «درهماً» فوق «وعشرون» من نسخة أخرى / أجذاره، أجذار [ب، ج، د، هـ] - 5 درهماً، ناقصة [ب، ج، د، هـ] - 6 فيها: وبينه [ب] فيها [ع] / فتكون (الثانية)، تكون [أ، ط] - 7 منها، ناقصة [ح] / ذكر أنها، ذكرها [ب، ج] - 8 وهو، وهي [أ] - 9 الذي، التي [ع] / تريد: تريد [ب، ج، د، هـ] - 10 فرد: فرد [ح] وكتب ناسخ [أ] «فرد» فوق «فرد» من نسخة أخرى الجذر: ناقصة [ب، ج، د، هـ] / فيكون، فتكون [أ، ح] / وهو، فهو [ب، ج] ويكون [ح] / جذر، جد [ع] - 11 الذي، التي [ح] / تريد، تريد [أ] / تسعة وأربعون، ٤٩ أكثر من ذلك المال [ح] - 12 وإذا، فإذا [أ، ط] / وردت، ورد [ب، ج] - 13 تكن، يكن [ح] / بالزيادة، ناقصة [أ، ح، ط، ل] / يعمل، الواحد يخرجك [ح] تخرج [ب] الواحد يخرج [ع].

واعلم أنك إذا نصفت الأجزاء في هذا الباب وضربتها في / مثلها، ط - ٢١
فكان مبلغ ذلك أقل من الدراهم / التي مع المال، فالمسألة تستحيل، وإن ع - ٣ - ظ
كان مثل الدراهم بعينها فجذر المال مثل نصف الأجزاء سواء، لا زيادة ولا
نقصان.

5 وكل ما أتاك من ماله أو أكثر أو أقل فأردده إلى مال واحد كنحو ما
بيننا لك في الباب الأول.

وأما الجذور / والعدد التي تعدل الأموال، فنحو قولك: ثلاثة أجزاء ١ - ٣ - ظ
وأربعة من العدد تعدل مالا.

فبإيه، أن تنصف الأجزاء فتكون واحداً ونصفاً، فأضربها في مثلها
10 فتكون اثنين وربماً، فزدها على الأربعة فتكون ستة وربماً، فخذ جذرها
وهو اثنان ونصف، فزده على نصف الأجزاء، وهو واحد ونصف، فتكون
أربعة، وهو جذر المال، والمال ستة عشر.

وكل ما كان أكثر من مال أو أقل فأردده إلى مال واحد.
فهذه الستة الضروب التي ذكرتها في صدر كتابي هذا، وقد أتيت على
15 تفسيرها، وأخبرت أن منها ثلاثة ضروب لا تنصف فيها الأجزاء، وقد
بينت قياسها واضطرابها.

فأما ما يحتاج فيه إلى تنصيف الأجزاء من الأبواب الثلاثة الباقية، فقد
وصفته بأبواب / صحيحة، وصيرت لكل باب منها صورة يستدل بها على ح - ٥ - ظ
العلة في التنصيف.

1 وضربتها، فاضربها [ع] - 2 مبلغ، يبلغ [ب، ع] / الدراهم التي كتب فوقها «العدد الذي»
من نسخة أخرى [أ] / تستحيل، مستحيلة [أ، ط]، ثم كتب ناسخ [أ] «تستحيل» فوقها من
نسخة أخرى - 3 كان، كانت [ب، ع] / سواء، ناقصة [ب، ع، ح، د] / زيادة، زبداده [أ] - 5
كل ما، كلما [ح] / أكثر أو أقل، أقل أو أكثر من ذلك [ح] - 6 بينا، بينت، ثم أثبت فوقها
«بيننا» من نسخة أخرى [أ] / لك، ناقصة [ب، ع، ح] - 9 فبإيه، فبإيه [ب، ع] / فتكون،
فيكون [ح] / فأضربها، فأضربه [ب، ع، ح] / مثلها، مثله [ب، ع، ح] - 10 فتكون، يكن [ح]
/ اثنين ... فتكون، أثبتتها في الهامش مع «صح» [ب] / وربماً (الأولى)، ورب [ب] / فزدها،
فزده [ع، ح] كتب ناسخ [أ] «فزده» فوقها من نسخة أخرى / الأربعة، - quattuor drag-
mis [أ] / فتكون، فيكون [ح] - 11 وهو، ناقصة [ح] / اثنان ونصف، اثنين ونصف [ح] - 12
وهو، فهو [ب، ع] - 13 كل ما، كلما [ح] - 14 فهذه، بهذه [ع] وهذه [ح] / هذا، ناقصة [ب،
ع] - 15 وأخبرت، واخترت [ح] / تنصف، ينصف [ح] / الأجزاء، الجذور [ب، ع، ح] - 16
اضطرابها، اضطرابها [ح] - 17 فيه ... الأجزاء، إلى تنصيف الأجزاء فيه [ب، ع] / الأبواب
الثلاثة، الثلاثة الأبواب [أ، ط] - 18 وصفته، وضعت [ب، ع] / بها، منها [أ].

- فأما علة مال وعشرة أجذار تعدل تسعة وثلاثين درهماً :
- فصورة ذلك سطح / مربع مجهول الأضلاع وهو المال الذي تريد أن ط - ٢٢
- تعرفه وتعرف جذره، وهو سطح \overline{AB} ، وكل ضلع من أضلاعه فهو جذره،
وكل ضلع من أضلاعه إذا ضربته في عدد من الأعداد، فما بلغت الأعداد
فهي أعداد جذور، كل جذر مثل جذر ذلك السطح.
- 5 فلما قيل إن مع / المال عشرة أجذاره، أخذنا ربع العشرة، وهو اثنان ب - ٦٣ -
ونصف، وصيرنا كل ربع منها مع ضلع من أضلاع السطح، فصار مع
السطح الأول الذي هو سطح \overline{AB} أربعة سطوح متساوية، طول كل سطح
منها مثل جذر سطح \overline{AB} وعرضه اثنان ونصف، وهي سطوح $\overline{H\Gamma}$ $\overline{K\Lambda}$ $\overline{D\Theta}$ $\overline{E\Phi}$.
10 فحدث سطح متساوي الأضلاع مجهول أيضاً ناقص في زواياه الأربع في
كل زاوية من النقصان اثنان ونصف في اثنين ونصف. فصار الذي يحتاج
إليه من الزيادة حتى يتم تربيع السطح اثنان ونصف في / مثله أربع ع - ٤ - و
مرات، ومبلغ ذلك جميعه خمسة وعشرون.
- وقد علمنا أن السطح الأول، الذي هو سطح المال، والأربعة السطوح
التي حوله وهي عشرة أجذاره هي تسعة وثلاثون من العدد. فإذا زدنا
15 عليها الخمسة والعشرين التي / هي المربعات الأربع، التي هي على زوايا ح - ٦ - و
سطح \overline{AB} ، تمّ تربيع السطح الأعظم، وهو سطح د ه. وقد علمنا أن ذلك
كله أربعة وستون، وأحد أضلاعه جذره وهو ثمانية. / فإذا نقصنا من ٤ - ١ - و
الثمانية مثل ربع العشرة مرتين من طرفي ضلع السطح الأكبر الذي هو

1 فأما، اما [ع] / علة، ناقصة [ب، ع، ح] *causa autem est ut hic* [د] / تعدل، مكورة [ب] /
درهماً، ناقصة [ح] - 2 فصورة، ناقصة [د] / سطح، مسطح [ح] - 4 من أضلاعه، منه [ب،
ع، ح] / إذا، ناقصة [ب، ع] / فما، فلما [ع] - 5 فهي أعداد، فهو عدد [ب، ع] / كل
جذر، ناقصة [ب، ع] - 6 عشرة، مثل عشرة [ح] / أجذاره، اجذار [ب، ع] - 7 وصيرنا،
فصيرنا [ب، ع] / مع، ربع [ح] - 8 سطوح، سطوح [ع] - 9 هي، هو [ب، ع] - 10 ناقص،
سقطت في [ب، ع] / زواياه، زوايا [ح] - 12 يتم تربيع، تم [ب، ع] يتربع [أ، ط]، ثم كتب
ناسخ [أ] « يتم تربيع » فوقها من نسخة أخرى / السطح، سطح [ح] / اثنان ونصف، اثنين
ونصف [ب، ع، ح] - 13 ومبلغ، فمبلغ [ح] ومبلغ [ب] / جميعه، ناقصة [ب] جميع ذلك [ع] -
14 الذي، ناقصة [ب، ع] - 15 التي، التي هي [ح] / وهي، التي هي [ب، ع، ح] / عشرة
أجذاره، العشرة الأجذار [ب، ع] عشرة أجذار [أ، ط] / هي، ناقصة [ح] - 16 الخمسة
والعشرين، كتب فوقها « خمسة وعشرين » [أ] / هي (الثانية)، ناقصة [ب، ع، ح] - 17 تم،
ثم [ب، ح] - 18 وأحد، فاحد [ب، ع] - 19 الأكبر، الاعظم [أ، ط]، ثم كتب ناسخ [أ]
« الأكبر » فوقها من نسخة أخرى.

سطح دة، وهو خمسة، بقي من / ضلعه ثلاثة، وهو مثل ضلع السطح ط - ٢٢ الأول الذي هو سطح آ ب، وهو جذر ذلك المال.

وإنما نصفنا العشرة الأجزاء، وضربناها في مثلها وزدناها على العدد، الذي هو تسعة وثلاثون، ليتم لنا بناء السطح الأعظم بما نقص من زواياه الأربع، لأن كل عدد يضرب ربعه في مثله ثم في أربعة، يكون مثل ضرب نصفه / في مثله. فأستغنيا بضرب نصف الأجزاء في مثلها عن الربع في ب - ٦٤، و مثله ثم في أربعة، وهذه صورته:

د	ح	د
٣	المال	٣
ب	ب	ب
د	ط	د

وله أيضاً صورة أخرى تؤدي إلى هذا: وهو سطح آ ب وهو المال، فأردنا أن نزيد عليه مثل عشرة أجزائه. فنصفنا العشرة، فصارت خمسة، فصيرناها سطحين على جنيتي سطح آ ب، وهما سطحا ج د، فصار طول كل سطح منهما خمسة أذرع، وهو نصف العشرة الأجزاء، وعرضه مثل ضلع سطح آ ب. فبقيت لنا مربعة من زوايا سطح آ ب، وهي خمسة في

1 وهو خمسة، ناقصة [أ] / ضلع، ناقصة [أ] - 1-2 وهو مثل ... آ ب، أثبتنا في الهامش مع «صح أصل» [أ] ناقصة [أ] - 2 سطح، ناقصة [ب]، ع - 3 زدناها، زدنا [ب]، ع - 4 لنا، ناقصة [ح] / بناء، ناقصة [ب]، ع، ح، ل / بما [ح] - 5 ضرب، ناقصة [ب] - 7 ثم ... صورته، ناقصة [ب]، ع، ل / نجد في هامش [ع] «ثم في أربعة» - 8 أيضاً، ناقصة [ب]، ع، ح / وهو (الأولى)، وهي [ط] لم أثبت ناسخ [أ] «هو» فوقها من نسخة أخرى / المال، سطح المال [ب]، ع - 9 فنصفنا، فنصفت [ب]، ع، ح - 10 على [ب]، ع / ج د، الجيم والذال [ب]، ع، ح، ل / فصار، ناقصة [ب]، ع، ح / طول، عرض [ح] - 11-12 منهما ... ضلع سطح آ ب، مثل ضلع سطح آ ب وطوله وهو نصف العشرة [ح] مثل ضلع ألف با وعرضه خمسة وهو نصف العشرة [ب]، ع [sit equalis lateri superficiei ab, et latitudo eius] 12 من [ب]، ع / زوايا، ناقصة [ب]، ع / زوايا سطح، سطح زوايا [ح] / وهي [ب]، ع.

خمسـة، / وهي نصف العشرة الأجزاء التي زدناها على جنبتي السطح ح - ٦ - ٥ :
 الأول. فملعنا أن السطح الأول هو المال وأن السطحين اللذين على جنبتيه
 هما عشرة أجزاء، فذلك كله تسعة وثلاثون، وبقي إلى تمام السطح
 الأعظم / مربعة خمسة في خمسة، فذلك خمسة وعشرون، فزدناها على ع - ٤ - ٥ :
 تسعة وثلاثين ليتم لنا السطح الأعظم الذي هو سطح د ه، فبلغ ذلك كله
 أربعة وستين، فأخذنا جذرها، وهو ثمانية، وهو أحد أضلاع السطح
 الأعظم، فإذا نقصنا منه مثل ما زدنا عليه، وهو خمسة، بقي ثلاثة، فهو
 ضلع سطح آ ب، الذي هو المال، وهو جذره، والمال تسعة، وهذه صورته :

<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> د ا </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> ج ب </div>	المال
٢٥	ن

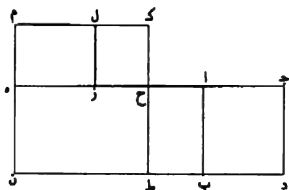
وأما مال واحد وعشرون درهماً تعدل عشرة أجزاءه،
 10 فلما نجعل المال سطحاً / مربعاً مجهول الأضلاع، وهو سطح آ د، ثم ط - ٢٤ :
 نضم إليه سطحاً متوازي الأضلاع عرضه / مثل أحد أضلاع سطح آ د، ١ - ٤ - ٥ :
 وهو ضلع ه ن، والسطح ه ب، فصار طول السطحين جميعاً ضلع ج ه. وقد

1 وهي، وهو إ ب، ع / زدناها، زدنا إ ب، ع / جنبتي، جنبتي، ح - 2 هو، وهو ع /
 اللذين، اللذين إ ب / جنبتيه، جنبتي ع / جنبته إ ب - 3 أجزاء، أجزاء إ، ع. ط / فذلك
 كله، كتب ناسخ إ فوقها «جميع ذلك» من نسخة أخرى - 4 الأعظم، الأعظم الذي هو سطح
 د ه، إ ب، ع / مربعة، بمربعه إ ب / فذلك، وذلك إ ب، ع - 5 ليتم لنا، ليتم إ ب، ع كتب ناسخ إ
 «ليتم لنا»، ثم ضرب بالقلم على «لنا» وكتب فوقها «لان يتم» من نسخة أخرى / الذي
 ... د ه، ناقصة إ ب، ع، ل / فبلغ، مبلغ إ ب / كله، ناقصة إ ب - 6 وستين، وستون إ ب /
 فأخذنا، فخذ إ ب، ع، ل / فأخذنا جذرها، فجزرها إ ب / وهو (الثانية)، فهو إ ب، ع - 7 - 6
 وهو (الأولى) ... الأعظم، هو أحد أضلاع السطح الأعظم وهو ثمانية، ح، ل - 7 مثل، ناقصة
 إ ب، ع / ما، كتب ناسخ إ فوقها «الذي» من نسخة أخرى / فهو، وهو إ، ط - 8 جذره،
 جذرها إ ب / والمال، مكررة إ ب / وهذه صورته، ناقصة إ ب، ل / نجدها أمام الشكل، ص - ٢ - ٥
 [ع] - 9 درهماً، ناقصة إ ب، ع، ح، ل / أجزاءه، أجزاء إ ب، ع - 10 آ د، آ ب، ح، ل - 10 - 11
 ثم نضم، ونضم إ ب ونضم [ع] - 11 نضم، نضم إ ب / سطح، ناقصة إ ب، ع - 12 ه ن، ما
 زاي إ ب، ع [د] / ج ه، ج ه إ ب، ع.

- علمنا أن طوله عشرة من العدد، لأن كل سطح مربع / متساوي الأضلاع ب-٦-ط والزوايا، فإن أحد أضلاعه مضروباً في واحد جذر ذلك السطح، وفي اثنين جذراه، فلما قال: مآل واحد وعشرون تعدل عشرة أجزائه، علمنا أن طول ضلع / هـ عشرة من العدد، لأن ضلع جـ جذر المال. قسمنا ح-٧-و 5 ضلع جـ هـ بنصفين على نقطة ح، وأخرجناه إلى نقطة ط، فتبين لنا أن خط هـ ح مثل خط ح ج، وقد تبين لنا أن خط ح ط مثل خط ج د. فزدنا على خط ح ط، على استقامته، مثل فضل ج ح على ح ط، ليربع السطح، فصار خط ط ك مثل خط ك م، وحدث سطح مربع متساوي الأضلاع والزوايا، وهو سطح م ط، وقد كان تبين لنا أن خط ط ك خمسة، وأضلاعه مثله، فسطحه إذا خمسة وعشرون، وهو ما اجتمع من ضرب نصف الأجزاء في مثلها، وهو خمسة في خمسة يكون خمسة وعشرين. وقد كان تبين لنا أن سطح هـ ب هو الواحد والعشرون، التي زهدت على المال، فقطعتنا من سطح هـ ب بخط ط ك الذي هو أحد أضلاع سطح م ط <سطح هـ ط>، بقي سطح ط آ، وأخذنا من خط ك م خط ك ل، وهو مثل خط ح ك، فتبين لنا أن خط ط ح مثل خط م ل، وفضل من خط م ك 15 خط ل ك، وهو مثل خط ك ح. فصار سطح م ز مثل سطح ط آ، / فتبين ح-٧-ط لنا أن سطح هـ ط مزيداً عليه سطح م ز مثل سطح هـ ب وهو واحد /

2 جذر ذلك السطح، كتب ناسخ [أ] فوقها «جذره» من نسخة أخرى - 3 جذراه: جذراه [ب] / واحد، وواحد [ب، ع] / عشرون، عشرون درهما [ب] / أجزائه، اجزاء [ب، ع، ح] - 4 ضلع، ناقصة [ب، ع] / من العدد: اعداد [أ، ط] ناقصة [ب، ع] - 5 بنصفين: نصفين [ب، ع، ط] / وأخرجناه ... ط، ناقصة [أ، ب، ع، ط، ل] / فتبين [ط] - 6 هـ ح، حاها [ب] / وقد، وقد كان [ح] / خط (الثانية والثالثة)، ناقصة [ب، ع] - 7 على استقامته، ناقصة [ب، ع، ل] / على استقامته ... على ح ط، مثل فضل ج ح على خط ح ط على استقامته مثل فضل ج ح على ح ط وكذلك فنزد على خط ن هـ فيكون خط نون ميم وفضل م ك [ح] / فضل ... ح ط، خط ألف ح وهو [ب، ع] / ليربع، ليربع [ب، ع، ح] - 8 وحدث، وحدث [ح] - 8-9 متساوي الأضلاع والزوايا، ناقصة [ب، ع، ل] - 9 لنا، ناقصة [ح] - 9-10 وقد ... وعشرون: ناقصة [ب، ع، ل] - 10 أضلاعه: أضلاعه سطحه [ح] / وهو: هو [ح] - 12 كان: ناقصة [ب، ع] / زهدت، زدت [ب، ع] - 13 فقطعتنا: انظر التعليق رقم [١] / بخط، على خط [ب، ع] - 14 بقي: ناقصة [ب، ع] - 14-15 وأخذنا ... خط ح ك: ناقصة [ب، ع] - 15 فتبين، وتبين [ع] / ط ح، كاف ط [ب، ع] / م ل، ميم كاف [ب، ع] / وفضل، وفضل [ب، ع] - 16 خط (الأولى): ناقصة [ب، ع] / م ز: ميم نون [ب، ع] / ط آ، ألف ط [ب، ع] / ألف [ب، ع] / فتبين: فتبين [ط] - 17 سطح (الأولى): ناقصة [ح] / م ز: ميم نون [ب، ع] / واحد، أحد [ب، ع].

وعشرون. وقد كان سطح م ط خمسة وعشرين؛ فلما نقصنا من سطح ع - ه - و م ط سطح ه ط و سطح م ز اللذين هما واحد وعشرون، بقي لنا سطح صغير، وهو سطح ز ك، وهو فضل ما بين خمسة وعشرين وواحد وعشرين، وهو أربعة، وجذرها خط ز ح وهو مثل خط ح آ، وهو اثنان. 5
فإن نقصتهما من خط ح ج الذي هو نصف الأجزاء بقي خط آ ج وهو ٢٥ - ٢٠
ثلاثة وهو جذر / المال الأول. فلإن زدته على خط ج ح، الذي هو نصف ١٥ - ١٠
الأجزاء بلغ ذلك سبعة، وهو خط ز ج، ويكون جذر مال أكثر من هذا المال، إذا زدت عليه واحداً وعشرين، صار ذلك مثل عشرة أجزاء، وهذه صورته:



10 وذلك ما أردنا أن نبين /

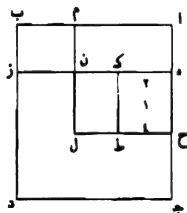
وأما ثلاثة أجزاء وأربعة من العدد تعدل مالاً؛
فلإن نجعل المال سطحاً مربعاً مجهول الأضلاع، متساوي الأضلاع /
والزوايا، وهو سطح آ د. فهذا السطح / كله يجمع الثلاثة الأجزاء ٨ - ٥
والأربعة التي ذكرناها. وكل سطح مربع فإن أحد أضلاعه في واحد جذره،

2 م ز، م ن، ب، ع / هما؛ هما سطح [ح] - 3 سطح؛ ناقصة [ح] / ز ك، ن ك، ب، ع /
وهو، وقد [ح] / وواحد، واحد، ب، ع - 4 ز ح، نون ح، ب، ع / اثنان؛ ح [ح] - 5 فإن؛
فاذا [ح] / نقصتهما، انقصتهما [ح] نقصهما [ب] - 6 جذر، مكررة [ب، ع] / المال، ذلك المال
[ب، ع] / فإثنان، وإن [ب، ح، ع] / ج ح، ح، ب، ع - 7 ز ج، نون جيم، ب، ع /
ويكون، فيكون [ح] / مال، المال [ب، ع] / أكثر، أكبر [ح] - 8 إذا، إذا كان [ع] / ذلك،
ناقصة [ب، ع، ح] - 10 وذلك... نبين، ناقصة [ب، ع] - 11 وأما، ناقصة [ب، ع] / ثلاثة، قوله
نله [ع] قوله يليه [ب] قوله ثلاثة [ح] / من العدد؛ ناقصة [ب، ع، ل] في [ل]، درهماً - 12
الأضلاع؛ ناقصة [ب، ع] - 13 والزوايا، الزوايا [ب، ع] - 14 ذكرناها، ذكر [ب، ع] ذكرنا
[ح].

فقطعنا من سطح $\overline{آد}$ سطح $\overline{هـ د}$ ، وجعلنا أحد أضلاعه الذي هو $\overline{هـ ج}$ ثلاثة،
 التي هي عدد الأجزاء، وهي مثل $\overline{ز د}$. فتبين لنا أن سطح $\overline{هـ ب}$ هو الأربعة
 المزددة على الأجزاء. فقطعنا ضلع $\overline{هـ ج}$ - الذي هو ثلاثة أجزاء - بنصفين
 على نقطة $\overline{ح}$. ثم جعلنا منه سطحاً مربعاً، وهو سطح $\overline{هـ ط}$ ، وهو ما كان
 5 من ضرب نصف الأجزاء - الذي هو واحد ونصف - في مثله، وهو اثنان
 وربع. ثم زدنا في خط $\overline{ح ط}$ مثل خط $\overline{آه}$ ، وهو خط $\overline{ط ل}$. فصار خط $\overline{ح ل}$
 مثل خط $\overline{آح}$ ، وخط $\overline{ك ن}$ مثل خط $\overline{ط ل}$. وحدث سطح مربع متساوي
 الأضلاع والزوايا وهو سطح $\overline{ح م}$. وقد تبين لنا أن خط $\overline{آج}$ مثل خط $\overline{ع هـ - د}$
 $\overline{هـ ز}$ ، وخط $\overline{آح}$ مثل خط $\overline{هـ ن}$ ، فبقي خط $\overline{ح ج}$ مثل خط $\overline{ن ز}$ ، وخط $\overline{م ن}$
 10 مثل خط $\overline{ط ل}$ ، فيفضل من سطح $\overline{هـ ب}$ مثل سطح $\overline{ك ل}$. وقد علمنا أن
 سطح $\overline{آز}$ هو الأربعة / الزائدة على الثلاثة الأجزاء. فصار سطح $\overline{آ ن}$ ب - ٦٥ - ط
 وسطح $\overline{ك ل}$ مثل سطح $\overline{آز}$ ، الذي هو الأربعة العدد. فتبين لنا أن سطح
 $\overline{ح م}$ هو نصف الأجزاء - الذي هو واحد ونصف - في مثله، وهو اثنان
 وربع، وزيادة الأربعة، التي هي سطح $\overline{آ ن}$ وسطح $\overline{ك ل}$. وقد بقي لنا من

١ وجعلنا، فجعلنا $\overline{أ ط} / \overline{هـ ج} \cdot \overline{د آ} / \overline{ح ل}$ ثلاثة، ثلثه $\overline{أ هـ}$ ، ثم كتب فوقها «الثلاثة» من
 نسخة أخرى 2 - $\overline{ز د} \cdot \overline{ح د} / \overline{ح ل}$ 3 - على $\overline{أ هـ}$ ٢ $\overline{ح ل}$ / فقطعنا، فنصفنا $\overline{أ ب}$ ، ع، ع / ضلع،
 ضلعي $\overline{أ ب}$ ، ع / $\overline{هـ ج} \cdot \overline{هـ ب} / \overline{ح ل}$ / ثلاثة، ضلع ثلاثة $\overline{ح ل}$ يليه $\overline{أ ب}$ / بنصفين، نصفين $\overline{أ ب}$ ، ط،
 ع - 4 - منه: ناقصة $\overline{أ ب}$ ، ع، كتب ناسخ $\overline{أ هـ}$ فوقها «فيه» من نسخة أخرى / ما كان ناقصة
 $\overline{أ ب}$ ، ع - 6 - خط $\overline{آه}$ وهو ناقصة $\overline{أ ب}$ / $\overline{ط ل}$ ، $\overline{ط ل}$ وقلل $\overline{ل م}$ $\overline{ح ل}$ - 7 - وخط ... $\overline{ط ل}$ ناقصة
 $\overline{أ ب}$ ، ع، ل / $\overline{ك ن}$ ، $\overline{م ب}$ $\overline{ح ل}$ / وحدث، فعدب $\overline{ح ل}$ / متساوي، مستوي $\overline{ح ل}$ - 8 - 7 - متساوي
 الأضلاع والزوايا، ناقصة $\overline{أ ب}$ ، ع، ل - 8 - $\overline{آ ج} \cdot \overline{آ ح} / \overline{ح ل}$ - 9 - $\overline{ز م}$ ، $\overline{ل آ}$ ، ح، ط /
 $\overline{هـ ن}$ ، $\overline{ح ل}$ ، ط / فبقي، فبقي $\overline{أ ب}$ ، ع - 9 - (إلى ص. 121 سطر 3) وخط $\overline{آ ح}$... وزدنا
 عليه، نجد في المخطوطة $\overline{ح ل}$ النص التالي بدلاً من النص المقتطع: «فأقول أن خط $\overline{آ م}$ مثل خط
 $\overline{ح ل}$ وخط $\overline{آ ح}$ مساو لخط $\overline{م ل}$ وكذلك خط $\overline{آه}$ أيضاً مساو لخط $\overline{م ن}$ فخط $\overline{م ن}$ مساو لخط $\overline{ط ل}$
 و $\overline{و ج}$ واحد ونصف مثل خط $\overline{ح ط}$ وهو واحد ونصف فخط $\overline{هـ ن}$ مثل خط $\overline{ح ل}$ وسطح $\overline{م هـ}$ و $\overline{ك ل}$
 وذلك أن خط $\overline{ن ل}$ مثل خط $\overline{ط ك}$ وخط $\overline{م ن}$ مثل خط $\overline{ن ل}$ فصار (٨ - ط) سطح $\overline{م هـ}$ مثل سطح
 $\overline{ك ل}$ مثل سطح $\overline{آ ج}$ فعلمنا أن سطح $\overline{ان}$ وسطح $\overline{ك ل}$ هي الأربعة المزددة فإذا زدنا عليها سطح
 $\overline{هـ ط}$ وهو اثنان وربع صار سطح $\overline{ح م}$ ستة وربما فإخذنا جذره وهو اثنان ونصف وهو أحد
 أضلاعه وزدنا عليه - 10 فيفضل من، فصار $\overline{أ ب}$ ، ع / $\overline{هـ ب}$ ، سيم زاي $\overline{أ ب}$ ، ع / نجد في
 الترجمة اللاتينية، *ad superficiem igitur m fit equalis superficiei*، فيكون الأصل
 العربي «فصار سطح $\overline{م ز}$ مساوياً لسطح $\overline{ك ل}$ ». وهو ما كان في أصول مخطوطني $\overline{أ ب}$ ، ع / على
 ما يبدو - 11 - هو، هي $\overline{أ ب}$ ، ع / الزائدة، المزددة $\overline{أ ب}$ ، ع - 12 العدد ناقصة $\overline{أ ب}$ ، ع / أن،
 ناقصة $\overline{ع}$.

ضلع المربعة الأولى، التي هي سطح $\overline{آد}$ ، وهو المال كله، نصف الأجزاء - وهو واحد ونصف - وهو خط $\overline{ح ج}$. فإذا زدناه على خط $\overline{آح}$ ، الذي هو جذر سطح $\overline{ح م}$ (وهو) اثنان / ونصف، وزدنا عليه خط $\overline{ح ج}$ ، الذي هو $\overline{٢٧-٢٨}$ نصف الثلاثة الأجزاء، وهو واحد ونصف، فبلغ ذلك كله أربعة وهو خط $\overline{آج}$ ، وهو جذر المال الذي هو سطح $\overline{آد}$ ، وذلك ما أردنا أن نبين. وهذه صورته،



ووجدنا كل ما يعمل به من حساب الجبر والمقابلة، لا بد أن يخرجك إلى أحد الأبواب الستة التي وصفت في صدر كتابي هذا. وقد أتيت على تفسيرها فاعرف ذلك.

١ الأولى، الأولى [أ]، ط / هي، هو [ع] / وهو، وهي [ب، ع] - 2 زدناه، زدنا [ب، ع] - 3 $\overline{ح م}$ ، ح م هو ما اجتمع لنا من ضرب نصف الأجزاء في مثله وزيادة (وردناه [ع] الأربعة التي ذكرنا وذلك ستة وربع أخذنا جذره وهو [ب، ع] - 3 $\overline{ح ج}$ ، ح - 4 فبلغ، بلغ [ب، ح، ع] / كله، ناقصة [ح] - 5 $\overline{آ ج}$ ، آ - 6-5 وذلك ... صورته، وهذه صورته وذلك ما أردنا أن نبين [أ]، ط / وهذه صورته، ناقصة [ب، ع، ل] - 7 ووجدنا، ووجدت [ح، ع] واحد [ب] / كل ما، كلما [ح] / به، ناقصة [ب، ع] / من، ناقصة [ب] / حساب، الحساب [ب، ح، ع] / الجبر، بالجبر [ب، ح] / أن، من أن [ب، ع] - 8 صدر، ناقصة [أ]، ط - 8-9 وقد ... ذلك، ناقصة [ب، ح، ع، ل].

باب الضرب

وأنا مخبرك كيف تضرب الأشياء / وهي الجذور بعضها في بعض، إذا ١-٥-٥ ط
كانت منفردة، أو كان معها عدد، أو كان مستثنى منها عدد، أو كانت
مستثناة من عدد، وكيف تجمع بعضها إلى بعض، وكيف تنقص بعضها من
بعض. 5

اعلم أنه لا بد لكل عدد / يضرب في عدد من أن / يضاعف أحد ١-٦-٦ و
العدد ين بقدر ما في الآخر من الأحاد.

فإذا كانت عقوداً ومعها أحاد أو مستثنى منها / أحاد، فلا بد من ١-٦-٦ و
ضربها أربع مرات: العقود في العقود، والعقود في الأحاد، والأحاد في
العقود، والأحاد في الأحاد. فإذا كانت الأحاد التي مع العقود زائدة
جميعاً، فالضرب الرابع زائد، وإذا كانت ناقصة جميعاً فالضرب الرابع
زائد أيضاً. وإذا كان أحدهما زائداً والآخر ناقصاً فالضرب الرابع ناقص.

وهو مثل عشرة وواحد في عشرة واثنين: فالعشرة في العشرة مائة،
والواحد في العشرة عشرة زائدة، والاثنتان في العشرة عشرون زائدة،
والواحد في الاثنتين اثنتان زائدان. فذلك كله مائة واثنان وثلاثون. وإذا
كانت عشرة إلا واحداً في عشرة إلا واحداً: فالعشرة في العشرة مائة،

والواحد / الناقص في العشرة عشرة ناقصة، والواحد الناقص أيضاً في ١-٦-٦ و
العشرة عشرة ناقصة، فذلك ثمانون. والواحد الناقص في الواحد الناقص
واحد زائد، فذلك أحد وثمانون. وإذا كانت عشرة واثنان في عشرة إلا

1 باب: ناقصة [ب، ع] / الضرب: ناقصة [ب] - 3 أو كان (الأولى)، وإذا كان [ب، ح، ع] /
مستثنى، مستثنى [ح] - 6 اعلم، ناقصة [ب] - 6-7 أحد العددين، أحدهما [ح، ع] - 7
العددين، ناقصة [ب] / بقدر، بعدد [ب، ع] - 8 عقود: عقود [أ، ط] / مستثنى، مستثنى [أ]
مستثنى [ح] / منها، منهما [ح] - 9 العقود في الأحاد، الأحاد في العقود [ب، ح، ع] - 10
والأحاد، والأحاد أيضاً [ح] - 10-9 الأحاد في العقود، العقود في الأحاد [ب، ع] - 11 زائد،
زائداً [ح] - 12 زائد، زائداً [ح] / أيضاً: ناقصة [ب، ح، ع] / زائداً والآخر ناقصاً: ناقصاً
والآخر زائداً [ح] - 14 عشرة، وعشرة [ع] / عشرون، وعشرون [ع] - 15 الواحد في الاثنتين:
الاثنتان في الواحد [ب، ع] - 16 فالعشرة: مكررة [ب] - 17 العشرة: عشرة [ح] - 18 في
الواحد الناقص: سقطت في [ب] - 19 أحد: واحد [ب، ع].

واحدًا، فالعشرة في العشرة مائة، والواحد الناقص في العشرة عشرة ناقصة، والاثنان الزائدان في العشرة عشرون زائدة، فذلك مائة وعشرة، والاثنان الزائدان في الواحد المنقوص اثنان ناقصان، فذلك كله مائة وثمانية.

5 وإنما / يَبْتَن هذا لتستدل به على ضرب الأشياء بعضها في بعض إذا ح - ٩ - ط كان معها عددٌ أو استثنيت من عدد أو استثنى منها عدد.

فإذا قيل لك 'عشرة إلا شيئاً، ومعنى الشيء الجذر، في عشرة، فاضرب عشرة في عشرة يكون مائة، وإلا شيئاً في عشرة يكون عشرة أجزار ناقصة، فنقول: مائة إلا عشرة أشياء.

10 فإن قال: / عشرة وشيء، في عشرة، ضربت عشرة في عشرة يكون ب - ٦٦ - ط مائة، وشيئاً في عشرة / عشرة أشياء زائدة، فتكون مائة وعشرة أشياء. ع - ١ - ط

وإن قال: عشرة وشيء، في مثلها، قلت عشرة في عشرة مائة، وعشرة في شيء عشرة أشياء، وعشرة في شيء عشرة أشياء أيضاً، وشيء في شيء مال زائد، فيكون / ذلك مائة درهم وعشرين شيئاً ومالاً زائداً. و - ١ - ١

15 وإن قال: عشرة إلا شيئاً في عشرة إلا شيئاً، قلت عشرة في عشرة مائة، وإلا شيئاً في عشرة عشرة أشياء ناقصة، وإلا شيئاً في عشرة عشرة أشياء ناقصة، وإلا شيئاً في إلا شيئاً مال زائد، فيكون ذلك مائة ومالاً إلا عشرين شيئاً.

1 الناقص، المنقوص [ب، ع] الناقص المنقوص [ح] / عشرة: يكون عشرة [ح] - 2 الزائدان، الزايدة [ع] / فذلك، وذلك [ح] - 3 المنقوص اثنان، الناقص اثنين [ح] / ناقصان، منقوصان [ب، ع] / كله، ناقصة [ب، ح، ع] - 6 أو استثنيت، واستثنيت [ح] / أو استثنيت من عدد، ناقصة [ب، ع] - 7 معنى، معنى ذلك [ح] - 8 يكون (الأولى والثانية): ناقصة [ب، ع] - 9 ناقصة، كتب ناسخ [أ] فوقها «منقوصة» من نسخة أخرى / فنقول، فبعد [ط] - 10 فإن، وإن [ب، ع] / قال، مال [ب] / ضربت، فاضرب [أ، ط] / يكون، ناقصة [ب، ح، ع] - 11 شيئاً، هي [ب، ع] / عشرة (الثانية): ناقصة [ب] بعشرة [أ، ط]، ثم كتب الناسخ [أ] فوقها «عشرة» من نسخة أخرى / فتكون، تكون [أ، ط] - 12 وإن، فإن [ح] / قال، مال [ب] - 13 عشرة (الأولى والثالثة): بعشرة [أ، ط] كتب ناسخ [أ] فوقها «بعشرة» من نسخة أخرى / أشياء (الأولى)، أشياء زائدة [ح] / أيضاً، أيضاً زائدة [ح] ناقصة [ب، ع] - 14 ذلك: ناقصة [ب، ع] / درهم، ناقصة [ب، ح، ع] / عشرين، عشرون [ح] - 15 وإن، فإن [ح] - 16 بمائة، مائة [ب، ح، ع] / ناقصة، منقوصة [ب، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «منقوصة» من نسخة أخرى - 17 ناقصة، منقوصة [ب، ع] ناقصة أيضاً [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «منقوصة» من نسخة أخرى / وإلا شيئاً في إلا شيئاً، وشيء في شيء [ب، ع] / مال، مال [ح].

وكذلك / لو أنه قال لك: درهم إلا سدساً في درهم إلا سدساً، يكون ط - ١٩
خمس أسداس في مثلها، وهي خمسة وعشرون جزءاً من ستة وثلاثين
جزءاً من درهم، وهو ثلثان وسدس السدس. وقياسه أن تضرب درهماً
في درهم فيكون درهماً، / والا سدساً في درهم بسدس ناقص، والا ح - ١٠ - و
سدساً في درهم بسدس ناقص، فيبقى ثلثا درهم، والا سدساً في إلا
سدساً بسدس السدس زائداً، فذلك ثلثان وسدس السدس.

وإن قال: عشرة إلا شيئاً في عشرة وشي، قلت عشرة في عشرة
مائة، والا شيئاً في عشرة عشرة أشياء ناقصة، وشي في عشرة عشرة
أشياء زائدة، والا شيئاً في شي مال ناقص، فيكون ذلك مائة درهم إلا
مالاً.

وإن قال: عشرة إلا شيئاً في شي، قلت عشرة في شي عشرة أشياء،
والا شيئاً في شي مال ناقص، فيكون عشرة أشياء إلا مالاً.
وإن قال: عشرة وشي في شي، إلا عشرة، قلت: شي في عشرة
عشرة أشياء زائدة، وشي في شي مال زائد، والا عشرة في عشرة مائة
درهم ناقصة، والا عشرة في شي عشرة أشياء ناقصة. فنقول: مال إلا

1 أنه ناقصة [ب، ح، ع] / لك ناقصة [ب، ح، ع] / في درهم إلا سدساً ناقصة [ح] /
يكون، يكون ذلك [ب، ح، ع] - 2 ومي وهو [أ، ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «ومي» من نسخة
أخرى / عشرون، عشرون [ط] - 3 جزءاً من درهم، من أجزاء الدرهم [ط] كتب ناسخ [أ]
فوقها: «من أجزاء الدرهم» من نسخة أخرى / وقياسه، قياسه [ع] ناقصة وترك فراغاً لها [ب]
- 4 بسدس، سدس [ب، ع] فسدس [ح] - 5 بسدس، فسدس [ح] سدس [ب، ع] / ناقص،
ناقص أيضاً [ح] / فيبقى، فيبقى [ع] / ثلثا، ثلثان [أ، ط] / درهم، ناقصة [أ، ح، ط] / والا
سدساً، وسدس [ب، ع] - 6-5 في إلا سدساً، في سدس [أ، ب، ط، ع] في إلا سدس [ح] - 6
بسدس، فسدس [ح] / السدس، سدس [ب، ع] / زائد، زائد [ب، ح، ع] / فذلك، وذلك [أ،
ب، ع، ط] / السدس، والسدس ثم درهم في إلا سدساً بسدس ناقص ثم درهم في إلا
سدساً بسدس ناقص فيكون ثلثي درهم والا سدساً في إلا سدس بسدس السدس زائد فذلك
للثان وسدس السدس، [أ، ط]؛ وهذه الفقرة تشابه الفقرة السابقة ولكن أعدادها ناسخ [أ] بعد
التصحيح - 7 وإن، فإن [ح] - 8 مائة، مائة [أ، ح، ط] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «مائة» من
نسخة أخرى / شيئاً، شي [ب، ع] / ناقصة، منقوصة [ب، ع] - 9 شيئاً، شي [ب، ع] / مال،
مكررة [ب] / ذلك، لك [ط] - 9-12 فيكون ... ناقص، ناقصة [ب] - 10 مالاً، مال [ح] - 12
شيئاً، شي [ع] / فيكون، فذلك [ح] فيكون ذلك [ب، ع] / مالاً، مال [ح] مالاً ناقص [ب، ع] -
13 قال، قال لك [ب، ع] - 14 زائدة، ناقصة [ب، ح، ع، ل] / زائد، ناقصة [ب، ع، ل] - 15
درهم، ناقصة [ب، ع] / عشرة (الثانية): بعشرة [أ، ط] / فنقول، فنقول [ط] فيكون [ب، ع] /
مال: مالا [ب، ع].

- مائة درهم بعد أن قابلت به، وذلك أن تطرح عشرة أشياء، زائدة بعشرة أشياء ناقصة. / فيبقى مال إلا مائة درهم.
- ع-٧-و
ب-٦٧-و
5
أشياء، قلت: نصف درهم في عشرة خمسة دراهم زائدة، ونصف درهم في نصف شيء ربع شيء زائد، وإلا خمسة أشياء في عشرة دراهم خمسون جذراً ناقصة. فيكون / جميع ذلك خمسة دراهم إلا تسعة ح-١٠-ط
وأربعين جذراً / وثلاثة أرباع جذر. ثم تضرب خمسة أجزار ناقصة في ط-٢٠
نصف جذر زائد، فيكون مائة ونصف ناقصاً. فذلك خمسة دراهم إلا مائة ونصف وإلا تسعة وأربعين جذراً وثلاثة أرباع جذر.
- 10
وإن قال: عشرة وشيء في شيء، إلا عشرة، فكأنه: قال شيء، وعشرة / في شيء، إلا عشرة. فتقول شيء في شيء، مال زائد، وعشرة في شيء. ط-٦١-ط
عشرة أشياء زائدة، وإلا عشرة في شيء، عشرة أشياء ناقصة. فذهبت الزيادة بالنقصان، وبقي المال، وإلا عشرة في عشرة مائة منقوصة من المال، فجميع ذلك مال إلا مائة درهم.

- 15
وكل ما كان من الضرب زائداً وناقصاً مثل الأشياء في زيادة شيء، فالضرب الأخير ناقص أبداً.

1 درهم، سقطت في [ب، ع] / أن (الأولى)، اد [ح] ما [ط] كتب ناسخ [١] فوقها «ما» من نسخة أخرى / أن (الثانية)، انك [ب، ع، ح] / تطرح، تصرح [١] - 2-1 زائدة ... ناقصة، ناقصة بعشرة أشياء، زائدة [ب، ح، ع] - 2 فيبقى، ويبقى [ب، ع] يبقى [ح] - 3 وإن، فإن [ب، ح، ع] / دراهم، سقطت في [ب، ع] - 4 عشرة، عشرة دراهم [ح] / خمسة، بخمسة [أ، ط] / زائدة، سقطت في [ب، ح، ع، د] - 5 ربع، ربع [أ، ح، ط] - 6 خمسون، بخمسين [ح] / ناقصة، ناقصاً [ب، ع] / جميع، سقطت في [ب، ع] - 7 جذراً، جذراً (فيثا) [ط] كتب ناسخ [١] جذراً «ثم كتب فوقها «فيثا» / خمسة، الا خمسة [ع] / ناقصة، سقطت في [ب، ح، ع] - 8 زائد، سقطت في [ب، ح، ع] / فيكون، سقطت في [ح] / مائة، مائة [ح] / ونصف ناقصاً، ونصف ناقص [ح] - 9 نصفاً، نصف [ح] - 10 وإن، فإن [أ، ط] / فكأنه، مكورة [ب] - 11 إلا عشرة، الا عشرة في شيء [ب] / زائد، سقطت في [ب، ح، ع، د] - 13 إلا، سقطت في [ب] / منقوصة، ناقصة [ح] - 13-14 والا ... درهم، أختبأ في الهامش مع «صح» [ع] - 14 فجميع، فيصير [ب، ع] Et omne quod [أ] / مال، مالا [ب، ع] - 15 كل ما، كلما [ح] / وناقصاً، او ناقصاً [ح] / الأشياء، الا شيء [ح] - 16 الأخير، الآخر [ح، ع] / أبداً، كتب بعدها «فاعلم ذلك وبالله التوفيق» [أ، ط].

باب الجمع والنقصان

- اعلم أن جذر مائتين إلا عشرة مجموعاً إلى عشرين إلا جذر مائتين فإنه عشرة سواء .
- 5 وجذر مائتين إلا عشرة منقوصاً من عشرين إلا جذر مائتين، فهو ثلاثون إلا جذري مائتين؛ وجذرا مائتين هو جذر ثمانمائة .
- ومائة ومال إلا عشرين جذراً مجموعاً إليه خمسون وعشرة أجزار إلا مالن، فهو مائة وخمسون إلا مالاً وإلا عشرة أجزار .
- ومائة ومال إلا عشرين جذراً منقوصاً منه خمسون وعشرة أجزار إلا مالن، فهو خمسون درهماً وثلاثة أموال إلا ثلاثين جذراً .
- 10 وأنا مبين لك علة ذلك في صورة تؤدي / إلى الطلب، إن شاء الله ح - ١١ - و تعالى .
- واعلم أن جذر كل مال، معلوم أو أصم، تريد أن تضعفه، ومعنى إضعافك إياه أن تضربه في اثنين، فينبغي / أن تضرب اثنين في اثنين ثم ٢١ - ط
- في المال. فيصير جذر ما اجتمع مثلي جذر ذلك المال .
- 15 وإن أردت / ثلاثة أمثاله، فاضرب ثلاثة في ثلاثة ثم في المال، فيكون ب - ٦٧ - ط
- جذر ما اجتمع ثلاثة أمثال جذر ذلك / المال الأول. وكذلك ما زاد من ع - ٧ - ط
- الأضعاف أو نقص، فعلى هذا المثال نفسه .

1 باب، ناقصة [ب، ع] - 2 اعلم أن ناقصة [ب، ح، ع، ل] / مجموعاً، مجموع [ا، ح، ط] -
 3 فإنه، فهو [ب، ح، ع] / سواء، سواء [ط] - 4 منقوصاً، منقوص [ا، ح، ط] - 5 وجذرا
 مائتين، ناقصة [ب، ع] / هو، وهو [ب، ع] - 6 ومائة، فإن قال مائة [ب، ع] وأما ما به [ح] /
 مجموعاً، مجموع [ا، ح، ط] / أجزار، أجزاره [ب، ع] - 7 مائة، مائة ومال [ا، ط] - 8-9
 ومائة ... جذراً، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 10 مبين، بين [ح] / تؤدي إلى الطلب، ناقصة [ب،
 ع، ل] / الطلب، القلب [ح] - 11 تعالى، ناقصة [ع، ل] - 12 واعلم، اعلم [ب، ح، ع] / جذر
 كل، كل جذر [ا، ط] - 14 مثلي جذر، مثل جذري [ح] - 15 وإن، وإذا [ب، ع] - 16 ذلك،
 ناقصة [ب، ع] - 17 نفسه، نفسه [ط] .

وإن أردت أن تأخذ نصف جذر مال، فينبغي أن تضرب نصفاً في نصف فيكون ربعاً، ثم في المال، فيكون جذر ما اجتمع مثل نصف جذر ذلك المال.

وكذلك ثلثه أو ربعه أو أقل من ذلك أو أكثر بالغاً ما بلغ في النقصان والإضعاف. 5

ومثال ذلك: إذا أردت أن تضعف جذر تسعة، ضربت اثنين في اثنين ثم في تسعة، فبلغ ذلك ستة وثلاثين؛ فخذ جذرها يكون ستة، وهو ضعف جذر تسعة. وكذلك لو أردت أن تضعف جذر تسعة ثلاث مرات، ضربت ثلاثة في ثلاثة ثم في تسعة، فيكون أحداً وثمانين، فجذرها تسعة، وذلك جذر تسعة مضاعفاً ثلاث / مرات. 10

وإن أردت أن تأخذ نصف جذر تسعة، فإنك / تضرب نصفاً في نصف ح - ١١ - ط فيكون ربعاً، ثم تضرب ربعاً في تسعة فيكون اثنين وربعاً؛ فتأخذ جذرها وهو واحد ونصف، وهو نصف جذر تسعة. وكذلك ما زاد أو نقص من المعلوم والأصم، فهذا طريقه.

2 فيكون ربعاً، ناقصة [ب، ح، ع، ل] / ما اجتمع، ما بلغ [ب، ح، ع، ل] / ذلك، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 4 أو ريمه، أو ريمه [ب، ح، ع، ل] / أو أقل، أو أقل [ب، ح، ع، ل] / أو أكثر، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 4-5 النقصان والإضعاف، الإضعاف والنقصان [ح] - 6 مثال، ناقصة [ب، ح، ع، ل] / إذا، انك لما [ب، ح، ع، ل] / تضعف، تضعف [ب، ح، ع، ل] - 7 فبلغ، ناقصة [ب، ح، ع، ل] / فيكون [أ، ط] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «فبلغ» من نسخة أخرى / ذلك، ناقصة [ب، ح، ع، ل] / فخذ جذرها يكون، فجذرها [ح] *cuius radix* [أ]، فهو أقرب إلى [ح]، ولكن العبارة ناقصة في [ب، ح، ع، ل] / وهو، وهي [ح] - 7-8 ستة وثلاثين ... تسعة (الأولى)، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 8 ضعف جذر، كجذر [ب، ح، ع، ل] ط، جذر، وأثبت «ضعف» في الهامش مع «صح أصل» [أ] / ثلاث، ثلاثة [ح] - 9 أحداً، أحد [أ، ط] إحدى [ب] / فجذرها: فخذ جذرها [أ، ط] - 10 مضاعفاً، مضاعفه [ب، ح، ع، ل] مضاعفاً [ح] - 11 وإن، فإن [أ، ط] / فإنك تضرب، فاضرب [ب، ح، ع، ل] - 12 تضرب ربعاً، تضربه [ب، ح، ع، ل] كتب ناسخ [أ] فوقها «تضربه» من نسخة أخرى / فتأخذ جذرها، فجذرها [ب، ح، ع، ل] - 13 وهو (الأولى)، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 14 الأصم، الأصم [ع] / فهذا، لهذه [ح].

القسم <والضرب للجذور>

- وإن أردت أن تقسم جذر تسعة على جذر أربعة، فلإنك تقسم تسعة على أربعة، فيكون اثنين وربعًا، فجزرها هو ما يصيب / الواحد، وهو ٢٢ - ٥ واحد ونصف.
- 5 وإن أردت أن تقسم جذر أربعة على جذر تسعة، فلإنك تقسم أربعة على تسعة، فيكون أربعة أضعاف واحد، فجزرها ما يصيب الواحد، وهو ثلثا واحد.
- 10 وإن أردت أن تقسم جذري تسعة على جذر أربعة أو غيرها من الأموال، فأضعف جذر التسعة على ما أريتك في عمل الإضعاف، فما بلغ فاقسمه على أربعة، أو على ما أردت أن تقسم عليه، واعمل به كما عملت.
- وكذلك إن أردت أن تقسم ثلاثة أجزار تسعة أو أكثر، / أو نصف ٦ - ٨ - و جذر تسعة، أو أقل أو ما كان من الأموال، فعلى هذا المثال فاعمل به، تصب إن شاء الله تعالى.
- 15 وإن أردت أن تضرب جذر / تسعة في جذر أربعة، فاضرب تسعة في ح ١٢ - و أربعة، فتكون ستة وثلاثين؛ فخذ جذرها وهو ستة، فهو جذر تسعة مضروب / في جذر أربعة.
- ع - ٨ - و
- 1 القسم، ناقصة إ ب، ح، ع، ل - 2 وإن ناقصة وترك فراغًا لها إ ب / وإذا ع / أردت، ناقصة وترك فراغًا لها إ ب - 3 فيكون، يكون ح / هو ناقصة ح / يصيب، نصيب ح - 4 وإن، فإن إ ب، ع / فإذا ح - 5 فجزرها، فجزرها هو إ ب، ع - 6 ما يصيب ... واحد، هو ثلثا واحد وهو ما نصيب الواحد ح - 7 وإن، فإن إ، ط، ح - 8 على جذر ... التسعة، ناقصة إ ب، ع - 9 التسعة، تسعة ح / كتب ناسخ إ / فوقها «تسعة» من نسخة أخرى - 10 11 تقسم ... عملت، تقسم وذلك أنك تضرب اثنين في اثنين ثم في تسعة يكن ستة وثلاثين انقسمها على أربعة يخرج القسم تسعة خذ جذرها ثلاثة وهو ما أصاب الواحد لما قسمت جذري تسعة على جذر أربعة ح - 10 واعمل به، ناقصة إ ب، ع - 14 - 10 ما أردت ... تعالى، per quod volueris. Et quod ex censibus fuerit minus aut maius, secun- dum hoc exemplum operaberis per ipsum, si deus voluerit 12 أن تقسم، ناقصة إ، ط، ب، ع - 13 من الأموال، ناقصة إ، ط / المال، المتوال ط / اللتباس ح، إ / كتب ناسخ إ / فوقها «المال» من نسخة أخرى / فاعمل به، فاعمله إ، ط - 14 تصب، ناقصة إ ب، ح، ع / تعالى، ناقصة ع - 15 وإن، فإن ع ناقصة وترك فراغًا لها إ ب / أردت، ناقصة وترك فراغًا لها إ ب - 16 تكون، تكون ح - 17 مضروب، ناقصة إ ب، ع.

وكذلك لو أردت أن تضرب جذر خمسة في جذر عشرة، فاضرب خمسة في عشرة، فجذر ما بلغ هو الشيء الذي تريده.

وإن أردت أن تضرب جذر ثلث في جذر نصف، فاضرب ثلثاً في نصف، فيكون سدساً، فجذر السدس هو جذر الثلث مضروب في جذر النصف. 5

وإن أردت أن تضرب جذري تسعة في ثلاثة أجزار أربعة، فاستخرج جذري تسعة على ما وصفت لك حتى تعلم جذر أي مال هو. وكذلك فافعل بثلاثة أجزار أربعة حتى تعلم جذر أي مال هو، ثم اضرب المالين أحدهما في الآخر، فجذر ما اجتمع لك هو جذرا تسعة في ثلاثة أجزار أربعة. وكذلك كل ما زاد من الأجزاء أو نقص فعلى هذا المثال، فاعمل به. 10

فأما علة جذر مائتين إلا عشرة مجموعا إلى عشرين إلا جذر مائتين، فإن / صورة ذلك:

ح- ١٢- ٥

خط $\overline{أ ب}$ وهو جذر مائتين، فمن $\overline{أ}$ إلى نقطة $\overline{ج}$ هو العشرة، والباقي من جذر مائتين / هو الباقي من خط $\overline{أ ب}$ وهو خط $\overline{ج ب}$. ثم تخرج من $\overline{أ}$ نقطة $\overline{ب}$ خطأ إلى نقطة $\overline{د}$ وهو خط العشرين وهو / مثلاً خط $\overline{أ ج}$ الذي هو عشرة، فمن نقطة $\overline{ب}$ إلى نقطة $\overline{هـ}$ مثل خط $\overline{أ ب}$ فهو جذر مائتين أيضاً، والباقي من العشرين هو من نقطة $\overline{هـ}$ إلى نقطة $\overline{د}$. فلما أردنا أن نجمع ما بقي من جذر المائتين بعد طرح / العشرة وهو خط $\overline{ج ب}$ إلى خط $\overline{هـ د}$ بقي من جذر مائتين، فقطعنا من خط $\overline{ب هـ}$ مثل خط $\overline{ج ب}$ 15

ب- ٦٨- ٥

2 تريده، تريد [ح] - 3 وإن، فإن [ح] - 4-3 ثلثاً في نصف، نصفاً في ثلث [ب، ع] - 4 مضروب، ناقصة [ب، ع] مضروباً [ح] - 5 النصف، نصف فالجملة انك اذا ضربت فيها في هي، قل أو أكثر ثم اخذت جذر ما بلغ الضرب كان ذلك الجذر مضروب جذر المضروب في جذر المضروب فيه رجع [ح] - 5-4 في جذر النصف، نجد فقط في [أ]، in medietatem - 6 وإن، وإذا [ح] - 7 على ما، كما [ط] كتب ناسخ [أ] فوقها «كما» من نسخة أخرى - 8 أربعة، الأربعة [أ، ط] - 9 جذرا، جذر [أ، ط، ح] / تسعة، التسعة [ح] - 10 كل ما، كلما [أ، ط] ما [ب، ح، ع] / فعلى ... به، فاصل به على هذا المثال ان ما الله تعالى [ح] - 11 فأما، وأما [ح] ناقصة وترك فراغاً لها [ب] - 13 العشرة، عشرة [ح] - 14 من (الأولى)، ناقصة [أ، ط] - 15 خطأ ... ذ، الى خط دال خطأ [ب، ع] / ذ، ذ - 16 عشرة، خط عشرة [ب، ع] / فهو، وهو [ب، ع، ح، ل] / أيضاً، ناقصة [ب، ع، ل] - 19 فقطنا ... ج، ج، ناقصة [ب، ح، ع، ل].

وهو خط ز هـ. وقد كان تبيين لنا أن خط آ ب - الذي هو جذر مائتين -
 مثل خط ب هـ، وأن خط آ ج الذي هو العشرة مثل خط ب ز، والباقي من
 خط آ ب الذي هو ج ب مثل الباقي من خط / ب هـ الذي هو ز هـ. زدنا ع - ٨ - ظ
 على خط هـ د خط ز هـ، فتبين لنا أنه قد نقص من خط ب د - الذي هو
 عشرون - مثل خط آ ج - الذي هو عشرة - وهو خط ب ز، وبقي لنا
 5 خط ز د، وهو عشرة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.
 وهذه صورته:

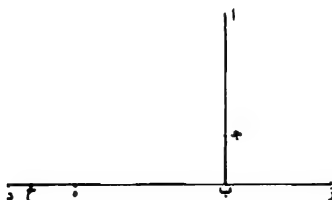


وأما علة جذر مائتين إلا عشرة منقوصاً من عشرين إلا جذر مائتين،
 فإن صورة ذلك:

- 10 خط آ ب، وهو جذر مائتين، ومن آ / إلى نقطة ج هـ هو العشرة ح - ١٢ - و
 المعلومة. ونخرج من نقطة ب خطاً إلى نقطة د ونجعله العشرين، ونجعل
 من ب إلى نقطة هـ مثل خط جذر مائتين، وهو مثل خط آ ب. وقد تبين لنا
 أن خط ج ب هو ما بقي من جذر مائتين بعد إلقاء العشرة، وخط هـ د هو
 ما بقي من العشرين بعد إلقاء جذر المائتين. فأردنا أن ننقص خط ج ب
 15 من خط هـ د، فأخرجنا من نقطة ب خطاً إلى نقطة ز، وهو مثل خط آ ج
 الذي هو العشرة، فصار جميع خط ز د مثل خط ز ب وخط ب د. وقد

1 وهو خط ز هـ ناقصة [ب، ع، ح، ل] / الذي أثبتنا فوق السطر مع «صح» [ا] / مائتين،
 المائتين [ح] - 2 ب ز ب هـ [ح] - 5 آ ج، جيم الف [ب، ع، ل] / وبقي، فيبقى [ح] - 7 وهذه
 صورته، ناقصة [ب، ع، ل] - 8 وأما فاما [ب، ع] / علة، أثبتنا في الهامش مع «صح» [ح] -
 10 إلى إلى ج [ح] / هو هي، [ا، ح، ط] - 11 المعلومة، المعلوم [ع] / ونخرج، ونخرج [ح]
 / ونجعله، ونجعله [ح] / نجعل، نجعله [ع] نجعله [ح] - 12 خط (الأولى)، ناقصة [ب، ح، ع] -
 13 هـ د د هـ [ا، ط] - 15 وهو، الذي هو [ح] - 16 فصار، فكان [ح] / ز د ز هـ [ح] / وخط،
 و [ب، ع] ناقصة [ح] / ب د د ب [ح].

تبيّن لنا أن ذلك كله ثلاثون، وقطعنا من خط ه د / مثل خط ج ب وهو ب-١١- و
خط ه ح. فتبيّن لنا أن خط ح د هو ما بقي من جميع خط ز د الذي /
هو ثلاثون. وتبيّن لنا أن خط ب ه جذر مائتين، وخط ز ب وب ج جذر ط-٢١
مائتين أيضاً. فلما صار خط ه ح مثل خط ج ب، تبيّن لنا أن الذي نقص
من خط ز د، الذي هو ثلاثون، جذرا مائتين. وجذرا مائتين هو جذر 5
ثمانمائة، وذلك ما أردنا أن نبين.
وهذه صورته:



وأما مائة ومال إلا عشرين جذراً / مجموعاً إليه خمسون وعشرة ح-١٢- ٥
أجذار إلا مائتين، فلم تستقم له صورة، لأنه من ثلاثة / أجناس مختلفة، / ع-٩- و
أموال وجذور و عدد، وليس معها ما يعادلها فتصور، وقد يمكننا لها صورة 10
لا تحس. فأما اضطرارها باللفظ فبيّن، وذلك أنك قد علمت أن مئة مائة
ومالاً إلا عشرين جذراً. فلما زدت عليها خمسين وعشرة أجذار، صارت
مائة وخمسين ومالاً إلا عشرة أجذار، لأن هذه العشرة الأجذار المزیدة

2 ح-٥ ح، ب، ع، ح، ل / تين، وتين، ب، ع / جميع، ناقصة، ط، 3-5 جذر مائتين
أيضاً ... ثلاثون، مكررة مع الأخطاء، ح-4 مائتين، المائتين، ط، / خط (الغاية)، ناقصة
ح / تين، وتين، ب، ع / لنا، ناقصة، ح-5 ز د، ز ه، في التكرار، ح / وجذرا: جذرا
ب / وجذرا مائتين هو، وهو ح-6 ثمانمائة، ثمان مائة، ط، ح، ثمان مائة، ب، ع-7
وهذه صورته، ناقصة، ب، ع، ل-8 مجموعاً، مجموع، ط-9 تستقم، ب، ع /
لأنه، ناقصة، ح-10 يعادلها، يعادلها، ح / يمكننا، تركنا، ب / لها، ب، ع-11
تحس، تحس، ب، ع، ح، ط Nos tamen fecimus eis formam sed non sensibilem
ل / فأما، واما، ح / باللفظ، بالانفاظ، ح / فبين، فبين، ح / وذلك، ذلك، ب-13
العشرة، عشرة، ح.

جبرت من العشرين الجذر الناقصة عشرة أجزار، فبقيت مائة وخمسون ومال إلا عشرة أجزار. وقد كان مع المائة مال، فلما نقصت من المائة والمال المالين المستثنين من الخمسين، ذهب مالٌ بمالٍ وبقي عليك مال، فصارت مائة وخمسين إلا مالاً وإلا عشرة أجزار؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

5

1 جبرت، وجبرت [ب] - 2 ومال، ناقصة [ح] / وقد ... مال، ناقصة [ب، ع] - 3 والمال، ناقصة [ب، ع، ح، د].

باب المسائل الست

وقد قدمت قبل أبواب الحساب ووجوه ست مسائل جعلتها أمثلة
للسنة الأبواب المتقدمة في صدر كتابي هذا، وذكرت أن حساب الجبر
والمقابلة لا بد أن يخرجك إلى باب منها. ثم أتيت ذلك من المسائل بما
يقرب من الفهم، وتخف فيه المؤنة وتسهل به الدلالة، إن شاء الله تعالى. 5

فالأولى من الست

- نحو قولك: عشرة قسمتها قسمين / فرضت أحد / القسمين في ٥ - ٦ - ٦٩ - ٥
الآخر، ثم ضربت أحدهما في نفسه، فكان المضروب في نفسه مثل أحد ١٦ - ١٤ - ٥
القسمين في الآخر أربع / مرات. ٢٥ - ٢٥
- ١0 قياسه: أن تجعل أحد القسمين شيئاً، والآخر عشرة إلا شيئاً، تضرب
شيئاً في عشرة إلا شيئاً، فتكون عشرة أشياء إلا مالا، ثم تضربه في
أربعة لقولك أربع مرات، فيكون أربعة أمثال المضروب من أحد القسمين
في الآخر، فيكون ذلك أربعين شيئاً إلا أربعة أموال. ثم تضرب شيئاً في
شيء، وهو أحد القسمين في نفسه، فيكون مالا يعدل أربعين شيئاً إلا 15
أربعة أموال. فاجبرها بالأربعة الأموال وزدها على المال، فيكون أربعين

1 باب: ناقصة (ب، ح، ع) / المسائل الست: ناقصة وترك فراغاً لها (ب) / الست: ناقصة (ع)،
لـ - 2 قدمت، قدمنا (أ، ط) / ووجوه، ووجوه وقلوبه (ب، ج) ووجوهها (ط) كتب ناسخ (أ)
فوقها «ووجوهها» من نسخة أخرى - 3 للسنة، الستة (ح) / كتابي هذا وذكرت، الكتاب
الذي ذكرنا (ب، ع) الكتاب الذي ذكرت (ح) كتابي هذا ذكرت أن حساب الجبر والمقابلة لا
بد أن منها ثلثه لا تنصف فيها الأجزاء وذكرت، وكتب من نسخة أخرى «الذي أجبرت أن
منها» (أ) كتابي هذا لا بد أن منها ثلاثة لا تنصف فيها الأجزاء وذكرت (ط) - 4 لا بد، لا بد
من (ب، ع) - 5 من، إلى (ح) / به، فيه (أ، ط) / إن ... تعالى، ناقصة (ح) / تعالى، ناقصة
(ع) - 6 فالأولى، ناقصة وترك فراغاً لها (ب) - 8 فكان، فسار (أ، ط) ثم كتب ناسخ (أ) فوقها
«فكان» من نسخة أخرى - 9 القسمين، القسمين مضروباً (ح) - 10 قياسه، قياسه (ب، ع)
/ والآخر، والقسم الآخر (ب، ح، ع) - 11 تضربه، ناقصة (ب، ح، ع) - 12 لقولك، كقولك
(ب) لقوله (ح) / أربع مرات، ناقصة (ب، ع) - 13 في الآخر، والآخر (أ، ط) / ذلك، ناقصة
(ب، ح، ع) - 15 بالأربعة ... وزدها، وزد الأربعة الاموال (ب، ع).

- شيئاً تعدل خمسة أموال، فالمال الواحد يعدل ثمانية/ أجزار، وهو أربعة ع-٩-٥
وستون، جذرها ثمانية، وهو أحد القسمين المضروب في نفسه، والباقي
من العشرة اثنان، وهو القسم الآخر.
فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة، وهي أموال تعدل
جذوراً، فاعلم ذلك. 5

والمسألة الثانية

- عشرة قسمتها قسمين، فضربت كل قسم في نفسه، / ثم ضربت ٨-٥
العشرة في نفسها، فكان ما اجتمع من ضرب العشرة في نفسها مثل أحد
القسمين مضروباً في نفسه مرتين وسبعة أضعاف مرة، أو مثل الآخر
مضروباً في نفسه ست مرات وربيع مرة. 10
فقياس ذلك: / أن تجعل أحد القسمين شيئاً، والآخر عشرة إلا شيئاً، ح-١١-٥
فتضرب الشيء في نفسه فيكون مالاً، ثم في اثنين وسبعة أضعاف، فيكون
مالين وسبعة أضعاف مال. ثم تضرب العشرة في مثلها، فتكون مائة تعدل
مالين وسبعة أضعاف مال. فاردده إلى مال واحد / وهو تسعة أجزاء من ١٥-٦
خمس وعشرين جزءاً، وهو خمس وأربعة أخماس الخمس. فخذ خمس 15

1 فالمال، المال المال [ح] / يعدل، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 2 جذرها ثمانية و، لمجد بدلاً عنها
العبارة التالية «فجذر أربعة وستين» [ب، ح، ع، ل] / وهو، هو [ب] - 3 اثنان، وهو اثنان [ب،
ح، ع] / وهو، ناقصة [ح] - 4 الأبواب الستة، الستة الأبواب [ح] / وهي، وهو [ح] - 5 فاعلم
ذلك، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 6 الفانية، ناقصة وترك فراغاً لها [ب] - 7 كل قسم، أحد
القسمين [ح] / كل قسم في نفسه لم ضربت، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 8 نفسها (الأولى)، مثلها
ب، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «مثلها» من نسخة أخرى / فكان، وكان [ب، ع] / نفسها،
مثلها [ب، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «مثلها» من نسخة أخرى - 9 مضروباً، المضروب [ح] -
10-9 أو مثل ... مرة، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 11 قياسي، وقياس [ب، ع] / ذلك، حسابها
[ب، ح، ع] computationis vero huius regula est [ب] / والآخر ... شيئاً، ناقصة [ب، ح،
ع، ل] - 12 فتضرب الشيء، فتضربه [ب، ح، ع، ل] / في (الثانية)، ناقصة [ب] - 12-13
فيكون مالين ... مال، ناقصة [ب، ح، ع] موجودة في [ل] - 13 مالين، مالان [ب] - 15 جزءاً،
ناقصة [ب، ع] / خمس، كتب ناسخ [أ] فوقها «خمسها» من نسخة أخرى / أخماس،
أخماس [ب] / الخمس، كتب ناسخ [أ] فوقها «خمسها» من نسخة أخرى - 15 (إلى ص.
149، سطر 1) فخذ خمس المائة، وخذ من المائة خمسها [ح].

المائة وأربعة أخماس خمسها، وهو ستة وثلاثون يعدل مالا. فخذ جذرها ستة، وهو أحد القسمين، والآخر أربعة لا محالة. فقد أخرجتك هذه المسألة / إلى أحد الأبواب الستة، وهي: أموال ب - ٧٠ - و تعدل عدداً.

والمسألة الثالثة

5

عشرة قسمتها قسمين، ثم قسمت أحدهما على الآخر، فخرج القسم أربعة.

قياسه: أن تجعل أحد القسمين شيئاً والآخر عشرة إلا شيئاً، ثم تقسم عشرة إلا شيئاً على شيء. ليكون أربعة. وقد علمت أنك متى ما ضربت ما خرج لك من القسم في المقسوم عليه، عاد المال الذي قسمته، والقسم في هذه المسألة أربعة، والمقسوم عليه شيء. فاضرب أربعة في شيء، فيكون أربعة أشياء تعدل المال الذي قسمته، وهو عشرة إلا شيئاً. فاجبر العشرة بالشيء. وزده على الأربعة الأشياء، فيكون خمسة أشياء تعدل عشرة، فالشيء الواحد الثان، وهو أحد القسمين.

15 فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة، / وهي: جذور ح - ١٥ - و تعدل عدداً.

1 فخذ جذرها، فجذرها ب، ع، ل - 2 ستة و: ناقصة ب، ع / ستة، وهو ستة ح / والآخر أربعة لا محالة، ناقصة ب، ع، ل. والآخر لا محالة أربعة ح - 3 الأبواب الستة، الستة الأبواب ح - 5 والمسألة ناقصة ب، ع، ل، أما المسألة ح - 6 عشرة، فبضرب ح / ثم قسمت، فقسمت ب، ع / أحدهما، أحد القسمين ب، ع، ح / القسم، ناقصة ب، ح، ع - 8 قياسه، قياس ذلك ح / فقياس ذلك ب، ع، ح / كتب دسح [أ] فوقها «قياس ذلك» من نسخة أخرى - 9 عشرة، العشرة ح / ليكون، فيكون ب، ع / ما (الأولى)، ناقصة ح - 10 لك، ناقصة ب، ح، ع / المال، مالك ب، ح، ع / القسم (القانية)، المقسوم ب، ع - 11 فاضرب أربعة في شيء، زاد [أ] et erunt quattuor res / فيكون، يكون ب، ح، ع - 13 الأشياء، ناقصة ب، ح، ع، ل / خمسة ... عشرة، عشرة تعدل خمسة أشياء ب، ح، ع، ل - 14 الواحد، ناقصة ب، ح، ع، ل / وهو أحد القسمين، ناقصة ب، ح، ع، ل - 15 قد، وقد ب، ع / المسألة، ناقصة ح / الأبواب الستة، الستة الأبواب ح.

والمسألة الرابعة

- ع - ١٠ - و مال ضربت ثلثه ودرهماً في ربعه / ودرهم فكان عشرين .
 قياسه : أن تضرب ثلث شيء في ربع شيء ، فيكون نصف سدس مال .
 وتضرب درهماً في ثلث شيء ، فيكون ثلث شيء . ودرهماً في ربع شيء ،
 5 ربع شيء . ودرهماً في درهم بدرهم ، فذلك كله نصف سدس مال وثلث
 شيء / وربع شيء ودرهم تعدل عشرين درهماً . فأتلق من العشرين ط - ٢٧
 درهماً بدرهم ، فتبقى تسعة عشر درهماً تعدل نصف سدس مال وثلث
 شيء ، وربع شيء . فأكمل مالك ، وإكماله أن تضرب كل ما معك في اثني
 عشر ، فيصير معك مالٌ وسبعة أجزارٍ تعدل مائتين وثمانية وعشرين
 10 درهماً . فنصف الأجزاء واضربها في مثلها ، / تكن اثني عشر وربعاً ، و
 فزدها على الأعداد وهي مائتان وثمانية وعشرون ، فيكون مائتين وأربعين
 وربعاً . فخذ جذرها خمسة عشر ونصفاً ، فانتقص منه نصف الأجزاء ، وهو
 ثلاثة ونصف ، فيبقى اثنا عشر / وهو المال .
 ب - ٧٠ - ظ فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة ، وهي أموال وجذور
 15 تعدل عدداً .

1 والمسألة : ناقصة [ب] - 2 مال ، ناقصة [ب] / فكان ، فيكون [ب] ، ع - 4-5 وتضرب ... كله ،
 نجد هناك المبارات التالية بدلاً عنها ، ودرهماً في درهم درهم (مكورة) وثلث شيء في درهم
 ثلث شيء ، وربع شيء في درهم ربع شيء فذلك [ح] ودرهم في درهم ثلث جذور ربع شيء في درهم
 ربع جذر فيكون ذلك [ب] ودرهماً في درهم وثلث شيء في درهم ثلث جذر وربع شيء في درهم
 ربع جذر فيكون ذلك [ع] نص [د] هو نص [ع] إلا أنه زاد بعد « درهماً في درهم » et erit
 dragma addita - 4 في (الأولى) ، درهم [أ] - 6 في (الأولى) ، ناقصة [ب] ، ع / درهم ،
 درهماً [ب] ، ع / درهماً ، ناقصة [ب] ، ح ، ع - 7 بدرهم ، ناقصة [ب] ، ح ، ع ، د / فتبقى ، فبقي
 [ع] يبقى [ب] - 8 في (الأولى) ، ناقصة [ب] ، ع ، د / في (الثانية) ، جذر [ب] ، ع ، د /
 فأكمل ، فأكمل [أ] ، ط / كل ما ، كلما [ح] - 8-9 اثني عشر ، اثنا عشر [ح] - 9 فيصير ،
 فيكون [ب] ، ح ، ع - 10 درهماً ، ناقصة [ب] ، ح ، ع ، د / تكن ، فتكون [ب] ، ح ، ع / اثني ،
 اثنا [ح] - 11 الأعداد وهي ، ناقصة [ب] ، ع ، ح ، د / مائتان ، مائتين [ب] ، ح ، ع / عشرون ،
 عشرين [ب] ، ح ، ع / فيكون ، فيكون ذلك [ب] ، ح ، ع - 12 فخذ جذرها ، ثم خذ جذرها وهو
 [ب] ، ع ، ح ، د / ونصفاً ، ونصف [ب] ، ح ، ع / منه ، منها [ب] ، ج ، ع / نصف الأجزاء وهو ،
 ناقصة [ب] ، ح ، ع [و] موجودة في [د] - 13 ونصف ، ونصف [ب] ، ع / فيبقى ، يبقى [أ] ، ط ، فبقي
 [ب] ، ع / اثنا ، اثني [أ] ، ط - 14 المسألة ، ناقصة [ح] / هي ، هو [ب] ، ع / أموال ، مال [ب] ،
 ح ، ع .

والمسألة الخامسة

عشرة قسمتها قسمين، وضربت كل قسم في نفسه وجمعتها فكانا ثمانية وخمسين درهماً.

- قياسه: أن تجعل أحد القسمين شيئاً والآخر عشرة إلا شيئاً، فاضرب
 عشرة إلا شيئاً في مثلها، فيكون مائة ومالاً إلا عشرين شيئاً. ثم ح - ١٥ - ط
 تضرب شيئاً في شيء، فيكون مالاً، ثم تجمعهما، فيكون ذلك مائة ومالين
 إلا عشرين شيئاً يعدل ثمانية وخمسين درهماً. فاجبر المائة والمالين
 بالعشرين الشيء الناقصة وزدها على الثمانية والخمسين، فيكون مائة
 ومالين تعدل ثمانية وخمسين درهماً وعشرين شيئاً. فاردد ذلك إلى مال
 واحد، وهو أن تأخذ نصف ما معك، فيكون خمسين درهماً ومالاً تعدل
 تسعة وعشرين درهماً وعشرة أشياء. فقابل به، وذلك أنك تلقي من
 10
 الخمسين تسعة وعشرين، فيبقى واحد وعشرون ومال تعدل عشرة
 أشياء. فنصف الأجزاء تكون خمسة واضربها في مثلها، / فتكون خمسة ط - ٢٨
 / وعشرين، فألق منها الواحد والعشرين التي مع المال، فيبقى أربعة. فخذ ع - ١٠ - ط

1 والمسألة ناقصة [ب] - 2 وضربت [أ، ط] كتب ناسخ [أ] فوقها «وضربت» من
 نسخة أخرى / قسم «كتب فوقها» واحد» من نسخة أخرى [أ] / فكانا: فيلنا [ب، ع] فكان
 [ح] - 3 درهماً ناقصة [ب، ع، ح، د] - 4 قياسه، فقياسه [ب، ع] / تجعل ... إلا شيئاً،
 ناقصة [ب، ح، ع، د] / فاضرب، تضرب [ب، ع، ح، د] وكتب ناسخ [أ] في الهامش من
 نسخة أخرى «تضرب» - 6 شيء: مثله [ب، ع، ح، د] / ثم أثبتنا في الهامش مع «صح»
 [ع] / فيكون مكررة [ح] / ذلك ناقصة [ب، ع، ح] / ومالين معها مالان [ع] معها مالا [ب]
 - 7 درهماً ناقصة [ب، ح، ع، د] / المالين: المال [ب] - 8 بالعشرين الشيء الناقصة: هناك
 العبارات التالية بدلاً عنها، بالأشياء التي نقصت [ب، ع، د] بما نقص منها من الأشياء [ح] /
 وزدها ناقصة [ب] / فيكون فتقول [ب، ع، ح، د] - 9 مالين: مالان [ب، ح، ع] / درهماً
 ناقصة [ب، ح، ع، د] / فاردد ذلك فاردده [ب، ع، ح، د] - 10 واحد ناقصة [ب، ع، د] /
 وهو ... معك ناقصة [ب، ح، ع، د] / فيكون ناقصة [ب] فتقول [ح، ع، د] / خمسين
 خمسون [ب، ع، ح] / درهماً ناقصة [ب، ع، ح] / مالاً: مال [ب، ح، ع] - 11 درهماً
 ناقصة [ب، ع، ح، د] / به: بها [ب، ع، ح] / أنك: أن [ب، ع] - 12 الخمسين: خمسين [ح]
 / فيبقى: يبقى [ح] / واحد: أحد [أ، ط، ح] - 13 أشياء: ناقصة [ح] / الأجزاء: الأشياء [ب،
 ع، ح] في [د]: Media ergo radices / تكون: فتكون [ح] فتصير [ب، ع] / واضربها
 فاضربها [ب، ح، ع] / فتكون: تصير [ب، ع] - 14 التي مع المال: ناقصة [ب، ع، ح، د] /
 فيبقى: يبقى [ح].

جذرها، وهو اثنان. فانقصه من نصف الأجزاء، التي هي خمسة، فيبقى ثلاثة، وهي أحد القسمين، والآخر سبعة.
فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة، وهي أموال وعدد تعدل جذوراً.

والمسألة السادسة

5

مال ضربت ثلثه في رُبعه فيعود المال وزيادة أربعة وعشرين درهماً.
قياسه، أن تجعل مالك شيئاً، ثم تضرب ثلث شيء في ربع شيء،
فيكون نصف سدس مال تعدل شيئاً وأربعة وعشرين درهماً. ثم تضرب
نصف سدس المال في اثني عشر حتى تكمل مالك، واضرب الشيء
10 في اثني عشر، يكن اثني عشر شيئاً، واضرب الأربعة / والعشرين في ح - ١١ - و
اثني عشر، فيصير مئتان وثمانية وثمانون درهماً واثنان عشر جذراً
تعدل / مالا. فنصف الأجزاء تكون ستة، واضربها في مثلها وزدها على ب - ٧١ - و

1 فانقصه فانقصهما [ح] / نصف ... خمسة: الخمسة الاشياء التي هي نصف الاجزاء [ب، ح، ع، د] / فيبقى، يبقى [أ، ط، ح] - 2 - وهي، وذلك [ب، ح، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «وهو» من نسخة أخرى / والآخر سبعة، ناقصة [ب، ع، ح، د] - 3 - الأبواب الستة، الستة الابواب [ح] / هي، هو [ح] / أموال وعدد: عدد وموالم [ب، ح، ع] - 5 - والمسألة: ناقصة [ب] - 6 - ضربت، يضرب [ب، ح، ع] / فيعود: فعاد [أ، ط] كتب ناسخ [أ] فوقها «فيعود» من نسخة أخرى / درهماً، ناقصة [ب، ع، د] - 7 - قياسه: قياسه [أ، ط]، انظر التطبيق رقم [٢] / أن ... شيئاً، ان تعلم انك اذا [ع، ب] انك اذا [ح] / لم تضرب، ضربت [ب، ح، ع] فتضرب [أ] ثم كتب فوقها «ثم تضرب» من نسخة أخرى - 7-8 - أن تجعل ... فيكون: كتب ناسخ [أ] في الهامش من نسخة أخرى وان تعلم انك اذا ضربت ثلث شيء في ربع شيء صار - 8 - فيكون صار [ب، ح، ع] تكن [أ] لم كتب فوقها «فيكون» من نسخة أخرى / درهماً، ناقصة [ب، ح، ع] - 8-9 - ثم ... المال، فاضرب النصف سدس مال [ب، ع] فاضرب نصف سدس المال [ح] فاضرب نصف السدس [أ] ثم كتب الناسخ فوقها العبارة التي أثبتناها من نسخة أخرى - 9 - اثني عشر، اثنا عشر [ح] / حتى، ناقصة [ب، ح، ع] / تكمل، يكمل [ح] مكمل [ب، ع] / مالك، مالا تماماً [ح] مالك فيصير مالا تماماً [ب، ع، د] - 10 - في اثني عشر يكن ... واضرب، ناقصة [ب، ح، ع، د] / الأربعة، والاربعة [ب، ع] في الاربعة [ح] / العشرين، العشرين ايضاً [ح] - 11 - اثني، اثنا [ح] / فيصير، ايضاً فيصير [ب، ع] / مائتان، مائة [ب] / ثمانون، اربعون [أ] / درهماً، ناقصة [ب، ح، ع، د] / اثنا، اثني [أ، ط] / عشر جذراً، عشرًا جذر [ب] - 12 - مالا، مالا يعدل [ب] / تكون ستة، ناقصة [ب، ح، ع، د] / واضربها، واضرب [ب].

ماتين وثمانية وثمانين، فيكون جميع ذلك ثلاثمائة وأربعة وعشرين، ثم
خذ جذرها وهو ثمانية عشر، فزده على نصف الأجزاء، وهي ستة، فيكون
ذلك أربعة وعشرين، وهو المال.

فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة، وهي جذور وعدد
تعدل أموالاً. 5

باب المسائل المختلفة

ط - ٩ - ١

١٠ <١> فإن سأل سائل فقال: عشرة قسمتها قسمين، ثم ضربت
أحدهما في الآخر، فكان واحداً وعشرين درهماً.

- فقد علمت أن أحد القسمين / من العشرة شيء، والآخر عشرة إلا ط - ٢٩
شيئاً. فاضرب شيئاً في عشرة إلا شيئاً، فيكون عشرة أشياء إلا مالاً 10
تعدل واحداً وعشرين. فاجبر العشرة الأشياء بالمال، وزده على الواحد
والعشرين، فيكون عشرة أشياء تعدل واحداً وعشرين درهماً ومالاً. فأتى
نصف الأجزاء، فيبقى خمسة، فاضربها في مثلها تكن خمسة وعشرين.
فأتى منها الواحد والعشرين، التي مع المال، فيبقى أربعة، فخذ جذرها، ع - ١١ - و
وهو اثنان، فانقصه من نصف الأجزاء، وهي خمسة، فيبقى ثلاثة، وذلك 15
أحد القسمين.

1 وثمانين، أثبتنا في الهامش مع «صح» [ع] / جميع ذلك، ناقصة [أ، ط] - 2-1 ثم خذ، فخذ
[أ، ط] - 2 فزده على، فزد عليه [ح] فزد عليها [ب، ع] / وهي ناقصة [ح] وهو [ب، ع] - 2-
3 فيكون ذلك، فيصير المال [ب، ح، ع، د] - 3 وهو المال ناقصة [ب، ح، ع] - 4 الأبواب
الستة، الستة الأبواب [ح] / وهي جذور وعدد، وهو عدد وجذور [ب، ح، ع، د] - 5 أموالاً،
مالاً [ح] - 6 باب المسائل المختلفة، ناقصة [ب، ع، د] - 7 فإن ناقصة وترك فراغاً لها [ب] أن
[ح] - 8 واحداً، واحد [ح] / درهماً ناقصة [ب، ح، ع، د] - 9-10 والآخر ... شيئاً
(الأولى)، ناقصة [ب، ح، ع، د] - 10 فاضرب شيئاً فاضربه [ب، ح، ع، د] / فيكون، فتقول
عشرة إلا شيئاً في شيء [ب، ح، ع، د] - 11 واحداً، أحد [أ، ط] / وزده، وزد المال [ب، ع]
ناقصة [ح] - 11-12 الواحد والعشرين، واحد وعشرين [ب، ح، ع] - 12 فيكون، فتقول [ب،
ح، ع، د] كتب [أ] فوقها «فيصير مئة» من نسخة أخرى / واحداً، أحد [أ، ط] / درهماً،
ناقصة [ب، ح، ع، د] - 13 فيبقى، فتكون [ب، ح، ع] / تكن، فتكون [ب، ح، ع] كتب [أ]
فوقها «فتكون» من نسخة أخرى - 14 فأتى، وأتى [ح] / الواحد والعشرين، واحداً وعشرين
[ب، ح، ع، د] / التي مع المال، ناقصة [ب، ح، ع، د] / فيبقى، يبقى [ح] يبقى [ب، ع] كتب ناسخ
[أ] فوقها «يبقى» من نسخة أخرى / فخذ، فتأخذ [أ] وكتب فوقها «فخذ» من نسخة أخرى -
15 الأجزاء، الأقسام [ب، ح، ع، د] / وهي خمسة، ناقصة [ب، ح، ع، د] / فيبقى، يبقى [أ،
ح، ط] / ذلك، هو [ح].

وإن شئت زدت جذر الأربعة على نصف الأجزاء، فتكون سبعة وهو أحد القسمين.
وهذه المسألة <من> التي تعمل بالزيادة والنقصان.

- مسألة <٢> - فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، فضربت كل / قسم ح - ١٦ - ط
5 في نفسه، وألقيت الأقل من الأكثر فبقي أربعون.
قياسه: أن تضرب عشرة إلا شيئاً في مثلها، فتكون مائة ومالاً إلا
عشرين شيئاً، وتضرب شيئاً في شيء، فيكون مالاً، فتنقصه من المائة
والمال إلا عشرين شيئاً، فيبقى مائة إلا عشرين شيئاً يعدل أربعين درهماً.
فاجبر المائة بالعشرين الشيء، وزدها على الأربعين، فيكون مائة تعدل
عشرين شيئاً وأربعين درهماً. فألق الأربعين من المائة، فيبقى ستون درهماً
10 تعدل عشرين شيئاً، فالشيء الواحد يعدل ثلاثة، وهو أحد القسمين.

- مسألة <٣> - فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، فضربت كل قسم ب - ٧١ - ط
في نفسه وجمعتهما وزدت عليهما فضل ما بين القسمين، من قبل أن
تضربهما، فبلغ ذلك أربعة وخمسين درهماً.

3-1 وإن ... والنقصان: ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 4 مسألة: ناقصة [أ، ط، ب، ع، ل] / فإن:
وان [أ، ط] / قسم واحد [ب، ح، ع] - 5 وألقيت: لم ألق [أ، ط] كتب ناسخ [أ] فوقها
<والتيق> من نسخة أخرى / بقي: فبقي [ح] - 6 قياسه: قياسه [ب، ع] / فتكون: تكون
[ب، ح] - 7 تنقصه: فأنقصه [ط] كتب ناسخ [أ] فوقها <فأنقصه> من نسخة أخرى / المائة:
مايه [ب، ع] - 8 المال: مال [ب، ح، ع] / فيبقى: تبقى [أ، ط] فيبقى [ح] / درهماً: ناقصة [ب،
ع، ل] - 9 الشيء: شيء [ح] ناقصة [ب، ع] - 10-9 مائة ... درهماً: هناك العبارة التالية بدلاً
عنها <ملك أربعون درهماً (درهماً: ناقصة [ح]) وعشرون شيئاً تعدل المايه مقابل بها المايه>
[ب، ح، ع، ل] - 10 الأربعين: أربعين [ب، ع] / المائة: مايه [ب، ع] / فيبقى: يبقى [أ، ط، ح]
/ درهماً: ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 11 الواحد: ناقصة [ب، ح، ع] - 12 مسألة: ناقصة [أ، ط،
ب، ع، ل] / فإن: وان [أ، ط، ح] / قسم: كتب ناسخ [أ] فوقها <واحد> من نسخة أخرى -
13 عليهما: ناقصة [ب، ع] / القسمين: من قبل، قبل القسمين [ب] / من: ناقصة [ع] - 14
تضربهما: تضربهما في أنفسهما على ما اجتمع [ب، ع] تضربه في نفسه [ح] / ذلك: ناقصة
[ب، ح، ع] / خمس: خمس [ح] / درهماً: درهم [ح] ناقصة [ب، ع، ل].

فإن قياس ذلك، أن تضرب عشرة إلا شيئاً في مثلها، فتكون مائة ومالاً
 إلا عشرين شيئاً، وتضرب الشيء - الباقي من العشرة - في مثله، /
 فيكون مالاً. ثم تجمع ذلك، فيكون مائة ومالين إلا عشرين شيئاً. وقال: ١٠ - ط
 زدت عليهما فضل ما بينهما قبل أن تضربهما. فقلت، فضل ما بينهما
 عشرة إلا شئتين. فجميع ذلك مائة وعشرة ومالان إلا اثنين وعشرين شيئاً
 5 يعدل أربعة وخمسين درهماً. فإذا جبرت وقابلت، قلت، مائة وعشرة
 دراهم ومالان تعدل أربعة وخمسين درهماً واثنين وعشرين شيئاً. فاردد /
 المالين إلى مال واحد، وهو أن تأخذ نصف ما معك، فيكون خمسة / ح - ١٧ - و
 وخمسين درهماً ومالاً تعدل سبعة وعشرين درهماً وأحد عشر شيئاً. فالتى ١٠ - و
 سبعة وعشرين من خمسة وخمسين، فيبقى مال وثمانية وعشرون درهماً
 10 تعدل أحد عشر شيئاً. فنصف الأشياء، / فتكون خمسة ونصفاً، فاضربها ع - ١١ - ط
 في مثلها، فتكون ثلاثين وربعاً. فانقص منها الثمانية والعشرين التي مع
 المال، فيبقى اثنان وربع. فخذ جذرها، وهو واحد ونصف، فانقصه من نصف
 الأجزاء، فيبقى أربعة، وهو أحد القسمين.

1 قياس ذلك، قياسه [أ، ط] / عشرة: المقرة [ح] - 2 وتضرب ... المقرة: وبقي من المقرة
 شيء، فاضربه [ب، ح، ع، ل] / الشيء، كتب ناسخ [أ] فوقها «شيئاً في مثله» من نسخة
 أخرى / الباقي: الثاني [أ] - 3 تجمع ... فيكون، اجمعهما فيكون ذلك [ب، ح، ع، ل] - 4-3
 وقال زدت، كتب ناسخ [أ] فوقها «ثم تزيد عليه» من نسخة أخرى - 5-3 وقال ... فيعين،
 فرد فضل ما بينهما على الجميع وهو عشرة إلى فيعين [ب، ع، ل] وقال فزدت فضل ما بينهما
 على الجميع [ح] - 5 اثنين، اثنين [ط] - 6-7 فإذا ... درهماً، ناقصة [ح] - 6 قابلت، ناقصة
 [ب، ع، ل] / قلت، قلب [ب] - 7 درهماً، ناقصة [ب، ع] / واثنين، فالتين [ح] - 8 المالين،
 كتب ناسخ [أ] فوقها «مالك» من نسخة أخرى - 9-8 المالين ... ومالاً، ذلك إلى مال فتقول مال
 وخمسة وخمسون [ب، ع، ل] ذلك إلى مال قل مال وخمسة وخمسون درهماً [ح] - 10 من
 خمسة وخمسين، بسبعة وعشرين [ب، ع، ل] / فيبقى [أ، ط] / مال، ناقصة [أ، ط] /
 وثمانية وعشرون، وثمانية وعشرين [ب] ثمانية وعشرون [أ، ط] / درهماً، ناقصة [ب، ح، ع، ل]
 [أ] درهماً ومالاً [ط] - 11 نصف الأشياء، ناقصة [ب] / الأشياء، كتب ناسخ [أ] فوقها
 «الأجزاء» من نسخة أخرى / فتكون، يكن [ح] / نصفاً، نصف [ط] - 12-13 التي ...
 ونصف، هناك العبارة التالية بدلاً منها «وخذ جذر الباقي الذي هو اثنان وربع فيكون (فيكون)
 ناقصة [ح] واحد ونصف» [ب، ح، ع، ل] - 13 فيبقى [ط] / جذرها، كتب ناسخ [أ]
 فوقها «جذر ذلك» من نسخة أخرى - 14 فيبقى [أ، ط] / وهو، فذلك [ب، ع] وذلك
 [ح].

مسألة <١> - فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، فقسمت هذا على هذا، وهذا على هذا، فبلغ ذلك درهمين وسدساً.

- فقياس ذلك: أنك إذا ضربت كل قسم في نفسه، ثم جمعتهما، كان مثل القسمين إذا ضربت أحدهما في الآخر، ثم ضربت الذي اجتمع معك من الضرب في الذي بلغ <من> القسم وهو اثنان وسدس. فاضرب عشرة 5
إلا شيئاً في مثلهما فتكون مائة ومالاً إلا عشرين شيئاً، / واضرب شيئاً في ب - ٧٢ - و شيء، فيكون مالاً، فاجمع ذلك فيصير مائة / ومالين إلا عشرين شيئاً ط - ١١
يعدل شيئاً مضروباً في عشرة إلا شيئاً - وذلك عشرة أشياء إلا مالاً - مضروباً فيما خرج من القسمين، وهو اثنان وسدس، فيكون ذلك واحداً 10
وعشرين شيئاً وثلاثي شيء. إلا مالين / وسدساً تعدل مائة ومالين إلا ح - ١٧ - ظ عشرين شيئاً. فاجبر ذلك وزد مالين وسدساً على مائة ومالين إلا عشرين شيئاً، وزد العشرين الشيء الناقصة من المائة والمالين على الواحد والعشرين الشيء. وثلاثي الشيء، فيكون معك مائة وأربعة أموال وسدس مال تعدل أحداً وأربعين شيئاً وثلاثي شيء. فاردد ذلك إلى مال واحد. وقد علمت أن المال الواحد من أربعة أموال وسدس هو خمسها وخمس 15
خمسها، فنخذ من جميع ما معك الخمس وخمس الخمس، فيكون معك أربعة وعشرون درهماً ومال تعدل عشرة أجدار، لأن العشرة من واحد

١ مسألة: ناقصة [ب، ع، ا، ط، ل] / فإن قال: ناقصة [ح] - 1-2 على هذا: على هذا ثم جمعت القسمين [ح] - 2 ذلك ناقصة [ب، ع، ح] - 4 مثل مثل أحد [أ، ط] / أحدهما: أحدهما [أ، ط] / الذي اجتمع ما اجتمع [ب، ح، ع] - 4-5 معك من الضرب ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 6 فتكون، تكون [ح] يكن [أ، ط] / ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «فتكون» من نسخة أخرى - 7 فاجمع واجمع [ح] / فيصير، فيصير معك [ب، ع، ح] / مالين، مالان [ح، ع] مالا [ب] - 9 فيما، في ما [أ، ط] / ذلك ناقصة [ب، ع] / واحداً، أحداً [أ، ط، ح] - 10 في، جذر [ب، ح، ع، ل] - 11-12 فاجبر ذلك ... شيئاً ناقصة [ب، ع] النص موجود في [ل] - 12 الفعي: شيا [ح] / والمالين ناقصة [ب، ع، ل] - 13 الشيء ناقصة [ب، ح، ع، ل] / ثلاثي، الثلاثي [ب، ع] / الشيء جذر [ب، ع، ل] الجذر [ح] / فيكون، يكون [ح] / معك ما معك [ب، ع، ح] - 14 أحداً، ناقصة [ب] واحداً [ع] / واحد ناقصة [أ، ط] / وقد، قد [ح] - 15 الواحد ناقصة [ب، ح، ع، ل] / أموال ناقصة [ب، ح، ع] / هو ناقصة [ب، ح، ع] - 16 خمسها، الخمس [ب، ح، ع] - 16-17 فيكون ... وسال، فيكون ما معك مالا وأربعة وعشرين درهماً [ح] فيكون معك مال وأربعة وعشرون درهماً [ب، ع] - 17 درهماً، ناقصة [أ، ط] / واحد، أحد [أ، ط] - 17 (إلى ص. 165، سطر 1) لأن العشرة من واحد ... وخمس خمسها ناقصة [ل].

وأربعين شيئاً وثلاثي شيء، خمسها وخمسة خمسها. فنصف الأجزاء، وهو خمسة. وأضربها في مثلها فيكون خمسة وعشرين، فانقص منها الأربعة والعشرين، التي مع المال، فيبقى واحد. فخذ جذره، وهو واحد، فانقصه من نصف الأجزاء، وهي خمسة، فيبقى أربعة، وهو أحد القسمين. 5
واعلم بأن كل شيئين تقسم هذا على هذا وهذا على هذا، فلذلك إذا ضربت الذي يخرج من هذا في الذي يخرج من هذا، كان واحداً / أبداً. ١٠-١٢-٥

مسألة <٥>- فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، وضربت أحد القسمين في خمسة وقسمته على الآخر، ثم أقيت نصف ما اجتمع مذكراً وزدته على المضروب في خمسة / فكان خمسين درهماً. 10
فإن قياس ذلك: أن تأخذ شيئاً من العشرة فتضربه في خمسة، فيكون خمسة أشياء مقسومة على الباقي من العشرة، وهو عشرة إلا شيئاً، مأخوذاً نصفها. ومعلوم أنك إذا قسمت الخمسة الأشياء على عشرة إلا شيئاً، وأخذت نصف ما خرج، كان ذلك كقسمك نصف الخمسة الأشياء على العشرة إلا شيئاً. فإذا أخذت نصف الخمسة الأشياء، صار شيئين ونصفاً، وهو الذي تريد أن تقسمه على عشرة إلا شيئاً، فهذا 15
شيئان ونصف مقسوم على عشرة إلا شيئاً يعدل خمسين إلا خمسة أشياء، لأنه قال: تقسم إليه أحد القسمين مضروباً في خمسة، فيكون ذلك

1 شيئاً ناقصة [ب، ع، ح] / وثلاثي وثلاثين [ح] / شيء ناقصة [ح] جذر [ب، ع] - 2-1 وهو خمسة ناقصة [ب، ح، ع، د] - 3 فيبقى [أ]، يبقى [أ، ط] / فانقصه فانقص [ب، ع] - 4 وهي، وهو [ب، ع] / فيبقى [أ]، يبقى [أ، ط] / أحد واحد [ع] - 5 واعلم بأن ناقصة [ب، ع، د] وبدلاً عنها نجد الكلمة التالية «ونخرج» / بأن أن [ح] / فلذلك فلهذا [ب، ع] - 6 ضربت ضرب [ع] / يخرج (الأولى والثانية)، خرج [ب، ح، ع] - 7 مسألة ناقصة [أ، ب، ط، ع، د] / فلأن وان [ح] / وضربت، ثم ضرب [ع] ثم ضربت [ب] / أحد القسمين، كتب ناسخ [أ] فوقها واحدهما من نسخة أخرى - 8 مذكراً ناقصة [ب، ح، ع] - 9 درهماً ناقصة [ب، ع] - 10 قياس ذلك قياس [ب، ح، ع] / العشرة عشرة [ب، ح، ع] - 10-11 من العشرة ... أشياء، أقيتها في الهامش [ع] - 11 الباقي الثاني [ب، ح، ع، د] / من العشرة ناقصة [ب، ح، ع، د] / هو كتب ناسخ [أ] فوقها «هي» / عشرة العشرة [ح] - 12-14 ومعلوم ... إلا شيئاً ناقصة [ب، ح، ع، د] - 14 الأشياء ناقصة [ح] / صار ناقصة [ب، ح، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «كان» من نسخة أخرى - 15 شيئين اثنين [ح] / وهو فهو [ب، ح، ع] / عشرة العشرة [ح] / فهذا هذا [ح] - 15-16 فهذا ... شيئاً في الهامش مع «صح أصل» [أ] ناقصة [ط].

كله خمسين. وقد علمت أنك متى ضربت ما خرج لك من القسم في المقسوم عليه عاد المال، ومالك شيئان ونصف. فاضرب عشرة إلا شيئاً في خمسين إلا خمسة أشياء، فيكون ذلك خمسمائة درهم وخمسة أموال إلا مائة شيء. تعدل شيئين ونصفاً. فاردد ذلك إلى مال واحد، فيكون ذلك مائة درهم ومالاً إلا عشرين شيئاً تعدل نصف شيء. فاجبر المائة وزد العشرين الشيء على نصف الشيء، فيصير معك مائة درهم ومال تعدل عشرين شيئاً ونصف شيء. فنصف الأشياء واضربها في مثلها، وانقص منها المائة، وخذ جذر ما بقي، وانقصه من نصف الأجزاء، وهو عشرة ورب، فيبقى ثمانية، وهو أحد القسمين.

- 10 مسألة (٦) - فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، فضربت أحد القسمين في نفسه، فكان / مثل الآخر إحدى وثمانين مرة. فقياس ذلك، أن تقول عشرة إلا شيئاً في مثلها مائة ومال إلا عشرين شيئاً تعدل واحداً وثمانين شيئاً. فاجبر المائة والمال / بالعشرين الشيء. وزدها على الواحد والثمانين <الشيء>، فيكون مائة ومالاً تعدل مائة جذر وجذرًا. فنصف الأجزاء فتكون خمسين ونصفاً، واضربها في مثلها، فيكون ألفين وخمسمائة / وخمسين ورباً، فانقص منها المائة، فيبقى ألفان وأربعمائة وخمسون ورب، فخذ جذرها، وهو تسعة وأربعون ونصف، فانقصها من نصف الأجزاء، وهو خمسون ونصف، / فيبقى واحد، وهو ب - ٧٢ - و أحد القسمين.

1 خمسين، خمسون [ح] / ضربت ما ضربت [ب، ع] - 2 المال، ماله [ب، ح، ع، د] / ونصف، أثبتتها في الهامش مع «صح» [ع] - 3 ذلك، ناقصة [ب، ح، ع] / درهم، ناقصة [ب، ع، د] - 4 فاردد، فرد [ب، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «فرد» من نسخة أخرى / ذلك، ناقصة [ب، ح، ع] - 5 ومالاً، ومال [ب، ع] / شيئاً كتب ناسخ [أ] فوقها «جذرًا» من نسخة أخرى / تعدل، بعد [ع] / فاجبر، فاجبر ذلك [أ، ط] - 7 عشرين، عشرون [ع] / الأشياء، الأجزاء [ب، ح، ع، د] - 8 منها، منه [ب، ع، ح] / وانقصه، فانقصه [ب، ع، ح] / وهو، وهي [ح] كتب ناسخ [أ] «وهي» ثم كتب فوقها «وهو» من نسخة أخرى - 9 وهو، فذلك [ع] وذلك [ب، ح] / أحد، مكورة [ب] - 10 مسألة، ناقصة [أ، ب، ط، ع، د] - 11 إحدى، واحداً [ب، ع] أحد [ح] - 12 فقياس، قياس [ب، ع] / مائة، بمائة [ط] فوق السطر مع «صح» [أ] - 13 واحداً، احداً [أ، ط] - 14-13 والمال... وزدها، وزد الأجزاء العشرين [ب، ح، ع] Restaura ergo centum, et adde viginti radices octoginta uni [د]. ونجد نفس النص في [ك] - 14 والثمانين، والثمانين الشيء [ط] / جذر، جذرًا [ط] - 15 فتكون، يكن [ح] / واضربها، فاضربها [ب، ح، ع] / فيكون، يكن [ح] - 16 فيبقى، بقي [ب، ع] - 17 وأربعون، مكورة [ب] - 18 واحد، واحداً [ح].

- مسألة <٧> - فإن قال: عشرة أقفزة حنطة / أو شميرا، بعث كل ١-١١- و
 واحد منهما بسمير، ثم جمعت لثمنهما، فكان ما اجتمع مثل فضل ما بين
 السمرين ومثل ما بين الكيلين.
- فخذ ما شئت فإنه يجوز، فكأنك أخذت أربعة وستة، فقلت: بعث كل
 واحد من الأربعة بشيء، فضربت أربعة في شيء، فصار أربعة أشياء، وبعث
 الستة كل واحد بمثل نصف الشيء الذي بعث به الأربعة، وإن شئت
 بثلاثة، وإن شئت بربعة، أو ما شئت فإنه يجوز.
- فإذا كان بيعك الآخر بنصف شيء، فاضرب نصف شيء في ستة فيكون
 ثلاثة أشياء، فاجمعها مع الأربعة الأشياء فتكون سبعة أشياء. تعدل
 <فضل> ما بين الكيلين وهو قفيزان، / وفضل ما بين السمرين، وهو نصف ح ١٩- و
 شيء، فيكون سبعة أشياء تعدل اثنين ونصف شيء. فأتق نصف شيء من
 سبعة أشياء، فتبقى ستة أشياء ونصف <شيء> تعدل درهماً، فالشيء
 الواحد أربعة أجزاء من ثلاثة عشر، فتقول: باع الأربعة / كل واحد ١١- ط
 بأربعة أجزاء من ثلاثة عشر من درهم، وباع الستة كل واحد بجزئين من
 ثلاثة عشر من درهم، فبلغ ذلك ثمانية وعشرين جزءاً من ثلاثة عشر من
 درهم، وذلك مثل فضل ما بين الكيلين، وهو قفيزان، فصر فهما ستة
 وعشرون جزءاً، وفضل ما بين السمرين وهو جزءان، فذلك ثمانية
 وعشرون جزءاً.

1 مسألة: ناقصة [أ]، ب، ع، ط، ل / فإن، وإن [ح] / حنطة أو شميرا، شميرا أو حنطة [ح] -
 18-1 فإن ... جزءاً، المسألة كلها ناقصة في [ب، ع، ل]، ونظن أنها ليست للخوارزمي، وخاصة
 أنها لا تنتمي إلى فئة المسائل التي يسألها الخوارزمي هنا - 2 منهما، منها [ح] / لثمنهما،
 لثمنها [ح] / فضل، ناقصة [ح] - 3 مثل ما بين، ناقصة [ح] - 4 فخذ ... يجوز، ناقصة [ح] /
 أربعة، أربعة حنطة [ح] / ستة، ستة شميرا [ح] - 5 كل واحد من، ناقصة [ح] - 5 الأربعة،
 أربعة [ح] / فضربت، وضربت [ح] / فصار، فصار [ح] - 6 كل واحد، ناقصة [ح] - 7 بثلاثة،
 ثلثة [ح] / بربعة، بربعة [ح] / أو ما، وما [ح] / فإنه، فهو [ح] - 8 بيمك، منك [ح] / الآخر،
 كتب ناسخ [أ] / الأخير، وكتب فوقها «الأخر» من نسخة أخرى - 9 فاجمعها، اجمعها [ح]
 - 10 وهو (الأولى والثانية)، ناقصة [ح] / قفيزان، قفيزين [ح] - 12 فتبقى، يبقى [ح] /
 <شيء>، أضافها [ط] / فالشيء، وللشيء [ح] - 13 الواحد، ناقصة [ح] / عشر، عشرين من
 درهم [ح] - 15 عشر، عشر جزأ [ح] / وعشرين، وعشرون [ح] - 15-16 من ثلاثة عشر
 من درهم (الثانية)، ناقصة [ح] - 16 مثل، ناقصة [ح] / قفيزان، اثنان [ح] / فصر فهما، يكن
 [ح] - 17 عشرون، عشرين [ح] / وهو، ناقصة [ح] / جزءان، اثنان [ح].

مسألة <٨> - فإن قال: مالان بينهما درهمان، قسمت القليل على الكثير، فأصاب القسم نصف درهم.

فاجعل أحد المالين شيئاً والآخر شيئاً ودرهمين. فلما قسمت شيئاً على شيء ودرهمين، خرج القسم نصف درهم. وقد علمت أنك متى ضربت ما خرج لك من القسم في المقسوم عليه عاد مالك الذي قسمته، وهو شيء. 5
فقل: شيء ودرهمان في النصف الذي هو القسم، فيكون نصف شيء ودرهماً يعدل شيئاً. فألقيت نصف شيء بنصف شيء، وبقي درهم يعدل نصف شيء، فأضعفه يكون الشيء يعدل درهمين والآخر أربعة.

مسألة <٩> - فإن قال: عشرة قسمتها قسمين وضربت أحدهما في عشرة، والقسم الآخر في نفسه فاستويا. 10

فإن قياسه: أن تضرب شيئاً في عشرة فيكون عشرة أشياء، ثم تضرب عشرة إلا شيئاً في مثلها، فتكون مائة ومالاً إلا عشرين شيئاً تعدل العشرة الأجزاء. فقابل بها على ما قد وصفت لك.

١ مسألة: ناقصة [أ، ب، ط، ع، د] / فإن: وان [ح] / قسمت: فقسمت [ح] - 2 نصف: نصفاً [ح] / درهم: ناقصة [ب، ح، ع، د] - 3-5 فاجعل ... شيء: ناقصة [ب، ح، ع، د] - 6 النصف: نصف [ح] / فيكون: يكون [ح] وقل [ب، ع، د] - 7 درهماً: درهم [ب، ع] / بنصف شيء: ناقصة [ح] أثبتنا فوق الطرح مع «صح» [ع] / وبقي: وهي [ح] - 8 يكون: فيمود [ب، ع] فقلت [ح] / يعدل: ناقصة [ب، ح، ع، د] / درهمين: درهمان [ح] / أربعة: أربعة مسألة وان قال جذر تسعة في جذر أربعة فاضرب تسعة في أربعة فاجذرها مبلغ المال وان قال جذر تسعة في أربعة ضربت أربعة في أربعة ثم في تسعة فيكون مائة وأربعة وأربعين ثم خذ جذرها اثني عشر فهو المال وان قال لك تسعة جذر أربعة فاضرب تسعة في (صفحة ١٩-١٨) تسعة ثم اقسما على أربعة تكن عشرين درهماً وربما فخذ جذرها أربعة ونصفاً فهو ذلك مسألة فإن قال جذر تسعة بين جذر أربعة فاقسم تسعة على أربعة فما خرج فخذ جذره فهو المال وهو اثنان وربع [ح] - 9 مسألة: ناقصة [أ، ب، ط، ع، د] هذه المسألة هي رقم ٢ في ملحق [د] وسنرمز له بـ [ك] لأنه ترجمة لاتينية لمخطوطة أخرى حسب قول جيرار دي كرمون نفسه / فإن: وان [ح] / وضربت: فضربت [ب، ح، ع] / أحدهما: احد القسمين [ب، ح، ع] / كتب ناسخ [أ] «أحد القسمين» فوقها من نسخة أخرى - 10 القسم: ناقصة [ب، ع] - 11 فإن قياسه: فقياسه [ب] قياسه [ب، ع، ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «فقياسه» من نسخة أخرى / أشياء: اجذار [ب، ح، ع، د] - 12 عشرة: العشرة [ب، ع] - 13 العشرة: عشرة [ب، ع، ح] / الأجزاء: اجذار [ب، ع] / على ... لك: ناقصة [ب، ع، ح، د] / وصفت: كتب فوقها «ويبت» من نسخة أخرى [أ].

- «مسألة ١٠» - وكذلك لو قال: عشرة قسمتها قسمين، ثم ضربت أحدهما في الآخر، ثم قسمت ما اجتمع من الضرب / على فضل ما بين ١ - ١١ - ٥ القسمين قبل أن تضرب أحدهما في الآخر، فخرج خمسة وربما / فقياسه: أن تأخذ شيئاً من العشرة فيبقى عشرة إلا شيئاً، فاضرب ٥ - ١٥، أحدهما في الآخر، فيكون عشرة أجزار إلا مالا، فهو ما خرج من ضرب أحد القسمين في الآخر. ثم قسمت ذلك على فضل ما بين القسمين، وهو عشرة إلا شيئين، فخرج من القسم خمسة وربع. ومتى ضربت خمسة وربعاً في عشرة إلا شيئين خرج لك المال المضروب، وهو عشرة أشياء إلا مالا. / فاضرب خمسة وربعاً في عشرة / إلا شيئين، يكون ذلك اثنين ٤ - ١٢ - ٥ وخمسين درهماً ونصفاً إلا عشرة أجزار ونصفاً تعدل عشرة أجزار ١٠ - ٢٠ - ٥ مالا. فاجبر الاثنين والخمسين والنصف بالعشرة الأجزار والنصف، وزدها على العشرة الأجزار إلا مالا، ثم اجبرها بالمال وزد المال على اثنين وخمسين درهماً ونصف، فيكون معك عشرون جذراً ونصف جذر تعدل اثنين وخمسين درهماً / ونصفاً ومالا، فقابل بها على ما فسرنا في أول ب - ٧٢ - ٥ الكتاب. 15

١ لو قال: كتب ناسخ [أ] فوقها «قولك» من نسخة أخرى - 3 الآخر: صاحبه [ح، ع] / ربما، ربع [ب، ح، ع] - 4 شيئاً من العشرة، من العشرة شيئاً [ب، ح، ع] / فيبقى، فيبقى [ب، ح، ع] - 5 فيكون، كتب ناسخ [أ] فوقها «يكن» من نسخة أخرى / أجزار، كتب ناسخ [أ] فوقها «أشياء» من نسخة أخرى - 6 أحد القسمين، أحدهما [ب، ع، ح، د] كتب ناسخ [أ] فوقها «أحدهما» من نسخة أخرى / لم قسمت، قسمت [ح] / بين القسمين، بينهما [ب، ح، ع، د] - 7 فخرج، يخرج [ع] / من القسم، ناقصة [ع، د، ل] من القسمة [ح] / ومتى، وما [ح] / ضربت، ما ضربت [ع] - 8-7 فخرج ... فيعين، ناقصة [ب] - 8 في عشرة، في خمسة [ح] / خرج، يخرج [ب، ع] / لك، ذلك [ح] - 9 فاضرب، فإن ضربت [ب، ع] / يكون ذلك، يكون [ح، ع، ب] كتب ناسخ [أ] «يكن» وكتب فوقها «يكون ذلك» - 11 الخمسين، الخمسون [ع] / بالعشرة، بعشرة [ب، ح، ع] / الأجزاء، أجزار [ب، ع] ناقصة [ح] / النصف (الفراغية)، نصف [ب، ح، ع] / زدها، زما [ب] - 13 درهماً، ناقصة [ب، ع، ح] / فيكون، يكون [ح] / ونصف جذر، ونصف [ب، ع] / ونصف [ح] - 14 درهماً، ناقصة [ب، ع] / بها، بهما [ح] / أول، ادل [ع] - 15 الكتاب، الكتاب ان شا الله تعالى [ب، ح، ع، د].

مسألة (١١) - فإن قال: مال ثلثا خمسه مثل سبع جذره، فإن المال كله يعدل جذراً ونصف سبع جذر، فالجذر أربعة عشر جزءاً من خمسة عشر من المال.

وقياسه: أن تضرب ثلثي خمس مال في سبعة ونصف ليتم المال، واضرب ما معك، وهو سبع جذر، في مثل ذلك، فيصير المال يعدل جذراً ونصف سبع جذر، ويصير جذره واحداً ونصف سبع، فالمال واحد وتسعة وعشرون جزءاً من مائة وستة وتسعين من درهم، وثلثا خمسه يكون ثلاثين جزءاً من مائة وستة وتسعين، وسبع جذره أيضاً ثلاثون جزءاً من مائة وستة وتسعين.

مسألة (١٢) - فإن قال: مال ثلاثة أرباع خمسه مثل أربعة أخماس جذره.

قياسه: أن تزيد على ثلاثة أرباع خمسه مثل ربعها ليكون الجذر تاماً، وذلك ثلاثة وثلاثة أرباع من عشرين. فاجعلها أرباعاً كلها، فتكون ح - ٢٠ - ط

١ مسألة: ناقصة [أ، ط، ب، ع، ك] وهي رقم ٣ من ملحق [إ] - 2 جذراً ... فالجذر: ناقصة [ب، ع] ويجد بدلاً عنها العبارة التالية «أربعة أخماس شي وثلثي خمس شي وذلك»؛ ويجد في [ك]: *Tunc tota radix equatur quattuor quintis census et duabus tertiis quinte* : ipsus, que est quattuordecim partes de quindecim وهو يختلف قليلاً عن [ب، ع] وعن [ح] - 3-2 فالجذر ... المال: ناقصة [ح] وهي أيضاً ناقصة فيما نقله الخرازمي من نص الخوارزمي [انظر ٢٦-و، المسطر الأول] - 3 من المال: جزأ [ب، ع] - 4 وقياسه، فقياسه [إ] وكتب الناسخ فوق الفاء «و» من نسخة أخرى / مال: ناقصة [ب، ح، ع، ك] / ونصف: ناقصة [ب، ح، ع، ك] / المال: الجذر [ب، ع، ح، ك] - 5-9 واضرب ... وتسعين: يجد بدلاً عنها الفقرة التالية في [ب، ع] «وثلثا الخمس اثنان من خمسة عشر جزءاً من درهم فيصير جذره أربعة عشر من خمسة عشر فاضرب خمسة عشر في مثلها فيكون مائتين وخمسة وعشرين وأربعة عشر ومثلها (في مثلها، [ب]) مائة وستة وتسعون ثلثا خمس مائتين وخمسة وعشرين ثلاثون وهو جزءان من خمسة عشر وجذر مائة وستة وتسعين أربعة عشر من خمسة عشر فسيبها اثنان» أما في [ح] فهو «وثلثا الخمس اثنان من خمسة عشر من جزء، من درهم فيصير الجذر أربعة عشر من خمسة عشر من درهم فاضرب خمسة عشر في مثلها تكون مائتين وخمسة وعشرين وأربعة عشر في مثلها مائة وستة وتسعون هذا هو جزء الدرهم فكان الجميع درهما وتسعة وعشرين جزءاً والجذر درهم ونصف سبع وهو مائتان وعشرة أجزاء فثلثا خمس مائتين وخمسة وعشرين ثلاثون وسبع الجذر ثلاثون». انظر الترجمة اللاتينية ص. ٢٥٨-٢٥٩، وهي تختلف قليلاً عن [ب، ع] وعن [ح] - 10 مسألة: ناقصة [أ، ب، ع، ط] / أرباع: أرباعه [ب] أربعه [ع] - 11 قياسه: قياسه [ب، ح، ع] / ربعها: ربه [ح] / ليكون: فيكون [ب، ح، ع] - 12 وذلك، فذلك [ح] / فتكون: كتب ناسخ [إ] فوقها «تكن» من نسخة أخرى

خمسـة عشر من ثمانين، فاقسم الثمانين / على الخمسة عشر، فيكون ط- ١٦- خمسة وثلاثـة، فذلك جذر المال، والمال ثمانية وعشرون وأربعة أضعاف.

مسألة <١٣> - فإن قال: مال تضربه في أربعة أمثاله فيكون عشرين. فقياسه: أنك إذا ضربته في مثله كان خمسة، وهو جذر خمسة.

5 مسألة <١٤> - / فإن قال: مال تضربه في ثلثه فيكون عشرة. ع- ١٢- ط فقياسه: أنك إذا ضربته في مثله كان ثلاثين، فتقول المال جذر ثلاثين.

مسألة <١٥> - فإن قال: مال تضربه في أربعة أمثاله فيعود ثلث المال الأول.

10 فقياسه: أنك إذا / ضربته في اثني عشر مثله عاد المال، / وهو نصف ١٢- و سدس > وثلث المال الأول هو نصف سدس < في ثلث. ب- ٧٤- و

مسألة <١٦> - فإن قال: مال تضربه في جذره فيعود ثلاثة أمثال المال الأول.

فقياسه: أنك إذا ضربت الجذر في ثلث المال عاد المال، فتقول هذا مال ثلثه جذره، وهو تسعة.

15 مسألة <١٧> - فإن قال: مال تضرب أربعة أجزاره في ثلاثة أجزاره فيعود المال، وزيادة أربعة وأربعين درهماً.

1 الخمسة، خمسة إ ب، ح، ع / فيكون، تكون [ح] - 2 فذلك، وذلك [ح] / المال، المالبه إ ب / والمال، وهو إ ب، ع - 3 مسألة، ناقصة إ، ط، ب، ع، ك / فإن، وإن [ح] - 4 قياسه، قياسه [ح] / وهو جذر خمسة، ناقصة إ ب - 5 مسألة، ناقصة إ، ب، ط، ع، ك - 6 قياسه، فالقياس إ ب، ح، ع / فتقول، ناقصة [ح] / المال، فالمال [ح] - 7 في مثله ... مال، أثبتها في الهامش مع «صح» ع - 7 مسألة، ناقصة إ، ب، ط، ع، ك / فيعود، أثبتها في الهامش مع «صح» ع / ثلث، ثلثا [ح] - 9 قياسه، والقياس [ح] فالقياس إ ب، ع / اثني، اثنا [ح] / مثله، ناقصة [ح] - 11 مسألة، ناقصة إ، ب، ط، ع، ك - 13 قياسه، وقياسه إ ب، ع / أنك، ناقصة إ ب، ع / عاد، عادا [ح] - 14 وهو: أثبتها فوق السطر مع «صح» ع - 15 مسألة، ناقصة إ، ب، ط، ع، ك / أربعة ... ثلاثة، ثلاثة أجزاره في أربعة إ ب، ع، ح، ك - 16 درهماً، ناقصة إ ب، ع، ك.

فقياسه: أن تضرب أربعة أجزار في ثلاثة أجزار، فيكون اثني عشر
مالاً يعدل مالاً وأربعة وأربعين درهماً. فائق من الاثني عشر المال مالاً بمال،
فيبقى أحد عشر مالاً تعدل أربعة وأربعين درهماً. فاقسمها عليها، فيكون
أربعة وهو المال.

5 مسألة <١٨> - / فإن قال: مال تضرب أربعة أجزاره في خمسة ح - ٢١ - ٢
أجزاره فيعود مثلي المال وزيادة ستة وثلاثين درهماً.

فقياسه: أنك تضرب أربعة أجزار في خمسة أجزار فيكون عشرين مالاً
تعدل مائتين وستة وثلاثين درهماً، فتلقى من العشرين مالاً مائتين بالين
فتبقى ثمانية عشر مالاً تعدل ستة وثلاثين درهماً، فتقسم ستة وثلاثين
درهماً على ثمانية عشر، فيكون القسم اثنين، وهو المال. 10

مسألة <١٩> - وكذلك لو قال: مال تضرب جذره في أربعة أجزاره،
فيعود ثلاثة أمثال المال وزيادة خمسين / درهماً. ١٧ - ط

فقياسه: أن تضرب جذراً في أربعة أجزار فيكون أربعة أموال تعدل
ثلاثة أموال وخمسين درهماً. فائق ثلاثة أموال من الأربعة الأموال، فيبقى
مال واحد يعدل خمسين درهماً، وهو <المال>. و<جذر خمسين مضروب في
أربعة أجزار خمسين مائتان تكون ثلاثة أمثال المال وزيادة خمسين
درهماً. 15

1 فقياسه: فالقياس [ب، ع] والقياس [ح] / أن تضرب في ذلك أن يضرب [ب، ع] في ذلك
أنك تضرب [ح] / اثني، اثنا [ح] - 2 المال، ناقصة [ب، ع] - 3 فائق ... درهماً، ناقصة [ح]
- 3 درهماً، ناقصة [ب، ع، ل] / فاقسمها، تقسمها [ح] / عليها، عليه [ب، ع] / فيكون
تكن [أ، ط] كتب ناسخ [أ] فرقها «فيكون» من نسخة أخرى - 4 أربعة وهو المال، المال أربعة
[ب، ع] - 5 مسألة، ناقصة [أ، ب، ع، ط، ل] / مال تضرب، ناقصة [ب، ع] / أجزاره، أجزار
[ب، ع] - 6 مثلي المال، مثل المال مرتين [ب، ع] - 7 فقياسه، فالقياس [ب، ع] فقياسه [ح] /
أنك، أن [ب، ح، ع] - 8 العشرين، عشرين [ح] / مالاً، المال [أ، ط] ناقصة [ب، ع] بالين، مائتين
[ح] - 9 تبقى، فيبقى [ع] - 10 درهماً، ناقصة [ب، ع، ح، ل] / فيكون القسم اثنين، ناقصة
[ب، ع، ل] يكون اثنين [ح] - 11 مسألة، ناقصة [أ، ب، ط، ع، ك] / أجزاره، أجزار [ب، ع]
- 12 أمثال، ناقصة [ب] - 13 أن، انك [ح] - 13-14 فقياسه ... درهماً، ناقصة [ب، ع]
موجودة في [ك] - 14 أموال (الثانية): أمثال [ب] / الأربعة الأموال: أربعة أموال [ب، ح، ع] /
فيبقى، يبيت [أ، ط] - 15 واحد، ناقصة [ب، ع، ك] / يعدل، يعد [ع] / <المال>، نجد في
[ك]، Ipoe enimest census / مضروب، ناقصة [ب، ح، ع] - 16 خمسين، خمسين أيضاً
[أ، ط] / مائتان، فذلك مائتان [أ، ط] مائتين [ب، ع] ناقصة [ح].

مسألة <٢٠> - فإن قال: مال تزيد عليه عشرين درهماً، فيكون مثل اثني عشر جذر المال.

قياسه أن تقول: مال وعشرون درهماً تعدل اثني عشر جذراً، فنصف الأجزاء واضربها في مثلها تكون ستة وثلاثين، وانقص منها العشرين درهماً، وخذ جذر ما بقي، فانقصه / من نصف الأجزاء، وهو ستة. فما بقي فهو جذر المال، وهو درهماً، والمال أربعة.

ج - ٢١ - ٥
ب - ١٤ - ٥
ظ - ٢١ - ٥

مسألة <٢١> - فإن قال: مال تعزل ثلثه وثلاثة دراهم، ثم تضرب ما بقي / في مثله فيعود المال.

ب - ٧٤ - ٥
ظ - ٧٤ - ٥

قياسه: أنك إذا ألتيت ثلثه وثلاثة دراهم بقي ثلثاه إلا ثلاثة دراهم وهو جذر. فاضرب ثلثي شيء، إلا ثلاثة دراهم في مثله، فتقول: ثلثان في ثلثين أربعة أتساع مال، وإلا ثلاثة دراهم في ثلثي شيء جذران، وإلا ثلاثة دراهم في ثلثي شيء جذران، وإلا ثلاثة دراهم في إلا ثلاثة دراهم تسعة دراهم، فيصير / معك أربعة أتساع مال وتسعة دراهم إلا أربعة أجزار تعدل جذراً. فزد الأربعة الأجزاء على الجذر، فيكون خمسة أجزار تعدل أربعة أتساع مال وتسعة دراهم. فأكمل مالك، وهو أن تضرب الأربعة الأتساع في اثنين وربيع، فيكون مالاً. واضرب تسعة دراهم في اثنين وربيع يكون عشرين وربيعاً، ثم اضرب الخمسة الأجزاء / في اثنين

١ مسألة، ناقصة [أ، ط، ب، ع، ك] - 2 جذر المال، جذره [أ، ط] - 3 قياسه، قياسه [أ، ط، ح] / عشرون، عشرين [ع] / درهماً، ناقصة [ب، ع، ك] / اثني، اثنا [ح] - 4 تكون، تكن [أ، ط] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «تكون» من نسخة أخرى / تكون ستة وثلاثين، ناقصة [ب، ح، ع، ك] / وانقص، فانقص [أ، ط] - 5 درهماً، الدرهم [أ، ط، ب، ع] / ما بقي، ما يبقى [ب، ع] - 7 مسألة، ناقصة [أ، ب، ط، ع، ل] / تعزل، يعدل [ب] / ثم تضرب، وتضرب [أ، ط] - 9 قياسه، فالتقياس في ذلك [ب، ع] فقياسه [ح] - 10 جذر، جذر المال [ح] / فتقول، ناقصة [ب، ع، ح، ل] / ثلثان، فثلثان [ب، ع] - 11-12 وإلا ثلاثة ... جذران، ناقصة [د] - 12 دراهم (الأولى)، ناقصة [ح] / إلا (الأولى والثانية)، ناقصة [ب، ح، ع، ل] / دراهم (الثانية والثالثة)، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 13 دراهم، لمجد كلمة «زايدة» بدلاً عنها [ح] / فيصير، فيكون [ب، ع، ل] / معك، ناقصة [ب، ع، ل] - 13-14 أربعة أتساع ... فيكون، ناقصة [ح] - 14 فيكون، فيصير [ب، ع] - 15 مال، ناقصة [أ] - 15-16 فأكمل ... مالاً، فتريد أن تضرب الأربعة الأتساع حتى تكمل (حتى تكمل، تكميل [ب] في تكميل [ع]) تسعة فاضرب أربعة في اثنين وربيع [ب، ع، ح]، انظر التطبيق رقم [٢] - 16 دراهم، ناقصة [ب، ع] - 17 يكون، فيكون [ب، ع] يكن [أ، ط] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «يكون» من نسخة أخرى / عشرين، عشرين درهماً [ب، ح، ع] / ثم اضرب، فاضرب [ب، ع، ل] واضرب [ح].

وربع، فيكون أحد عشر شيئاً وربعاً. فيصير ملك مالٌ وعشرون درهماً
وربع يعدل أحد عشر جذراً وربعاً، فقابل بذلك كنحو ما وصفت لك في
تصنيف الأجزاء، إن شاء الله.

مسألة (٢٢) - فإن قال: مالٌ تضرب ثلثه في ربعة فيعود المال.

5 قياسه: أن تضرب ثلث شيء في ربع شيء، فيكون نصف سدس مال
تعدل شيئاً، فالمال يعدل اثني عشر شيئاً، وهو جذر مائة وأربعة وأربعين.

مسألة (٢٣) - فإن قال: مالٌ تضرب / ثلثه ودرهماً في ربعة ح - ١٢ - و
ودرهمين، فيعود المال وزيادة ثلاثة عشر درهماً.

10 قياسه: أن تضرب ثلث شيء في ربع شيء، فيكون نصف سدس مال،
وتضرب درهمين في ثلث شيء، فيكون ثلثي جذر، ودرهماً في ربع شيء،
فيكون ربع شيء، ودرهمان في درهم درهمان، فذلك نصف سدس مال
ودرهمان وأحد عشر جزءاً من اثني عشر جزءاً من جذر تعدل جذراً
وثلاثة عشر درهماً. فالق درهمين من ثلاثة عشر بدرهمين، فيبقى أحد
عشر درهماً، وألق أحد / عشر جزءاً من جذر، فيبقى نصف سدس جذر ع - ١٤ - ظ

1 فيكون: يكون [ح] - 1-2 فيصير... وربعاً: ناقصة [ك] - 2 جذر: شيئاً [ب، ع، ح، ك] /
بذلك: بها [ب، ع] به [ح] / لك: ناقصة [ح] / في: من [ب، ح، ع] - 3 تصنيف: تنصف [ب]
/ إن شاء الله: ناقصة [ح] - 4 مسألة: ناقصة [أ، ط، ب، ع، ك] - 5 قياسه: قياسه [ح] - 6
يعدل: ناقصة [ب، ع] / اثني: اثنا [ب، ع] / فالمال... وأربعين: والمال أربعة وأربعون ومائة
وجذره: اثنا عشر درهماً [ح] Ergo census est duodecim res [ك] / جذر: ناقصة [ب، ع]
/ أربعين: أربعون [ب، ع] - 7 مسألة: ناقصة [أ، ب، ط، ع] / درهم: درهم [ب، درهمان [أ]
- 9 قياسه: قياسه [ب، ع] - 10-11 وتضرب... ودرهمان: هناك العبارة التالية بدلاً عنها
«ودرهم (ودرهماً [ح]) في ربع شيء ودرهمان (ودرهمين [ح]) في ثلث شيء ثلثا شيء
ودرهمان (ودرهمين [ح]) في درهم» [ب، ع، ح، ك] - 11 شيء: جذر [أ، ط] وكتب ناسخ [أ]
فوقها «شيء» من نسخة أخرى / ودرهمان، ودرهمين [أ، ط] / درهمان، بدرهمين [ط] درهم
[أ] ناقصة [ب، ع] / فذلك، فذلك يكون [ح] - 12 اثني: اثنا [ح] / من جذر: ناقصة [ب، ع] /
جذر: كتب ناسخ [أ] فوقها «شيء» من نسخة أخرى / جذر: جذر [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها
«شيء» من نسخة أخرى - 13 بدرهمين: ناقصة [ب، ع] درهم [ح] - 14 درهم: ناقصة [ب،
ع] / وألق، فالق [ح] / أحد: الواحد [ب، ع] / سدس جذر: جذر واحد [ب] / سدس جذر
[ح].

وأحد عشر درهماً تعدل نصف سدس مال، فأكملة وذلك أن تصربه في اثني عشر، وتصرب كل ما معك في اثني عشر، فيكون / مالا يعدل مائة واثنين وثلاثين درهماً وجذراً. فقابل به تصب، إن شاء الله تعالى، كما وصفت لك.

- 5 مسألة (٢٤) - فإن قال، درهم ونصف مقسوم على رجل وبعض رجال، فأصاب الرجل مثلي البعض.
- فقياسه: أن/ تقول، الرجل والبض هو واحد وشيء، فكانه قال، درهم ونصف بين واحد وشيء، فأصاب الواحد شيئين. فاضرب الشيئين في الواحد والشيء، فيكون مالمين وشيئين تعدل درهماً ونصفاً، فردهما إلى مال واحد، وهو أن تأخذ من كل ما معك نصفه. فتقول، مالٌ وشيء، تعدل ثلاثة أرباع درهم، / فقابل به على نحو ما وصفت لك في صدر الكتاب. ح - ٢٢ - ط

- مسألة (٢٥) - فإن قال، مال عزلت ثلثه وربعه وأربعة دراهم، وضربت ما بقي في مثله، فعاد المال وزيادة اثني عشر درهماً.
- فقياسه: أنك تأخذ شيئاً فتعزل ثلثه وربعه، فيبقى خمسة أجزاء من اثني عشر جزءاً من شيء، فتعزل منها أربعة دراهم أيضاً، فيبقى خمسة أجزاء من / اثني عشر من شيء. إلا أربعة دراهم، فتصربها في مثلها، أ - ١٢ - و

1 وذلك أن بان [ح] - 2 اثني، اثنا [ح] / وتصرب ... عشر، ناقصة [ح] / مالا، كتب ناسخ [أ] فولهذا «مال» من نسخة أخرى - 3 تصب، ناقصة [ب، ع] / تعالى، تعال [أ] ناقصة [ع] - 3-4 كما وصفت لك، ناقصة [ب، ع، ج] - 5 مسألة، ناقصة [أ، ط، ب، ع، ل] - 6 رجال، رجل [أ، ب، ع، ح، ط] / مثلي، مثل [ح] - 7 فقياسه، فإن قياه [ب، ع، ح] / الرجل، الدرهم [ب، ع] - 8 بين واحد وشيء، مقسوم على سدس درهم وشيء [ب] درهم وشيء [ع] بين درهم وشيء [ح، ل] / الواحد، الدرهم [ب، ع، ح، ل] - 9 الواحد، درهم [ب، ح، ع، ل] / والشيء، ناقصة [ح] وشيء [ب، ع] / ونصفاً، ونصف [ب، ع] - 10 ما معك شيء [ب، ح، ع، ل] - 11 فقابل، تقابل [أ] / في صدر الكتاب، ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 12 مسألة، ناقصة [أ، ط، ب، ع، ك] - 13 وضربت، فضررت [ح] / فعاد، يعاد [ب] / اثني، اثنا [ح] - 14 قياه، قيله [ب، ع] / أنك، أن [ب، ع] / فتعزل، فتقول [ب] - 15 اثني، اثنا [ح] / جزءاً، ناقصة [ب، ع، ح] / أيضاً، ناقصة [ح] كتبها فوق السطر من نسخة أخرى [أ] - 15-16 فتعزل ... شيء، ناقصة [ب، ع] موجود في [ك] - 16 اثني، اثنا [ح].

- فتكون الأجزاء الخمسة خمسة وعشرين جزءاً، وتضرب الاثني عشر في مثلها فتكون مائة وأربعة وأربعين، فذلك خمسة وعشرون من مائة وأربعة وأربعين من مال. ثم تضرب الأربعة الدراهم في الخمسة الأجزاء من اثني عشر من شيء مرتين، فيكون أربعين جزءاً كل اثني عشر منها شيء، والأربعة الدراهم في الأربعة الدراهم ستة عشر درهماً زائدة، فتصير الأربعون الجزء ثلاثة أجزار وثلاث جذر ناقصة. فتحصل معك خمسة وعشرون جزءاً من مائة وأربعة وأربعين جزءاً من مال وستة عشر درهماً إلا ثلاثة أجزار وثلاث جذر / تعدل المال الأول، وهو شيء، واثني عشر ع-١٥-١٠ درهماً. فاجبره وزد الثلاثة الأجزار والثلاث على الشيء، والاثني عشر درهماً، فتصير أربعة أجزار وثلاث جذر واثني عشر درهماً. فقابل به وألق الاثني عشر من ستة عشر، يبقى أربعة دراهم وخمسة وعشرون جزءاً من مائة وأربعة وأربعين من مال تعدل أربعة أجزار/ وثلاثاً. فتحتاج أن تكمل مالك، وإكمالك إياه أن تضرب جميع ما معك في خمسة وتسعة عشر جزءاً من أجزاء خمسة وعشرين. فتضرب خمسة وعشرين «جزءاً» من مائة وأربعة وأربعين جزءاً من مال في خمسة وتسعة عشر جزءاً من خمسة وعشرين، فيكون مالاً، وتضرب الأربعة الدراهم في خمسة وتسعة عشر جزءاً من خمسة وعشرين، فيكون ثلاثة وعشرين درهماً وجزءاً

١ الأجزاء الخمسة، الخمسة الأجزاء [ب، ع] الخمسة الأجزاء من [ح] / جزءاً ناقصة [ب، ع]، [ح] / الاثني، الاثنا [ح]. انظر التعليق رقم [٤] - 2 فذلك، وذلك [ع] - 3 الأربعة الدراهم: الأربعة دراهم [ب، ع، ح] *quattuor dragmas exceptas* [ك]. أي إلا الأربعة الدراهم/ الخمسة الأجزاء، خمسة أجزاء [ب، ح، ع]، كتب ناسخ [أ] فوقها «خمسة أجزاء» من نسخة أخرى / اثني، اثنا [ح] - 4 فيكون، فيكون معك [ب، ح، ع] / أربعين، أربعون [ب، ح، ع] / اثني، اثنا [ح] - 5 والأربعة للدراهم، والأربعة دراهم [ب، ح، ع] *Et quattuor dragma di-* *minue* [ك] / الأربعة، أربعة [ب، ع، ح] وأثبت «الا» في العاشر [ع] / للدراهم، ناقصة [ب، ح، ع] - 6 أجزار، أجزاء [ب، ع] / ناقصة، ناقص [أ] / فتحصل، فحصل [ح] / معك، ناقصة [ح] - 7 جزءاً، ناقصة [ح] - 8 شيء، جذر [ب، ح، ع] *radici* [ك] / اثني، اثنا [ب، ح، ع] - 9-16 فاجبره... مالاً، نجد بدلاً عنها «قابل به قتلني اثني (اثنا [ح]) عشر من ستة عشر فيبقى أربعة دراهم وتزيد الثلاثة (الثلة [ب]) الأجزاء والثلاث على الجذر فيكون معك أربعة أجزار وثلاث جذر (ح-٢٢-٢) يعدل خمسة وعشرين من أربعة وأربعين ومائة من مال وأربعة دراهم فتحتاج إلى (إلى، ناقصة [ح]) أن تكمل مالك فتضربه في خمسة وتسعة عشر جزءاً من خمسة وعشرين حتى تكمل [ب، ع، ح، ك] - 10 وثلاث، كتب ناسخ [أ] فوقها «وثلاثاً» من نسخة أخرى - 11 الاثني، اثني [أ، ط] - 12 وأربعة، ناقصة [أ] - 16 تسعة، سبعة [ح] - 17 من خمسة وعشرين، ناقصة [ب، ح، ع].

من خمسة وعشرين، وتضرب أربعة أجزار وثلاثاً في خمسة وتسعة عشر جزءاً من خمسة وعشرين، فيكون أربعة وعشرين جذراً وأربعة وعشرين جزءاً من خمسة وعشرين من جذر.

فنصف الأجزاء، فيكون اثني عشر جذراً واثني عشر جزءاً من خمسة وعشرين من جذر، فاضربها في مثلها، فيكون مائة وخمسة وخمسين وأربعمائة وتسعة وستين جزءاً من ستمائة وخمسة وعشرين، فأتق منها الثلاثة والعشرين والجزء من الخمسة والعشرين الذي كان مع المال، فيبقى مائة واثنان وثلاثون وأربعمائة وأربعة وأربعون جزءاً من ستمائة وخمسة وعشرين، فتأخذ جذر ذلك - وهو أحد عشر درهماً وثلاثة عشر جزءاً

من خمسة وعشرين - فتزيده على نصف الأجزاء، التي هي اثنا عشر درهماً واثنا عشر جزءاً من خمسة وعشرين، فيكون ذلك / أربعة ع - ١٥ - ط وعشرين وهو المال الذي طلبته، الذي تعزل ثلثه وربعه وأربعة / دراهم، ١ - ١٢ - ط ثم تضرب ما بقي في مثله؛ فيعود المال وزيادة اثني عشر درهماً.

مسألة (٢٦) - فإن قال / مال ضريته في ثلثيه يبلغ خمسة. ٥١ - ط

فقياسه، أن تضرب شيئاً في ثلثي / شيء، فيكون ثلثي مال تعدل ح - ٢٢ - ط خمسة، فأكملة يمثل نصفه وزد على الخمسة مثل نصفها، فيصير معك مال يعدل سبعة ونصفاً، فجذرهما هو الشيء الذي تضربه في ثلثيه فيكون خمسة.

2 وعشرين (الأولى)، وعشرين جزاً [ب] - 3 من خمسة وعشرين، ناقصة [ب] من خمسة وعشرين جزاً [ع] / جذر، كتب ناسخ [أ] فوقها «شيء» من نسخة أخرى - 4 التي (الأولى والحادية)، اثنا [ح] - 5 من جذر، ناقصة [ب]، ح، ع، ك / فاضربها، واضربها [أ]، ط / وخمسين، وخمسين درهماً [أ] وكتب «خ» فوق «درهماً» - 6 درهماً، ناقصة [ب]، ح، ع، ك / ستين، تسعين [ح] / ستمائة، اجزا ستمائة [ح] / فأتق، فتلقى [ب]، ح، ع / منها، منها الدراهم [أ] وكتب «خ» فوق «الدراهم» - 7 والعشرين، والعشرين درهماً [ح] / الخمسة والعشرين، خمسة وعشرين [ب]، ح، ع - 8 وأربعة، ناقصة [أ]، ط - 9 ذلك، ما لك [ب]، ع / درهماً، ناقصة [ب]، ح، ع، ك - 10 فتزيده، فتزيد [ح] / اثنا، اثني [أ]، ط، ع، ح - 11 درهماً، ناقصة [ب]، ح، ع / اثنا، اثني [أ]، ط، ع - 12 عشرين، عشرون [ح] / الذي طلبته، المطلوب [أ]، ط ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «الذي طلبته» من نسخة أخرى - 12 - 13 الذي (الثانية) ... درهماً، ناقصة [ب]، ح، ع - 14 مسألة، ناقصة [أ]، ط، ب، ع / ضريته، تضربه [ب]، ع / ثلثيه، ثلثه [ح] - 15 قياسي، قياسي [ب]، ع - 16 فأكملة، فكملة [ح] / مثل، ناقصة [ب]، ع - 17 فجذرهما، فخذ جذرها [أ]، ط / الذي، الذي تريد أن [أ]، ط.

مسألة <٢٧> - فإن قال: مالان بينهما درهمان، قسمت القليل على الكثير فأصاب القسم نصف درهم.

قياسه: أن تضرب شيئاً ودرهمين في القسم، وهو نصف، فيكون نصف شيء، ودرهماً تعدل شيئاً، فالتق نصف شيء، بنصف شيء، يبقى درهم يعدل نصف شيء، فأضعفه فيكون مئة شيء، يعدل درهمين، وهو أحد المائتين، والمال الآخر أربعة.

مسألة <٢٨> - فإن قال: قسمت درهماً على رجال فأصابهم شيء، ثم زدت فيهم رجلاً، ثم قسمت عليهم درهماً، فأصابهم أقل من القسم الأول بسدس درهم.

- 10 قياسه: أن تضرب عدد الرجال الأولين وهم شيء في / النقصان الذي بـ ٧٦ - و بينهم، ثم تضرب ما اجتمع في عدد الرجال الآخرين، ثم تقسم ما اجتمع على ما بين الرجال الأولين والآخرين، فإنه يخرج مالك الذي قسمته. فاضرب عدد الرجال الأولين وهو شيء في السدس الذي بينهم، فيكون سدس جذر. ثم اضرب ذلك في عدد الرجال الآخرين، وهو شيء، وواحد، يكون سدس مال وسدس جذر مقسوم على درهم تعدل درهماً. فأكمل 15 مالك، وهو سدس، فاضربه في ستة، فيكون / مالاً وجذراً، واضرب حـ ١١ - و الدرهم في الستة بستة دراهم، فيكون مالاً وجذراً تعدل ستة دراهم.

1 مسألة ناقصة [أ، ب، ع، ط، ك] وهي تكرار لمسألة ٨ - 2 نصف، نصفاً [ح] / درهم: ناقصة [ب، ح، ع، ك] - 3 قياسه ... ودرهمين، فقلت (فقل [ح]) شيء ودرهمان [ب، ع، ح] / فيكون، يكون [ب، ع] - 4 درهماً: درهم [ب، ح، ع] / فالتق، فالتقت [ب، ح، ع] / نصف شيء، بنصف شيء، هذا من هذا [ب، ع] نصفاً بنصف [ح] Prohice ergo medietatem cum medietate [ك] / يبقى، يبقى [ب، ح، ع] / درهم، درهماً [ع] - 7 مسألة ناقصة [أ، ط، ب، ع، د] / قال: ناقصة [ح] - 10 قياسه، قياسه [أ، ط] / عدد ناقصة [ب، ح، ع، د] / وم شيء، ناقصة [ب، ع، د] - 11 بينهم، بينهما [ح، ع] عليهما [ب] / عدد، عدة [ح] / الآخرين، الأولين والآخرين [أ، ط] - 12 فإنه، فالتق [ح] / الذي قسمته، ناقصة [ب، ح، ع، د] - 13 هو، هم [أ، ب، ط، ع] لم كتب ناسخ [أ] فوقها «هو» من نسخة أخرى / فيكون، يكون [ب، ع] - 14 الآخرين، الأولين والآخرين [أ، ط] / هو، هم [ب، ع، ح] - 15 فأكمل، فأكمل [أ، ط] - 16 مالك: المال الذي ملك [أ، ط] مثالك [ع] / وهو سدس: ناقصة [ب، ع، ح] / سدس: ناقصة [أ، ط] / فاضربه، ان تضربه [أ، ط] / فيكون مالاً وجذراً: فيكون مئة مال وجذر [أ، ب، ع، ح، ط] / واضرب، فاضرب [أ، ح، ط] - 17 الستة، ستة [أ، ح، ط] / بستة، فيكون ستة [ب، ط، ع] يكون ستة [ح] / مالاً وجذراً، مال وجذر [ح].

فَنَصَّفَ الجذر واضربه في مثله، فيكون ربعا، فزده على / الستة وخذ جذر ط - ٥٢
ما اجتمع، فانقص منه نصف الجذر الذي كنت ضربته في مثله، وهو نصف
وما بقي فهو عدد الرجال الأولين، / وهما في هذه المسألة رجلان. ع - ١٦ - ٥

مسألة ٢٩ - فإن قال: مال ضربته في ثلثيه فكان خمسة.

قياسه: أنك إذا ضربته في مثله كان سبعة ونصفا؛ فتقول: هو جذر 5
سبعة ونصف <فاضربه> في ثلثي جذر سبعة ونصف. فاضرب ثلثين في
ثلثين فيكون أربعة أتساع، وأربعة أتساع في سبعة ونصف يكون ثلاثة
وثلثا، فجذر ثلاثة وثلث هو ثلثا جذر سبعة / ونصف؛ فاضرب ثلاثة
وثلثا في سبعة ونصف، فيكون خمسة وعشرين، فجزرها خمسة.

مسألة ٣٠ - فإن قال: مال تضربه في ثلاثة أجزاره، فيكون خمسة 10
أمثال المال الأول، فكأنه قال: مال ضربته في جذره فكان مثل المال الأول
وثلثيه، فجزر المال درهم وثلثان، والمال درهمان وسبعة أتساع.

مسألة ٣١ - فإن قال: مال تلقي ثلثه ثم تضرب الباقي في ثلاثة
أجزاء المال الأول، فيعود المال الأول.

قياسه: أنك إذا / ضربت المال الأول كله، من قبل أن تلقي ثلثه، في 15
ثلاثة أجزاره كان مالا ونصفا، / لأن ثلثيه في ثلاثة أجزاره مال، فهو كله
في ثلاثة أجزاره مال ونصف، وهو كله في جذر واحد نصف مال، فجزر

1 نصف، فنصف [ب] / واضربه: فاضربه [ب]، ع / فيكون ربعا، ناقصة [ب]، ع، ح، ل /
فزده، وزده [ب]، ح، ع، ل - 1 - 3 وخذ ... رجلان، درهم فيكون ستة وربعا ثم خذ جذرها
يكون اثنين ونصف فانقص منه نصف الجذر يبقى اثنان وهما عدد الرجال الأولين [ح] - 2
الجذر: جذر [ب]، ع / الذي ... نصف ناقصة [ب]، ع، ل - 3 هما م [ب] ثم كتب فوقها
<هما> من نسخة أخرى / في هذه المسألة: ناقصة [ب]، ع - 4 مسألة ٢٩ هي تكرار مسألة
٢٩ / ثلثيه، لك [ع] - 5 قياسه، قياه [أ]، ط / فتقول، تقول [ح] / هو ناقصة [ح] - 6
<فاضربه> Multiplica igitur [ك] - 7 وأربعة، فاربعة [ب]، ع، ح / يكون ناقصة [ب]،
ح، ع - 8 ثلثا، ثلث [ب]، ح، ع / هو ناقصة [ب]، ع - 9 وعشرين، عشرين [ع] - 10
مسألة ناقصة [أ]، ب، ط، ع، ك / تضربه، ضربته [ب]، ع / فيكون، فكان [ب]، ع - 11
الأول (الأولى): ناقصة [ب]، ح، ع، ك - 12 فجزر المال، فجزر المال الأول [ح] / وسبعة، سبعة
[ح] - 13 مسألة ناقصة [أ]، ب، ط، ع، ك / لك، ثلثيه [أ] - 14 الأول (الأولى): ناقصة [أ]
- 15 قياسه، قياه [أ]، ط / الأول، ناقصة [ب]، ح، ع / من ناقصة [ب]، ح، ع - 16 كان
يكون [ب]، ع / فيكون [ح] / ثلثيه، لك [ب]، ع - 17 مال ونصف: يكون مالا ونصف [ب]، ح،
ع / وهو: فهو [ب]، ع / في ناقصة [ع].

المال نصف، والمال ربع. فثلثا المال سدس، وثلاثة أجزار المال درهم ونصف، فمتى ما ضربت سدساً في درهم ونصف، خرج ربعاً وهو المال.

مسألة (٢٢) - فإن قال: مال تعزل أربعة أجزاره، ثم تأخذ ثلث ما بقي، فيكون مثل الأربعة الأجزاء، فالمال مائتان وستة وخمسون.

قياسه: أنك تعلم أن ثلث ما بقي مثل أربعة أجزاره، وأن ما بقي مثل اثني عشر جذراً، فزد عليها الأربعة الأجزاء، فتكون ستة عشر جذراً، وهو جذر المال.

مسألة (٢٣) - فإن قال: مال عزلت جذره، وزدت على جذره جذر / ط - ٥٢

ما بقي، فكان درهمين. فهذا جذر مال وجذر مال إلا جذراً تعدل درهمين. فألق منه جذر مال وألق من الدرهمين جذر مال. فيكون درهمين إلا جذراً في مثله - أربعة دراهم ومالاً إلا أربعة أجزار - تعدل مالاً إلا جذراً. فقابل به فيكون مالاً / وأربعة دراهم تعدل مالاً وثلاثة أجزار، فقلقي مالاً بمال، ع - ١١ - ط فيبقى ثلاثة أجزار تعدل أربعة دراهم، فالجذر يعدل درهماً وثلثاً، وهو جذر المال، والمال درهم وسبعة أضعاف درهم.

مسألة (٢٤) - فإن قال: مال تعزل / ثلاثة أجزاره، ثم تضرب ما ح - ١٥ - ر

بقي في مثله فيعود المال. فقد علمت أن الذي بقي هو جذر أيضاً، وأن المال أربعة أجزار وهو ستة عشر درهماً.

2 ما: ناقصة [ح] / ربعاً: ربع [ب، ع] / المال: ماله [ب، ح، ع، ك] - 3 مسألة: ناقصة [أ، ط، ب، ع] / تعزل: يعدل [ب، ح، ع] - 4 فالمال: والمال [ب، ع] - 5 قياسه: قتيابه [أ، ط] وقياسه [ح] / أنك: إن [ب، ع] / أربعة أجزاره: ناقصة [ح] الأربعة الأجزاء [أ، ط] ثم كتب النسخ فوقها «أربعة أجزاره» من نسخة أخرى، وهي هكذا في [ك] / وأن ما: وإن [أ] ناقصة [ح] / بقي مثل: ناقصة [ح] - 6 اثني: اثنا [ح] / جذراً: جذره [أ، ط] / عليها: عليه [ح] / الأربعة الأجزاء: quattuor radices quas prius abstulisti [ك] / جذراً: ناقصة [ب، ع] - 8 مسألة: ناقصة [أ، ب، ط، ع، ك] / على جذره: عليه [ح] - 9 فكان: فكان ذلك [ح] / وجذر: وجذره [أ] / إلا جذراً: إلا جذراً [ح] - 10 فألق منه جذر مال: ناقصة [ك] / من الدرهمين: مكررة [ع] - 11 مثله: كتب ناسخ [أ] فوقها «مثله» من نسخة أخرى / ومالاً: ومال [ب، ع] / إلا أربعة: الأربعة [ع] - 12 فيكون: يكون [ح] / مال: مال [ح] - 13 - 14 وهو جذر المال: ناقصة [ب، ح، ع، ك] - 14 أتباع: أسباع [ب] - 15 مسألة: ناقصة [أ، ب، ط، ع، ك] / تعزل: يعدل [ب، ح، ع] - 17 بقي: يبقى [ح] - 18 درهماً: ناقصة [أ، ط] درهمان [ع].

باب المعاملات

اعلم أن معاملات الناس كلها من البيع والشراء والصرف والأجر وغير ذلك على وجهين بأربعة / أعداد يلفظ بها السائل وهي: المسعر والسعر ب- ٧٧- و والتمن والمثمن.

5 فالعدد الذي هو المسعر مباين / للعدد الذي هو الثمن. والعدد الذي هو السعر مباين للعدد الذي هو المثمن، وهذه الأربعة الأعداد ثلاثة منها أبداً ظاهرة معلومة، وواحد منها مجهول، وهو الذي في قول القائل كم، وعنه يسأل السائل.

10 فالقياس في ذلك، أن تنظر إلى الثلاثة الأعداد الظاهرة، فلا بد أن يكون منها اثنان، كل واحد منهما مباين لصاحبه، فتضرب العددين الظاهرين المتباينين كل واحد منهما في الآخر، فما بلغ فاقسمه على العدد الآخر الظاهر الذي مباينه مجهول، فما خرج لك فهو العدد المجهول الذي يسأل عنه السائل وهو المباين للعدد الذي قسمت عليه.

1 باب: ناقصة [ب، ع] / المعاملات: ناقصة [ب] وترك فراغاً لها- 2 من: [أ، ط] / البيع والشراء، الشراء والبيع [ح] / الشراء: الفرا [ب] البصري [أ، ط، ع] / الأجر: الاجزا [ب، ع] الاجازة [أ، ط] ثم كتب نسخ [أ] فوقها «الاجر» من نسخة أخرى - 3 بأربعة: اربعة [ع] اربعة [ب] وكررها في بداية الصفحة التالية / السائل: كتب نسخ [أ] فوقها «القائل» من نسخة أخرى / هي: هو [ح] / السعر: المسعر [ب، ع] - 4 الثمن، والمثن، والمثمن والسعر [ح، ع] الثمن والمثمن [ب] - 8 يسأل: سال [ح] - 9 فالقياس: والقياس [أ، ط] / فلا: ولا [ح] / أن: من أن [ب، ع] - 10 منها اثنان، اثنان منها [ح] / منهما: ناقصة [ح] - 10-11 مباين ... منهما: أثبتتها في الهامش مع «صح» [ع] - 11 الظاهرين المتباينين، المتباينين الظاهرين [ب، ع، ل] / المتباينين، المباينين [ح] / الآخر: صاحبه [أ، ط] ثم كتب نسخ [أ] فوقها «الآخر» من نسخة أخرى / فاقسمه: قسمته [ح] - 12 الآخر: ناقصة [ح] / الظاهر: ناقصة [ب، ع] / مباينه: متباينه [ط] / الذي: أثبتتها في الهامش [ع] - 13 يسأل عنه: عنه يسأل [ب، ع، ح، ل] / المباين: مباين [أ، ط] / قسمت عليه: عليه قسمت [ب، ح، ع، ل].

- ومثال ذلك في وجه / أول منه - إذا قيل لك: عشرة بستانة كم لك ط - ٥١
 بأربعة؟ فقله عشرة هو العدد المسعر، / وقوله بستانة هو السعر، وقوله كم ح - ٢٥ - ط
 لك هو العدد المجهول المثلث، وقوله بأربعة هو العدد الذي هو الثمن.
 فالعدد المسعر الذي هو العشرة مباين للعدد الذي هو الثمن، وهو الأربعة.
 5 فاضرب العشرة في الأربعة، وهما المتباينان الظاهران، فتكون أربعين.
 فاقسمها على العدد الآخر الظاهر، الذي هو السعر وهو ستة، فيكون ستة
 وثلاثين، وهو العدد المجهول، الذي هو في قول القائل / كم، وهو المثلث، ع - ١٧ - و
 ومباينه الستة التي هي السعر.
 والوجه الثاني - قول القائل: عشرة بشمانية كم ثمن أربعة. وربما، قال:
 10 أربعة منها كم ثمنها؟ فالعشرة هي العدد المسعر وهو مباين للعدد / الذي ب - ٧٧ - ط
 هو الثمن المجهول الذي في قوله كم، والشمانية هي العدد الذي هو السعر
 وهو مباين للعدد الظاهر، الذي هو المثلث، وهو أربعة. فاضرب العددين
 الظاهرين المتباينين أحدهما في الآخر، وهو أربعة في ثمانية، فيكون اثنين
 وثلاثين، واقسمه على العدد الآخر الظاهر الذي هو المسعر، وهو عشرة،
 15 فيكون ثلاثة وخمسة، وهو العدد الذي هو الثمن، وهو مباين للعشرة التي
 عليها قسمت.

1 ومثال، مثال [ح] / في، ناقصة [ح] / أول، ناقصة [أ، ط] / أول منه، منه أول [ب، ح، ع] /
 إذا قيل لك، وان [فان [ع]] سال سائل قال [ب، ع، ل] سال سائل [ح] - 2 قوله، فقولك [ح]
 / وقوله، وهو [ب، ع] / بستانة، بستانة هو العدد الذي [ب، ع، ح، ل] - 3 لك، ناقصة [ب، ع]
 / هو، فهو [ب] فهذا [ع] / المجهول، المجهول الذي هو [ح] / وقوله ... الثمن، ناقصة [ح] /
 بأربعة، أربعة per quattuor dragmas [د] - 4 فالعدد، والعدد [ب، ع] / العشرة، عشرة [ح] /
 الثمن، المثلث [ح] / وهو الأربعة، ناقصة [ح] / الأربعة، أربعة [ب، ع] quattuor dragme [د]
 - 5 العشرة، عشرة [ب، ع، ح] / الأربعة، أربعة [ب، ع، ح، ل] / الظاهران، والظاهران [ح]
 - 6 فاقسمها، فاقسمه [ب، ع، ح] / ستة، sex dragme [د] / فتكون، يكون [ح] - 7
 وثلاثين، ثلاثين [ح] / هو، أثبتتها في الهامش مع «صح» [ع] / في، ناقصة [ح] - 8 مباينه،
 مباينه [ب، ع] ومباينه [ح] / التي هي، الذي هو [أ، ط] / السعر، العشرة [ع] - 9 والوجه،
 ناقصة [ب] - 10 هي، هو [ب، ع] - 11 قوله، قول القائل [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «قول
 القائل» من نسخة أخرى / هي، هو [ب، ع] - 12 المثلث، الثمن [ب، ع] - 13 أربعة، أثبتتها
 في الهامش مع «صح» [ع] - 14 واقسمه، فاقسمه [ب، ع] واقسم [ح] / الآخر الظاهر،
 الظاهر الآخر [ح] / الذي هو، ناقصة [ب، ع] - 15 فيكون، يكن [ح] / ثلاثة، ثلاثا [ب، ح]
 للثمن، المثلث [ط] / وهو، ناقصة [ح] / مباين، المباين [ب، ع، ح].

وهكذا جميع معاملات الناس وقياسها إن شاء الله تعالى.

فإن سأل سائل: فقال أجبر أجرته في الشهر عشرة دراهم، عمل ستة / أيام، كم يصيبه؟ فقد علمت أن الستة أيام هي خمس الشهر، وأن ح ٢٦ - و الذي يصيبه من الدراهم / بقدر ما عمل من الشهر. ١ - ١٥ - و

5 وقياس ذلك: أن قوله شهر وهو ثلاثون يوماً وهو المسعر، وقوله عشرة دراهم هو السمر، وقوله ستة أيام هو المضمن، وقوله كم يصيبه هو الثمن. فاضرب السمر الذي هو عشرة، في المضمن، الذي هو مباينه، وهو ستة، فيكون ستين، فاقسمه على الثلاثين، التي هي العدد الظاهر وهي المسعر، فيكون ذلك درهمين، وهو الثمن.

10 وكذلك جميع ما يتعامل به الناس بينهم من الصرف والكيل والوزن، إن شاء الله تعالى.

1 معاملات، المعاملات بين [ح] / قياسها، قياس [ب، ع، ح] / إن شاء الله تعالى، ناقصة [أ] / تعالى، ناقصة [ع] - 2 لأن، وإن [ح] / فقال، ناقصة [ب، ح] / في ... درهم، عشرة دراهم في الشهر [ح] - 3 الستة، ستة [ب، ع، ح] / أيام، الأيام [أ، ط] / هي، ناقصة [ب، ح، ع] - 4 بقدر، على قدر [ح] / ما عمل، ما يعمل [ح] / الشهر، السهور [ع] - 5 قوله فهو، quod mensis [أ] / وهو (الأولى)، هو [ب، ح، ع] - 6 درهم، ناقصة [أ] - 7 عشرة، العشرة [ب، ع] / ستة، الستة [ب، ع] - 8 فيكون، يكون [ح] / فاقسمه، واقسمه [ح] / التي هي ... وهي، العدد الظاهر الذي هو [ب، ع، ح] التي هي العدد الظاهر وهو [ط] الذي هو العدد الظاهر وهو [أ] ثم كتب فوق «الذي هو» عبارة «التي هي» وكتب فوق «وهو» كلمة «هي» من نسخة أخرى - 9 فيكون، يكن [ح] / وهو، فهو [ح] - 10 وكذلك ... الناس، نجد في [أ، ط] العبارة التالية «وهذا ما يتعامل الناس به»، ثم كتب ناسخ [أ] في الهامش العبارة التالية «وكذلك جميع معاملات الناس فقس على هذا تصب إن شاء الله تعالى» من نسخة أخرى / الصرف، الضرب [ب] - 11 إن ... تعالى، ناقصة [أ، ط، ل].

باب المساحة

١٦ - م

- اعلم أن معنى واحد في واحد إنما هو مساحة، ومعناه ذراع في ذراع، فكل سطح متساوي الأضلاع والزوايا يكون من كل جانب / واحد، فإن ط - ٥٥
السطح كله واحد. فإن كان من كل جانب اثنان وهو متساوي الأضلاع والزوايا، فالسطح كله أربعة أمثال السطح الذي هو ذراع / في ذراع. ب - ٧٨ - ٥
وكذلك ثلاثة في ثلاثة وما زاد على ذلك أو نقص، وكذلك نصف في نصف وغير ذلك / من الكسور، فعلى هذا. ع - ١٧ - ظ
وكل سطح مربع يكون من كل جانب نصف ذراع فهو مثل ربع السطح الذي هو من كل جانب ذراع. وكذلك ثلث / في ثلث، وربع في ربع، ح - ٢٦ - ظ
وخمس في خمس، وثلثان في نصف أو أقل من ذلك أو أكثر، فعلى حسابه. 10
وكل سطح مربع متساوي الأضلاع، فإن أحد أضلاعه في واحد جذره، وفي اثنين جذره، صغر ذلك السطح أو كبر.
وكل سطح قائم الزوايا، فإن ضربك الطول في العرض هو تكسيروه.
وكل مثلث متساوي الأضلاع أو غير متساوي، فإن ضربك عموده في نصف القاعدة التي يقع عليها العمود، هو تكسير ذلك المثلث. 15
وكل معينة متساوية الأضلاع، فإن ضربك أحد القطرين في نصف الآخر هو تكسيروها.

1 باب، ناقصة [ب، ع] / المساحة، ناقصة وترك فراغاً لها [ب] - 2 هو، [أ، ط] - 3 من، في [ب، ع] / فإن، وإن [ب، ع] - 4 فإن السطح، فالسطح [ح، م] - 6 أو نقص، ونقص [ب، ع] / نصف (الثانية): نصف بربع [أ، ط] وأثبت «بربع» من نسخة أخرى [أ] - 7 الكسور، الكسر [ع] / فعلى هذا، ناقصة [ب، ح، ع، م] - 8-9 فهو ... ذراع، أنبتها في التهامش مع «صح» [م] - 10 وخمس، وخمسين [ع] / وثلثان، وثلث [ح، م] ناقصة [ب، ع] / في نصف، ناقصة [ب، ع] - 10-11 أو أقل ... حسابه، وما دون ذلك [ب، ع، ح، م] / فعلى حسابه، كتب «حسابه» من نسخة أخرى [أ] - 12 متساوي، متساوي [م] / واحد، واحد هو [ب، ع، ح، م] - 13 اثنين، اثنين هو [ح] / جذره، جذره [ع] / ذلك، ناقصة [ب، ع، ح، م] / أو كبر، لم عظم [ح، م] أو عظم [ب، ع] - 14 وكل ... تكسيروه، ناقصة [أ، ط] - 15 أو غير متساوي، ناقصة [أ، ط] وغير متساو [ع] وغير متساوي [ب، م] / ضربك، ضرب [ب، ع] - 15-16 في نصف، ونصف [أ، ط] - 16 يقع، يقعد [ب، ع] - 17 ضربك، ضرب [ب، ع] - 18 الآخر، القطر الآخر [م].

- وكل مدورة فإن ضريك القطر في ثلاثة وسبع هو الدور / الذي يحيط ط - ٥٦ بها ، وهو اصطلاح بين الناس من غير اضطراب . ولأهل الهند فيه قولان أخران ، أحدهما أن تضرب القطر في مثله ثم في عشرة ، ثم تأخذ جذر ما اجتمع ، فما كان فهو الدور ، والقول الثاني لأهل النجوم منهم وهو : أن تضرب القطر في اثنين وستين ألفاً وثمانمائة واثنين وثلاثين ، ثم تقسم ذلك على عشرين ألفاً ، فما خرج فهو الدور . وكل ذلك قريبٌ بعضه من بعض . والدور إذا قسمته على ثلاثة وسبع يخرج القطر .
- وكل مدورة فإن نصف القطر في / نصف الدور هو التكسير ، لأن كل ١٥ - ١٥ ط ذات أضلاع وزوايا متساوية من المثلثات والمربعات والمخمسات وما / فوق ذلك ، فإن ضريك نصف ما يحيط بها / في نصف قطر أوسع دائرة يقع فيها ، هو تكسيها .
- وكل مدورة فإن قطرها مضروباً في مثله منقوصاً منه سبعة ونصف سبعة هو تكسيها ، وهو موافق للباب الأول .
- وكل قطعة من مدورة شبيهة بقوس ، فلا بد من أن تكون مثل نصف مدورة ، أو أقل من نصف مدورة ، أو أكثر من نصف مدورة . والدليل على 15 ذلك أن سهم القوس إذا كان مثل نصف الوتر / فهي نصف مدورة سواء ، ع - ١٨ ج - وإذا كان أقل من نصف الوتر فهي أقل من نصف مدورة ، وإذا كان م - ١٧ السهم أكثر من نصف الوتر فهي أكثر من نصف مدورة .
- 1 ضريك ، ضرب إب ، ع / القطر ، للقطر ع / ونسج ، وسبعه إم - 2 من غير : بنهر إب ، ع ، حم . / الهند ، الهندسة ٩ ، ط ، ح ، م / وهو ما نجد فيما نقله الخزامي - 3 تأخذ ، يوخذ إب ، ع ، م - 4 فما كان ناقصة ح ، م / فهو ، وهو ح / هو إم / الثاني ، الآخر إب ، ع ، ح ، م / لأهل النجوم ، لاصحاب القوم إب ، ع / لاصحاب النجوم ح ، م / منهم وهو ناقصة إب ، ع ، ح / 5 تضرب ، تطرب ع / وستين وستون إم / ثم تقسم ، وتقسم إب ، ع ، ح ، م / ذلك ، ناقصة إب ، ع ، م - 7 إذا قسمته ، مقسوم إب ، ع ، م / يخرج ، هو إب ، ع ، ح ، م - 9 للمخمسات ، الخمسات ١١ - 10 ضريك ، ناقصة إب ، ع / بها ، به إم / أوسع ، أكبر ح ، م / أو سبع إب ، ع - 10-11 يقع فيها هو ، تسع وهو إب ، ع - 11 هو ناقصة ١١ ، ط / فهو إم - 12 مضروباً ، مضروب إم / مثله ، نفسه ٩ ، ط / ثم كتب ناسخ ١١ فوقها مثله ، من نسخة أخرى / منقوصاً ، منقوس إم - 13 هو ، فهو إم / تكسيها ، فكسيها إب ، ع ، ح ، م / وهو ، فهو إم - 14 من ، ناقصة إب ، ح ، ع / شبيهة ، مشبهة ٩ ، ط / مشتتة إم / بقوس ، قوس ع / من ، ناقصة ٩ ، ط / مثل ، ممك إب ناقصة إم - 15 من نصف مدورة (الثانية) ، ناقصة إب ، ع ، ح ، م - 16 الوتر ، وتر القوس إم / فهي ، فهو إب ، ع ، م / سواء ، ناقصة إب ، ع ، ح ، م / سواء إم - 17 وإذا ... مدورة ، ناقصة ح / وإذا (الأولى) ، وإن إب ، ع ، م / كان ، كان السهم إب ، ع ، م / وإذا ، وإن إب ، ع ، م - 18 السهم ، ناقصة إب ، ع ، م / من نصف الوتر ، ناقصة إب ، ع / فهي أكثر ، ناقصة إب .

وإذا أردت أن تعرف من أي دائرة هي، فاضرب نصف الوتر في مثله واقسمه على السهم، وزد ما خرج على السهم، فما بلغ فهو قطر المدورة / التي تلك القوس منها.

٥٧ - ب

فإن أردت أن تعرف تكسير القوس، فاضرب نصف قطر المدورة في نصف القوس، واحفظ ما خرج، ثم انقص سهم القوس من نصف قطر المدورة إن كانت القوس أقل من نصف مدورة؛ وإن كانت أكثر من نصف مدورة، فانقص نصف قطر المدورة من سهم القوس، واضرب ما بقي في نصف وتر القوس وانقصه مما حفظت إن كانت القوس أقل من نصف مدورة، أو زده عليه إن كانت القوس أكثر من نصف مدورة؛ فما بلغ بعد الزيادة أو النقصان، فهو تكسير القوس، إن شاء الله تعالى.

ح - ٧٧ - ط

وكل مجسم مربع، فلن ضربك الطول في العرض ثم في العمق هو التكسير. فإن كان على غير تربيع وكان مدورا أو مثلثا أو غير ذلك، إلا أن عمقه على الاستواء والموازاة، فإن مساحة ذلك أن تمسح سطحه فتعرف تكسيه؛ فما كان ضربته في العمق فهو التكسير.

ب - ٧٨ - و

وأما المخروط من المثلث / والمدور والمربع، فإن الذي يكون من ضرب ثلث مساحة أسفله في عموده، هو تكسيه.

واعلم أن كل مثلث قائم الزاوية، فإن الذي يكون من ضرب الضلعين الأقصرين كل واحد منهما في نفسه مجموعين مثل الذي يكون من ضرب الضلع الأطول في نفسه.

١ وإذا كان [ب، ح، ع] فلذا [م] - 2 على (الأولى)، مكررة [ا] - 3 منها، ناقصة [ب] - 4 أن ناقصة [ب، ع] / تعرف ناقصة [ب، ع، ح] / تكسير، تكسر [ح] - 5 القوس، دور القوس [ح، م] / ما خرج، كتب ناسخ [ا] فوقها «ذلك» من نسخة أخرى / ثم انقص، وانقص [ب، ع] - 6 القوس، ناقصة [ب، ع] - 7-6 من نصف مدورة، ناقصة [ح] - 7 واضرب، ثم انصره [ط، ا] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «واضرب» من نسخة أخرى - 9 أو زده، وزد [ب، ع] / القوس، ناقصة [ب، ع] / بلغ، كان [ح] - 10 إن ... تعالى، ناقصة [ا، ط] - 11 ضربك؛ ضرب [ب، ع] / ثم في: وفي [ب، ع] - 12 كان (الأولى)، كانت [ح، م] / أو (الثانية)، و [م] - 14 فهو، وهو [ا، ط، ح] / التكسير، التكسير إن شاء الله تعالى [ح] - 15 من المثلث والمدور، والمدور من المثلث [ا، ط] / ضرب، ناقصة [ب، ع، ح] - 16 أسفله، اسله [ب، ح] / هو، فهو [م] / تكسيه، التكسير [ب، ح، ع، م] - 17 واعلم، ناقصة وترك فراغا لها [ب] / الزاوية: الزوايا [ب].

وبرهان ذلك: أنا نجعل سطحاً مربعاً / متساوي الأضلاع والزوايا عليه ١٦-١ و

أ ب ج د، ثم نقطع أ ج بنصفين على نقطة هـ، ثم نخرجه إلى ز، ثم نقطع

ضلع أ ب بنصفين على نقطة ط، ونخرجه إلى نقطة حـ / فصار سطح ٥٨-ط

أ ب ج د أربعة / سطوح متساوية الأضلاع والزوايا والمساحة، وهي: ١٨-ط

سطح أ ك / سطح ج ك / سطح ب ك / سطح د ك. ثم نخرج من نقطة هـ

إلى نقطة ط خطأ يقطع سطح أ ك بنصفين. فحدث من السطح مثلثتان

وهما مثلثتا أ ط هـ وهـ ك ط. وقد تبين لنا أن أ ط نصف أ ب، وآ هـ مثله حـ ٢٨-ط

وهو نصف أ ج، ويوترهما خط ط هـ على زاوية قائمة. وكذلك نخرج

خطوطاً من ط إلى ز، ومن ز إلى حـ، ومن حـ إلى هـ / فيحدث من جميع ١٨-ط

المربعة ثمانية مثلثات متساويات. وقد تبين لنا أن أربعة منها نصف

السطح الأعظم الذي هو أ د. وقد تبين لنا أن ضلع أ ط في نفسه تكسير

مثلثتين، وضلع آ هـ في نفسه تكسير مثلثتين مثلهما. فيكون جميع ذلك

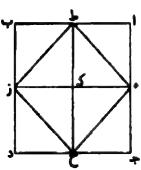
تكسير أربع مثلثات، وضلع هـ ط في نفسه أيضاً تكسير أربع مثلثات أخر.

١٥ فقد تبين لنا / أن الذي يكون من ضرب أ ط في نفسه وآ هـ في نفسه مجموعين مثل الذي يكون

من ضرب ط هـ في نفسه، وذلك ما أردنا أن

نبين. وهذه صورته:

ب - ٧٩ - ط



1 متساوي، مستوي [أ] / عليه، نجعل عليه [ح] - 2 بنصفين، نصفين [ط] / ثم نخرجه،

ونخرجه [ب]، [ع] / إلى ز، إلى نقطة ز [ب]، [ع]، ح، م - 3 ضلع، ناقصة [ح]، م / بنصفين،

نصفين [ط] - 4 أ ب ج د، لك ذلك [ب]، [ع] / أربعة، مكررة [ع] / متساوية، كتب [أ] فرقها

«مستوية» من نسخة أخرى / وهي [ب]، [ع] - 5 سطح ب ك / سطح د ك، و سطح

د ك / سطح ب ك [ب]، [ع]، ح، م - 6 5 - 6 إلى نقطة ط، آ إلى نقطة [ح]، م - 6 سطح،

ضلع [ع] / بنصفين، نصفين [ط] / فحدث، يحدث [ح] فيحدث [ب]، [ع] / من، من ذلك [ب]،

[ع] / مثلثتان، مثلثتان [ط] - 7 وهـ ك ط، وكاف ط هـ [ع] وكاف ط هـ [ب] / وقد، فقد [أ]، ب،

ع، م / أ ط، خط الد ط [ب]، [ع] - 8 يوترهما، ويوترهما [ط] / خط، بخط [ح]، م / خطا [ب]،

9 - خطوط، خطوط [ب] / من (الرابعة)، في [م] - 10 ثمانين، ثمانين [ب]، [ع]، م / وقد،

فقد [ح] / لنا، ناقصة [ب]، [ع] / أن، أن كل [ب]، [ع]، ح، م / منها، ناقصة [ب]، [ع] - 11

وقد، فقد [ب]، [ع]، م - 12 مثلثتين، مثلثتين [ط] / ضلع، ناقصة [أ]، ط / في نفسه، ناقصة [أ]،

ط / مثلثتين، مثلثتين [أ]، ط، ح / مثلهما، في مثلهما [ب]، [ع] - 13 أيضاً، ناقصة [ب]، [ع]،

ح، م / آخر، ناقصة [ب]، [ع] - 14 قد تبين، وتبين [ب]، [ع]، ح، م / وقد بين [أ] / لنا، ناقصة

[ب]، [ع]، ح - 15 وآ هـ، آ ط - 17 وهذه صورته، ناقصة [ب] وهذه صورتها [ح].

مسائل المساحات

٥٩ - ط

/ اعلم أن المربعات خمسة أجناس فمنها :
مستوية الأضلاع قائمة الزوايا .

والثانية : قائمة الزوايا مختلفة الأضلاع ، طولها أكثر من عرضها .

والثالثة : تسمى المعينة ، وهي التي استوت أضلاعها واختلفت زواياها .

والرابعة : المشبهة بالمعينة ، وهي التي طولها وعرضها مختلفان وزواياها

مختلفة ، غير أن الطولين متساويان والعرضين متساويان أيضاً .

والخامسة : المختلفة / الأضلاع / والزوايا .

فما كان من المربعات متساوية

الأضلاع قائمة الزوايا ، أو مختلفة

الأضلاع قائمة الزوايا ، فإن تكسيروها أن

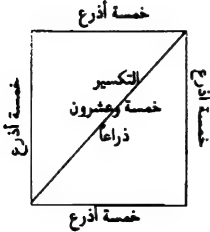
تضرب الطول في العرض ، فما بلغ فهو

التكسير .

ومثال ذلك : أرض مربعة من كل

جانب خمسة أذرع ، تكسيروها خمسة

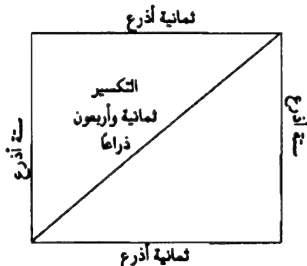
وعشرون ذراعاً . وهذه صورتها :/



ع - ١٩ - و
ح - ٢٨ - ط

- 1 مسائل المساحات : ناقصة [أ] ، ط [باب للمسائل المختلفة [ح] - 3 مستوية ، مستوي [م] - 4 والثانية ، والاخرى [ب] ، ع [وكرروها نسخ [ب] / قائمة الزوايا ، كتبها بعد « عرضها » [ح] ، م [5 والثالثة ، والثالثة التي [ب] ، ع ، ح ، م [/ اختلفت : اختلف [ع] - 6 المشبهة ، الشبيهة [أ] ، [ح] ، ثم كتب نسخ [أ] فوقها « المشبهة » من نسخة أخرى / وهي : ناقصة [ب] ، ع [/ مختلفان ، مختلفين [ب] ، ع [- 7 متساويان (الأولى) ، متساويان [أ] ، ب ، ع ، ح ، م [ثم كتب نسخ [أ] فوقها « متساويان » من نسخة أخرى / متساويان (الثانية) ، متساويان [أ] ، ب ، ع ، ح ، م [ناقصة [ع] / أيضاً : ناقصة [ب] ، ع ، ح ، م [- 8 والزوايا ، والمختلفة الزوايا [ب] ، ع [المختلفة الزوايا [ح] - 9 متساوية ، مستوية [أ] ، ط [مستويات [م] - 10 - 9 متساوية الأضلاع قائمة الزوايا : قائمة الزوايا متساوية الأضلاع [ح] - 15 جانب ، جانب منها [ب] ، ع [/ تكسيروها ، فإن تكسيروها [ح] ، م [/ خمسة ، خمس [ح] .

والثانية: أرض مربعة طولها ثمانية أذرع ثمانية أذرع، والعرضان ستة ١-١١-٥
أذرع ستة أذرع. فتكسيروها أن تقسرب ثمانية أذرع في ستة أذرع،
فيكون ثمانية وأربعين ذراعاً، وذلك تكسيروها.
وهذه صورتها:



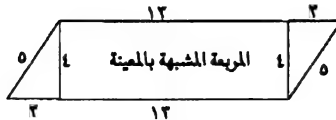
- 5 وأما المعينة المستوية الأضلاع التي كل جانب منها / خمسة أذرع، ط - ١٠ -
وأحد قطريها ثمانية أذرع والآخر ستة أذرع، / فاعلم أن تكسيروها أن ب - ٨ - ٥
تعرف القطرين أو أحدهما. فإن عرفت القطرين جميعاً، فإن الذي يكون
من ضرب أحدهما في / نصف الآخر هو تكسيروها. وذلك أن تقسرب ثمانية م - ١٩
في ثلاثة أو أربعة في ستة، فيكون أربعة وعشرين ذراعاً، وهو تكسيروها.
10 فإن عرفت قطراً واحداً، فقد علمت أنهما مثلثتان كل واحدة منهما

1 مربعة، أقيمتا في الهامش مع «صح» [ح] / ثمانية أذرع (العانية)، ناقصة [ح]، م /
والعرضان، والعرض [ب]، ع / والعرضان كل واحد منهما [ح]، م - 2 أذرع (الأولى والثانية)،
ناقصة [أ]، ط / ستة أذرع، ناقصة [ح]، م / فتكسيروها، تكسيروها [ب]، ع / ثمانية أذرع في
ستة أذرع، ستة في ثمانية [أ]، ط / ثمانية أذرع في ستة أذرع [ح] - 2 - 3 تكسيروها ... ذراعاً،
يكون بعد الضرب ثمانية وأربعين [م] - 3 ثمانية وأربعين، ستة وأربعين [أ] / وذلك، فذلك [ح]
- 5 التي، التي إلى [ب]، ع / خمسة أذرع، مكورة [ع] - 6 ثمانية، ثمانية [ح] / أذرع
(الأولى)، ناقصة [أ]، ط / ستة، ستة [ح] / فاعلم أن، فاعلم [ب]، ع، ح - 8 من: بين [م] - 9
أربعة في ستة، ستة في أربعة [ب]، ع / وهو، وذلك [ب]، ع، م / وذلك تكسيروها [ح] وكرر هذه
المبارة - 10 فإن، وإن [ب]، ع / وإذا [م] / أنهما، انها [ب]، ع، م / مثلثتان، كتب ناسخ [أ]
فوقها «مثلثتان» من نسخة أخرى / واحدة، كتب ناسخ [أ] فوقها «واحدة» من نسخة أخرى
/ منهما، ناقصة [ب]، ع.

ضلعاها خمسة أذرع خمسة أذرع / والضلع الثالث هو قطرها . فاحسبها ح - ٢٩ - ٣
على حساب المثلثات، فقد بينا ذلك في باب المثلثات.
وهذه صورتها :



وأما المشبهة بالمعينة، فعلى مثال المعينة. وهذه صورتها :



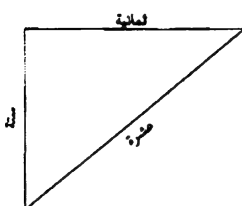
5 وأما سائر المربعات، فلأنما يعرف تكسيروها من قبل القطر، فيخرج إلى
حساب المثلثات إن شاء الله تعالى، فاعلم ذلك. / ع - ٢٩ - ظ
وأما المثلثات، فهي ثلاثة أجناس: القائمة والحادة والمنفرجة.

1 ضلعاها، ضلعها [ب] / أذرع (الأولى والثانية)، ناقصة [ب، ع، ح، م] / خمسة أذرع
(الثانية)، ناقصة [ط] / قطرها، قطرها [ح، م] / فاحسبها، أحد احسبها [ب] احسبها [ع]
فاحسبها [ط] فاحسبها [أ]، ثم كتب ناسخ [أ] فوقها « فاحسبها » من نسخة أخرى - 2 قد
... المثلثات، ناقصة [أ، ط] / قد، وقد [ح، م] - 4 وأما ... صورتها، مكررة [ع] / المشبهة،
الشبيهة [ح] / بالمعينة، ناقصة [ب، ع] / مثال المعينة، كتب ناسخ [أ] الجملة، ثم كتب فوقها
« هذا المثل » من نسخة أخرى / وهذه صورتها، ناقصة [ح، ط، أ، م] - 5 وأما ناقصة وترك
فراخا لها [ب] / فلأنها، فلأنها [ع] / يعرف، بحسب [ب، ع، ح، م] / تكسيروها، تكسير [ح]
/ قبل، ناقصة [ح، م] - 6 إن شاء الله تعالى، ناقصة [أ، ط] إن شاء الله [ع] / فاعلم ذلك،
ناقص [ب، ع، ح، م] فاعلم ذلك وهذه صورة المشبهة بالمعينة [أ، ط] - 7 وأما ناقصة وترك
فراخا لها [ب] / فهي ثلاثة، ثلاثة [ح] فكله [ب، ع] / القائمة والحادة، القائمة [ب، ع].

فأما القائمة، فهي مثلثة إذا ضربت ضلعها الأقصرين كل واحد منهما في نفسه، وجمعتها كان ذلك مثل ضلعها الأطول مضروباً في نفسه.
وأما الحادة، فكل مثلثة إذا ضربت ضلعها الأقصرين، كل واحد منهما في نفسه، ثم جمعتها كانا أكثر من الضلع الأطول مضروباً في نفسه.
5 وأما المنفرجة، فهي / كل مثلثة إذا ضربت ضلعها الأقصرين، كل ١١ - ط واحد منهما في نفسه، وجمعتها كانا أقل من الضلع الأطول مضروباً في نفسه.

فأما القائمة الزوايا، فهي التي لها / عمودان وقطر وهي نصف مربعة، ١ - ١٧ - و
فمعرفة تكسيروها / أن تضرب أحد الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة في ب - ٨٠ - ظ
10 نصف الآخر، فما بلغ ذلك فهو تكسيروها.

ومثال ذلك، مثلثة قائمة الزاوية ضلع منها ستة أذرع وضلع منها ثمانية
أذرع، والقطر / عشرة أذرع، فحساب ذلك أن تضرب ستة في أربعة، ح - ٢٩ - ظ
فيكون أربعة وعشرين ذراعاً، وهو تكسيروها.



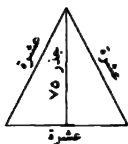
15 وإن أحببت أن تحسبها بالعمود،
فإن عمودها لا يقع إلا على الضلع
الأطول، لأن الضلعين القصيرين
عمودان، فإن أردت ذلك، فاضرب
عمودها في نصف القاعدة، فما كان
فهو تكسيروها. وهذه صورتها:

1 فهي، فهي كل [ب، ع، ح، م] / ضلعها، ضلعها [ع] - 2 ذلك، ناقصة [م] / ضلعها، الضلع
[ع] ضلع [ب] - 3 وأما، ناقصة وترك فراغاً لها [ب] / ضلعها، ضلعها [ب، ع] / منها،
ناقصة [ب، ع] - 4 ثم جمعتها، وجمعتها [ب، ع، ح، م] - 5 وأما، ناقصة [ب] وترك
فراغاً لها / ضلعها، ضلعها [ب، ع] - 6 منها، ناقصة [ب، ع] - 8 وأما، ناقصة [ب، ح]
وأما [ع، م] وترك ناسخ [ب] فراغاً لها / القائمة، والقائمة [ح] / الزوايا، الزاوية [ح، ع] /
فهي، ناقصة [ب، ع، م] هي [ح] / وهي، فهي [م] - 10 فما بلغ ذلك، فما كان [ب، ح، ع] بلغ
[م] / تكسيروها، التكسير [ح] - 11 مثلثة، ناقصة [م] / للزاوية، الزوايا [ب، ع، ح] / منها
(الثانية)، ناقصة [ب، ع، ح] / ثمانية، ثمانية [ح] - 12 أذرع، ناقصة [ط] / ستة في
أربعة، ثمانية أذرع في ثلثه أذرع [ع] ثمانية في ثلثه أذرع [ب] ثمانية أذرع في ثلثه [ح، م]
- 13 فيكون [ب]، يكن [ح] / وهو تكسيروها، ناقصة [ب، ع] - 14 وإن، فإن [ح، م] / بالعمود،
كتب ناسخ [ط] / من قبل العمود، ثم كتب فوقها «بالعمود» من نسخة أخرى - 16 لأن، لأن
الضلع الأطول [ب] / القصيرين، الآخرين [ب، ع] الآخرين جميعاً [ح، م] - 17 فإن، فإذا [ب،
ع، م] - 18 القاعدة، قاعدتها [ح] / فما، ناقصة [ب، ع] / كان، ناقصة [ب، ع] بلغ [ح، م]
- 19 فهو، فهذه [ب، ع] / وهذه صورتها، ناقصة [ح] وهذه صورتها [م].

وأما الجنس الثاني، فالمثلثة المتساوية الأضلاع حادة الزوايا من كل جانب عشرة أذرع، فإن تكسيورها يعرف من قبل عمودها ومسقط حجرها /.

واعلم أن كل ضلعين مستويين من مثلثة يخرج بينهما عمود على م - ٢٠ - قاعدة، فإن مسقط حجر العمود يقع على زاوية قائمة ويقع على نصف القاعدة سواء إذا استوى الضلعان، فإن اختلفا خالف مسقط الحجر عن نصف القاعدة. ولكن قد علمنا أن مسقط حجر هذه المثلثة على أي أضلاعها جعلته لا يقع إلا على نصفه، وذلك خمسة أذرع / فمعرفة ع - ٢٠ - و العمود أن تضرب الخمسة في مثلها، وتضرب أحد الضلعين في مثله وهو عشرة، فيكون مائة. فتنقص منها مبلغ الخمسة في مثلها، وهو خمسة وعشرون، فيبقى خمسة وسبعون. فخذ جذر ذلك فهو العمود، وقد صار ضلعاً للمثلثتين على / زاويتين قائمتين. ح - ٢٠ - و

فإن أردت التكسير، فاضرب جذر الخمسة والسبعين / في نصف ب - ٨١ - و القاعدة وهو خمسة، وهو / أن تضرب الخمسة في مثلها حتى يكون جذر ط - ٦٢ - خمسة وسبعين في جذر خمسة وعشرين. 15



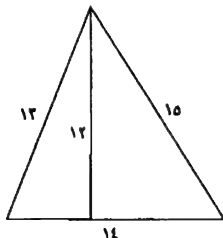
فاضرب خمسة وسبعين في خمسة وعشرين، فيكون ألفاً وثلاثمائة وخمسة وسبعين. فخذ جذر ذلك فهو تكسيورها، وهو ثلاثة وأربعون وشي قليل. وهذه صورتها،

1 وأما ناقصة [ب، ع] / فالمثلثة، مثله [ب، ع] فمثلثة [ح] المثلثة [م] / المتساوية، متساوية [ب، ع، ح] المستوية [م] - 4 واعلم، اعلم [ب، ع، ح] / مستويين، متساويين [ح] - 5 حجر العمود، حجرها [م] / على زاوية قائمة ويقع، ناقصة [ب، ح، ع، م] - 5-6 فإن ... القاعدة، ناقصة [ب] - 6 لأن، وإذا [ب، ع] فإذا [ح، م] / اختلفا اختلف [ح] - 7 هذه، ناقصة [ع] - 8 جعلته، جعلناه [ح] / على، ناقصة [م] / وذلك، فذلك [ط] / خمسة أذرع، كتب فوقها «تكسيورها» من نسخة أخرى [ق] / فمعرفة، معرفة [ح] - 10 فيكون مائة، ناقصة [ب، ع] / فتنقص، وتنقص [ب، ح، ع] ينقص [م] - 11 فخذ جذر، فجذر [ب، ح، ع، م] / فهو العمود وقد، هو العمود لأن العمود قد [ب، ح، ع، م] - 12 للمثلثتين على، على مثلثتين [ط] / زاويتين، ناقصة [ط] - 13 لأن، كتب فوقها «وإذا» من نسخة أخرى [ق] - 14 وهو (الثانية)، وهو خمسة [ب] وذلك [ط] / وكتب فوقها «وهو» من نسخة أخرى [ق] / حتى يكون، فتكون [ح، م] - 15 وسبعين، وسبعون [ط] - 14-15 جذر ... جذر، ناقصة [ح، م] - 16 فاضرب، ثم تضرب [ح، م] - 16-17 خمسة وسبعين ... وعشرين، خمسة وعشرين (الخمس والعشرين [م]) في خمسة وسبعين [ح، م] - 17-18 ألفاً ... وسبعين، ١٨٧٥ [ح] ألفاً وثمان مائة وخمسة وسبعين [ب، ع] - 18 فخذ جذر، فجذر [م] / فهو تكسيورها، فإنه تكسير هذه المسئلة [ب، ع] فهو (هو [م]) تكسير هذه المثلثة [ح، م] - 19 شي، بقي [ب، ع] / قليل، ناقصة [ح].

- وقد تكون من هذه الزوايا الحادة مختلفة الأضلاع. فاعلم أن تكسيورها يعلم من قبل مسقط حجرها وعمودها، وهي أن تكون مثقلة من جانب خمسة عشر ذراعاً، ومن جانب أربعة عشر ذراعاً، ومن جانب ثلاثة عشر / ذراعاً. فإذا أردت علم مسقط حجرها، فاجعل القاعدة أي ١٧ - ط 5 الجوانب شئت، فجعلناها أربعة عشر، وهو مسقط الحجر. فمسقط حجرها يقع منها على شيء مما يلي أي الضلعين شئت، فجعلنا الشيء مما يلي الثلاثة عشر، فضريناه في مثله، فصار مائة، ونقصناه من ثلاثة عشر في مثلها، وهو مائة وتسعة وستون. فصار ذلك مائة وتسعة وستين إلا مائة. فعملنا أن جذرها هو العمود، وقد بقي لنا من القاعدة أربعة عشر إلا شيئاً، فضريناه في مثله، فصار مائة وستة وتسعين ومائة إلا ثمانية وعشرين شيئاً، فنقصناه من الخمسة عشر / في مثلها. فبقي تسعة ٢٠ - ط وعشرون درهماً وثمانية وعشرون شيئاً إلا مائة، وجذرها هو العمود. فلما صار جذرها هذا هو العمود، وجذر مائة وتسعة وستين إلا مائة هو العمود أيضاً، علمنا أنهما متساويان. فقابل بهما / وهو أن تلقى مائة ١٢ - ط 15 بمال / لأن المالحين ناقصان. فيبقى مائة وتسعة / وستون تعدل تسعة ع - ٢٠ - ط وعشرين ذراعاً وثمانية وعشرين شيئاً، فألقى تسعة وعشرين من مائة وتسعة وستين، / فيبقى مائة وأربعون تعدل ثمانية وعشرين شيئاً. م - ٢١ فالشيء الواحد خمسة، وهو مسقط الحجر مما يلي الثلاثة عشر، وتقام

1 مختلفة، المختلفة [ح] / م / فاعلم أن، تعلم [م] فيعلم [ح] يعلم [ب]، ع [ك] كتب ناسخ [أ] فوقها «فيعلم» من نسخة أخرى - 2 يعلم، ناقصة [ب]، ع، ح، م / أن، ناقصة [ح] - 3 ذراعاً (الأولى والثانية)، ناقصة [ب]، ح، ع، م / أربعة عشر، أربعة عشر [ح] - 4 ذراعاً، ناقصة [ب]، ع، ح، م / أي، إلى أي [ب]، ع - 5 الجوانب، جانب [م] / شئت، أحببت [ب]، ح، ع، م / وهو مسقط، فمسقط [ح] / م / فمسقط حجرها، ناقصة [ح]، م - 5-6 أربعة ... فعملنا، ناقصة [ب]، ع - 6 يقع منها، منها يقع [ح]، م - 7 الثلاثة، ثلاثة [ح] / ونقصناه، ونقصناه ذلك [م] - 8 وهو، التي هي [ب]، ح، ع، م / ذلك، ناقصة [م] - 9 لنا، ناقصة [ب]، ح، ع، م - 10 فصار، فكان [ب]، ح، ع / وتسعين، وسبعين [م] - 11 خمسة، خمسة [ب]، ح، ع، م / تسعة، سبعة [ع] - 12 درهماً، ناقصة [ب]، ع، م / شيئاً، ناقصة [ب]، ع - 13 جذرها، جذر [ب]، ع، ح / مائة وتسعة وستين، مائة وتسعة وتسعين [ب] - 14 أيضاً، ناقصة [ب]، ح، ع، م / متساويان، مستويان [ب]، ع، م / بهما، بينهما [ط]، كتب ناسخ [أ] فوقها «بينهما» من نسخة أخرى - 15 فيبقى، فبقى [ب] / وتسعة، مكررة [ب] - 15-16 مائة ... شيئاً، تسعة وعشرون وثمانية وعشرون شيئاً تعدل مائة وتسعة وستين [أ]، ط، كتب ناسخ [أ] من نسخة أخرى في الحاشية العبارة التي ذكرناها في المتن - 16 ذراعاً، درهماً [ح] ناقصة [ب]، ع - 17 مائة وتسعة وستين، تسعة وستين ومائة [ح] / فيبقى، يبقى [ح]، م / تعدل، تعد [ح].

القاعدة مما يلي الضلع الآخر، فهو تسعة. فإذا أردت أن تعرف العمود، فاضرب هذه الخمسة في مثلها، وانقصها من الضلع الذي يليها مضروباً في مثله، وهو ثلاثة عشر في ثلاثة عشر. فيبقى مائة وأربعة وأربعون. فاجذر ذلك هو العمود، وهو اثنا عشر. والعمود أبداً يقع على القاعدة على زاويتين قائمتين، ولذلك سمي عموداً لأنه مستوٍ. فاضرب العمود في نصف القاعدة، وهو سبعة، فيكون أربعة وثمانين، وذلك تكسيروها. 5
وهذه صورتها:

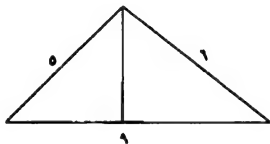


والجنس الثالث: المنفرجة، وهي التي فيها زاوية منفرجة، وهي مثلثة من كل جانب عدد مختلف وهي من جانب ستة، ومن جانب خمسة، ومن جانب تسعة. / فمعرفة تكسيروها من قبل عمودها ومستط حجرها، ولا ح - ٢١ - و 10
يقع مستط حجر هذه المثلثة في جوفها إلا على الضلع الأطول، فاجعله

1 فهو ناقصة إب، ع، ح، م. / تسعة ناقصة إب، ع، م. / فإذا كان إب، ح، ع، م. - 2 هذه ناقصة [ح] / مثلها، فيكون خمسة وعشرين [ع] فيكون خمسة وعشرون إب مثلها يكون خمسة وعشرين [ح، م] - 3 مثله نفسه [م] / في ثلاثة عشر ناقصة [ط، م] / فيبقى يبيت [ح] / فاجذر، فخذ جذر إب، ع - 4 هو (الأولى) ناقصة إب، ع / اثنا اثني [إ] / يقع ناقصة [ح] - 5 زاويتين، زاويتين [ع] / مستوٍ، مستوي إب، ع - 6 وذلك فهو إب، ع / تكسيروها، هو التكسير [ح] تكسيروها وهو إب التكسير [م] - 7 صورتها، صورته [م] - 8 والجنس، الجنس [ع] وأما الجنس [ح] ناقصة وترك فراغاً لها إب / المنفرجة، وهو المنفرجة [ح] / فيها [ط، م] - 9-8 من كل ... وهي ناقصة إب، ح، ع، م. - 9 هي، كتب ناسخ [إ] فوقها «هو» من نسخة أخرى / ستة ناقصة [م] - 9-10 من جانب ستة ... تسعة، من جانب خمسة ومن جانب تسعة ومن جانب ستة [ح] - 10 تكسيروها، تكسير هذه [ط، م]، ثم كتب ناسخ [إ] فوقها «تكسيروها» من نسخة أخرى - 11 مستط ناقصة [ح] / حجر ناقصة [ط] أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [إ] / حجر هذه المثلثة، حجرها إب، ع / المثلثة، ناقصة [ح، م] / في جوفها إلا في جوفها إب، ع.

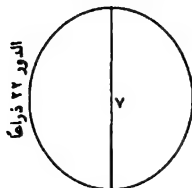
قاعدة. ولو جعلت أحد الضلعين الأقصرين قاعدة لوقع مستط حجرها خارجها. وعلم مستط حجرها وعمودها على مثال ما عملت لك في الحادة وعلى ذلك / القياس. وهذه صورتها:

١٨ - ١ - و



5 وأما المدورات التي قد فرغنا من صفتها وتكسييرها في / صدر / ٦١ - ٢ - ٨٢ - ٢ - الكتاب، فمنها مدورة قطرها سبعة أذرع ويحيط بها اثنان وعشرون ذراعاً، فإن تكسييرها أن تضرب نصف القطر، وهو ثلاثة ونصف، في نصف الدور الذي يحيط بها، وهو أحد عشر ذراعاً، فيكون ثمانية وثلاثين ذراعاً ونصفاً وهو تكسييرها /

ع - ٢١ - و



10 فإن أحببت فاضرب القطر، وهو سبعة، في مثله، فيكون تسعة وأربعين. فانقص منها سبعة ونصف سبعة، وهو عشرة ونصف. فيبقى ثمانية وثلاثون ونصف، وهو تكسييرها. وهذه صورتها:

1 الضلعين، ناقصة [ح] / لوقع، وقع [ب، ع] / مستط حجرها، الحجر ومستطه [ب، ع] مستط الحجر [ح، م] - 2 عملت، عملت [ح] / لك، ناقصة [ح] به [ب، ع، م] - 3 وطى، ألبت في الهاشم «على» [ع] / ذلك، هذا [ح] / القياس، كتب بعدها «فاطم ذلك» [ح، م] - 4 وهذه صورتها، ناقصة [ب، ع] - 5 ولما، فلما [ب، ع] ولما المشبهة بالمعينة وكما ترى وهي تحسب على مثال المعينة ولما سائر المربعات فلما تحسب تكسييرها من قبل القطر فيخرج على حساب المختلطات إن شاء الله تعالى، بل المدورات فلما [ح] / قد، ناقصة [أ، ط] - 6 الكتاب، هذا الكتاب [ب، ع، م] - 7 وهو ثلاثة، مكررة [ب] - 8 الدور، دورها [ح] ناقصة [ب، ع، م] / الذي، ما [ب، ع، ح، م] / يحيط بها، ناقصة [ح] / ذراعاً، ناقصة [أ، ط، م] - 9 ذراعاً، ناقصة [أ، ط] / ونصفاً، ونصف [ب، ع] - 10 فإن، وإن [ح، م] - 11 - 10 وهو سبعة، ناقصة [ب، ع] - 11 مثله، كتب ناسخ [أ] فوقها «نفسه» من نسخة أخرى / فيكون، يكون [ح] - 12 فلتنقص ... ونصف سبعة، والقي سبعة ونصف سبعة [ب، ع، ح] فلتق سبعة ونصف سبعة [م] - 12 - 13 وهو عشرة ونصف، ناقصة [ب، ع] عشرة ونصف [ح، م] - 13 فيبقى، فيبقى لك [م] - 14 تكسييرها، التكسير [أ، ح، ط، م] كتب ناسخ [أ] فوقها «تكسييرها» من نسخة أخرى.

فإن قال قائل: عمود مخروط أسفله / أربعة أذرع في أربعة أذرع، / ح - ٢١ - ٥
وارتفاعه عشرة أذرع، ورأسه ذراعان في ذراعين. ٢٢-٢

وقد كنا بينا أن كل مخروط محدد الرأس، فإن ثلث تكسير أسفله مضروباً في عموده، فهو تكسيـره. فلما صار هذا غير محدد، أردنا أن نعلم كم يرتفع حتى يغني رأسه فيكون لا رأس له. فعلمنا أن هذه العشرة 5
من الطول كله كقدر الاثنين من الأربعة، والاثنان نصف الأربعة. فإذا كان ذلك كذلك، فالمعشرة نصف الطول، والطول كله عشرون ذراعاً. فلما ٦-١٥
عرفنا الطول، أخذنا ثلث تكسير الأسفل، وهو خمسة وثلث، فضربناه في الطول، وهو عشرون ذراعاً. فبلغ ذلك مائة وستة أذرع وثلثي ذراع.

فأردنا أن نلقي منه ما زدنا عليه حتى انخرط، وهو واحد 10
وثلث، الذي هو ثلث تكسير الاثنين في الاثنين، مضروب في عشرة، وهو ثلاثة عشر وثلث، وذلك تكسير ما زدنا عليه حتى انخرط. فإذا رقعنا ذلك من مائة وستة 15
أذرع وثلثي ذراع / بقي ثلاثة وتسعون ذراعاً وثلث، وذلك تكسير العمود المخروط.

وهذه صورته:



ب - ٨٢ - ٥

وإن كان المخروط مدوراً، فألق من ضرب قطره في نفسه سبعة ونصف سبعة، فما بقي فهو تكسيـره. /

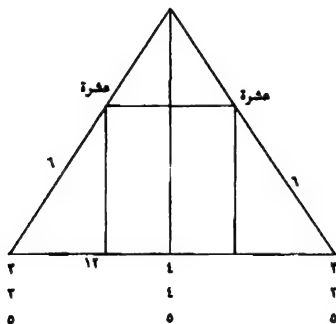
1 فإن قال: ناقصة وترك فراغاً لها [ب] / قائل، ناقصة [أ] / ط / أسفله، أسفلها [ب] / في أربعة أذرع، ناقصة [ح] - 2 ذراعان، ذراعاً [ح] - 3 وقد [م] / محدد، محدود [ب] - 4 مضروباً، مضروب [ح] / فهو، هو [أ، ط، ح، م] / محدد، محدد الرأس [ح] - 5 يغني، يغني [ب، ع] / هذه، ناقصة [ب، ع، ح] / المعشرة، قدر عشرة [ح، ع، م] - 6 كقدر، كقدر [أ] / الاثنين، الاثنين [ح] / والاثنين، فالأثنان [أ، ب، ع، ح، ط] / فإذا، وإذا [ح] - 7 ذلك، أثنيتها في الهامش [م] / فالمعشرة، والمعشرة [ح] / والطول، والمعشرة والطول [ب] / كله، ناقصة [ب، ع] - 8 فـضربناه، وضرربناه [ح، م] فـضربنا [ب، ع] - 9 ذراعاً، ذلك راعا [ب] / مائة، مائة ذراع [ح] / أذرع، ناقصة [ب، ع، م] - 10 عليه، فيه [ب، ع، ح، م] / وهو واحد، ناقصة [ب] - 11 ثلث (ثلاثية)، ناقصة [ب، ع] / مضروب، ناقصة [أ، ب، ع، ط] - 13 عليه، فيه [ب، ع، ح، م] - 14 أذرع، ناقصة [ب، ع] / ذراعاً، ناقصة [ب، ع، م] - 15 المخروط، ناقصة [ب، ع، ح، م] - 16 صورته، صورتهما [ب، ع، ح، م] - 17 وإن، فإن [ب، ع، م] / المخروط، المخروط [ب] الممود [م] / من ضرب قطره في نفسه، ناقصة [ب، ع] / ونجد بدلاً منها كلمة ومنه - 17-18 وإن ... تكسيـره، ناقصة [ح] - 18 تكسيـره، التـكسيـر [ب، ع، م].

- فإن قيل: أرض مثلثة من جانبيها عشرة أذرع، والقاعدة ح-٢١-د
 اثنا عشر ذراعاً في جوفها أرض مربعة، كم كل جانب من المربعة؟
 فقياس ذلك/ أن تعرف عمود المثلثة، وهو أن تضرب نصف القاعدة، ١-١٨-٥
 وهو ستة، في مثله، فيكون ستة وثلاثين. فانقصها من أحد الجانبين
 الأقصرين مضروباً في مثله، وهو مائة، فيبقي أربعة وستون. فخذ جذرها
 ثمانية وهو العمود. وتكسيروها ثمانية وأربعون ذراعاً/ وهو ضربك ٥-٢١-٥
 العمود في نصف القاعدة، وهو ستة. فحطنا أحد جوانب المربعة شيئاً،
 وضربناه في مثله، فصار مالاً نحفظناه. ثم علمنا أنه قد بقي لنا مثلثتان
 عن جنبتي المربعة ومثلثة فوقها. فأما المثلثتان اللتان على جنبتي المربعة م-٢٢
 فهما متساويتان وعموداهما واحد، وهما على زاوية قائمة. فتكسيروها أن
 تضرب شيئاً في ستة إلا / نصف شيء، فيكون ستة أشياء إلا نصف مال، ٥-٢١-٦
 وهو تكسير المثلثتين جميعاً اللتين هما على جنبتي المربعة.
 فأما تكسير المثلثة العليا، فهو أن تضرب ثمانية غير شيء، وهو
 العمود، في نصف شيء. فيكون أربعة أشياء إلا نصف مال. فهذا هو
 15 تكسير المربعة وتكسير الثلاث/ المثلثات، وهو عشرة أشياء تعدل ثمانية ح-٢٢-٥

1 فإن قيل: ناقصة إب، ع| فإن قال إ، م| / جانبيها، جانبي إب، ع، ح، م| / أذرع (الأولى
 والثانية)، ناقصة إب، ع، ح، م| - 2 مربعة، مربعة متساوية الاضلاع قائمة الزوايا [ح| / كل،
 ناقصة إب، ع| / من: من جوانب إ، م| - 3 فقياس، قياس إب، ع، م| / عمود: العمود
 إب| / المثلثة، الثلثة إب، ع| - 4 مثله، ستة إب، ع، ح| مغلها إب| / فيكون، يكون إ، م| /
 فانقصها، فانقصه إب، ع| - 5 الأقصرين، الآخرين إب، ع، ح، م| / مثله، نفسه إب، ع| /
 يبتى، يبتى إ، ط، ح| - 6-4 فانقصها ... ثمانية، كتب ناسخ إ| في الهامش، وفانقص ذلك
 من ضرب أحد الضلعين الأقصرين في نفسه فما بقي فخذ جذره وهو ثمانية من نسخة أخرى
 - 6 ثمانية: ناقصة إب، م| / وهو (الأولى)، فهو إب، ع| / ضربك، ضرب إ، م| - 7 وهو ستة،
 ناقصة إب، ع| - 8 وضربناه، ضربناه إب، ع، ح، م| / فصار، كتب ناسخ إ| فوقها «فكان»
 من نسخة أخرى / مقلتان، مقلتين [ع| - 9 مقلثة، مثله إب| / فأما، ناقصة وترك فراغاً لها
 إب| / اللتان، اللتان [ع| اللتين إ، م| / على، عن إب، ع، ح، م| - 10 فهما، وهما إب| /
 عموداهما، عمودهما إ، م| / واحد، واحد إب| / وهما، ناقصة إب| / تكسيروها، تكسيروها
 إ، م| - 10-12 أن ... تكسير، أثبتها في الهامش [ع| - 11 تضرب، ناقصة إب، ع| /
 فيكون، يكون إ، م| - 12 جميعاً، ناقصة إ، م| / هما على، عن إب، ع، ح، م| - 13 فأما ...
 العليا، فما العليا فتكسيروها إب، ع، ح، م| / أن تضرب، ناقصة إب، ع| - 14 فيكون،
 فذلك إب، ع، م| وذلك إ، م| / إلا نصف، نصف إ، م| / فهذا هو، فجميع ذلك كله إب، ع، م|
 م| كتب ناسخ إ| فوق السطر من نسخة أخرى «فجميع ذلك» - 15 المثلثات، مثلثات إ، م|.

وأربعين هو تكسير المثلثة العظمى. فالشيء الواحد من ذلك أربعة أذرع وأربعة أخماس ذراع، وهو كل جانب من المربعة.

وهذه صورتها: //



1 هو، الذي هو [ب، ح، ع] التي هي [م] / فالشيء: والشيء [م] / الواحد ناقصة [ب، ع] -
 2 هو، وهو من [ح] - 3 صورتها: صورتها التي تقدمت ان شاء الله تعالى [ح] صورته [م]
 وكتب بعدها «قمة هذه التعليلة المنقولة من كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي» ونجد في الهامش
 «بلغ مقابلة حسب الطاقة والإمكان صلى الله على سيدنا محمد وآله وصحبه وسلم. هذا وفق
 المراد بإذن رب العباد» [م].

كتاب الوصايا

باب من ذلك في العين والدين

- رجل مات وترك ابنين وأوصى بثلث ماله لرجل أجنبي، وترك عشرة دراهم عيناً وعشرة دراهم ديناً على أحد الابنين.
- 5 قياسه: أن تجعل الذي يستخرج من الدين شيئاً، فتزیده على العين وهو عشرة دراهم، فيكون عشرة وشيئاً. ثم تعزل ثلثها، لأنه أوصى بثلث ماله، وهو ثلاثة دراهم وثلث درهم وثلث شيء، فيبقى ستة دراهم وثلث درهم وثلث شيء. فتقسمه بين الابنين، فيصيب كل ابن ثلاثة دراهم وثلث درهم وثلث شيء، فهو يعدل الشيء المستخرج. فقابل به، فتلقى ثلثاً من شيء بثلث شيء، فيبقى ثلثاً شيء. يعدل ثلاثة دراهم وثلثاً. فتحتاج إلى 10 تكملة الشيء، فتزید عليه مثل نصفه، وتزید على الثلاثة والثلث مثل نصفها، فيكون خمسة دراهم، فهو قيمة الشيء الذي استخرج من الدين.

1 كتاب الوصايا، ناقصة [ب، ع] باب الوصايا [ح] - 2 باب ... والدين، ناقصة وترك فراهاً لها [ب] / من ذلك، منها [ح] ناقصة [ع] / في، ناقصة [ع] - 3 مات و، ناقصة [ب، ع، ح] / ابنين، اثنين [ب، ح] / أجنبي، ناقصة [ب، ح، ع] - 4 وعشرة، وترك عشرة [ح] / دراهم، ناقصة [ب، ع] / الابنين، الابنتين [ع] الاثنين [ب] - 5 قياسه، كتب ناسخ [أ] فوقها «قياس» من نسخة أخرى / أن، انك [ح] / الذي يستخرج، المستخرج [أ، ط]، ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «الذي يستخرج» من نسخة أخرى / العين، الدين [ب] - 6 دراهم، ناقصة [ب، ع] / فيكون عشرة وشيئاً، ناقصة [ب، ح، ع] - 7 درهم، ناقصة [أ، ط] - 8 وثلث درهم، وثلثان [أ، ط] - 8 الابنين، الاثنين [ب]، وكذلك فيما يلي 9 المستخرج، ناقصة [ب، ح، ع] / فقابل، فقابل [ب، ع] - 10-9 ثلثاً من شيء، بثلث، ثلث شيء، من [ب، ح، ع] - 10 يعدل، تعدل [ط] / وثلثاً، وثلث [ح] - 11-10 إلى تكملة، أن تكمل [أ، ط]، ثم كتب ناسخ فوقها «التي تكملة» من نسخة أخرى - 11 مثل (الأولى)، ناقصة [ب، ع] - 12-11 تزید ... الشيء، ناقصة [ط] أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [أ] - 12 فهو قيمة، وهي [أ].

- مسألة: فإن ترك ابنين وترك عشرة دراهم عيناً وعشرة دراهم ديناً
 على أحد الابنين، وأوصى لرجل بخمس ماله ودرهم، بقياسه / أن تجعل ١- ١٦- و
 ما يستخرج من الدين / شيئاً، فتزده على العشرة الدراهم، فيكون شيئاً ٢- ٣٢- و
 وعشرة دراهم. فتعزل / خمسها، لأنه أوصى بخمس ماله، وهو درهمان ٣- ٢٢- و
 وخمس شيء، فيبقى ثمانية دراهم / وأربعة أخماس شيء. ثم تعزل ٤- ٦٨- و
 الدرهم الذي أوصى به، فيبقى سبعة دراهم وأربعة أخماس شيء. فتقسمه
 بين الاثنين، فيكون لكل واحد ثلاثة دراهم ونصف درهم وخمسا شيء.
 يعدل شيئاً. فتلقى خمسي شيء من شيء، فيبقى ثلاثة أخماس شيء.
 تعدل ثلاثة دراهم ونصف / فكمال الشيء، وهو أن تزيد عليه مثل ثلثيه، ٥- ٨٢- ط
 وتزيد على الثلاثة والنصف مثل ثلثيها، وهو درهمان وثلث، فتكون
 10 خمسة دراهم وخمسة أسداس وهو الشيء الذي استخرج من الدين.

- مسألة: فإن ترك ثلاثة بنين وأوصى بخمس ماله إلا درهماً، وترك
 عشرة دراهم عيناً وعشرة دراهم ديناً على أحد البنين، فإن بقياسه أن
 تجعل الذي استخرج من الدين شيئاً، فتزده على العشرة فيكون عشرة
 وشيئاً. فتعزل خمسها للصبي، وهو درهمان وخمس شيء، فيبقى ثمانية 15
 دراهم وأربعة أخماس شيء. ثم تستثنى درهماً، لأنه قال إلا درهماً،
 فيكون تسعة دراهم وأربعة أخماس شيء. فتقسم ذلك بين ثلاثة بنين،

1 مسألة: ناقصة [ب]، ع، ا، ط / فإن قال [ع] - 2 لرجل ناقصة [ب]، ع / لرجل ...
 ودرهم، بخمس ماله ودرهم لرجل [ح] - 3 للمشرة: العين، ط، ثم كتب ناسخ [أ] فوقها
 «المشرة» من نسخة أخرى / الدرهم ناقصة [أ]، ط / درهم [ح] - 4 تعزل، فتقول [ب] /
 خمسها، كتب ناسخ [أ] فوقها «خمس» من نسخة أخرى - 5 تعزل، تعدل [ب] - 6
 تقسمه، فيقسم [ب]، ع - 7 بين، على [ح] / واحد، كتب ناسخ [أ] فوقها «ابن» من نسخة
 أخرى / ثلاثة ناقصة [أ] / درهم، درهم [أ] / درهم ناقصة [ب]، ع - 9 فكمال، فكمال [ح]
 / مثل ناقصة [ب]، ع - 10 والنصف، ونصف [ح] / مثل ناقصة [ب]، ح، ع / وثلث، وثلث
 درهم [ح] / فتكون، فكمال [ب]، ع - 11 درهم، أضفها [ط] - 12 مسألة: ناقصة [ب]، ا، ع،
 ط / وأوصى، فأوصى [ع] - 13 شيئاً، حصاً [ب] / درهم (الثانية)، ناقصة [ب]، ح، ع /
 البنين، الابنين [ب]، ع - 14 استخرج، يستخرج [أ]، ط، ثم كتب ناسخ [أ] فوقها
 «المستخرج» من نسخة أخرى / العشرة، كتب ناسخ [أ] فوقها «العين» من نسخة أخرى -
 15 فتعزل، فتقول [ب] كتب ناسخ [أ] فوقها «فبلغ» من نسخة أخرى - 17 تقسم، فاقسم
 [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «فتقسمها» من نسخة أخرى / بين، على [ح] / ثلاثة بنين، البنين
 [أ] البنين [ط].

فيكون لكل ابن ثلاثة دراهم وخمس شيء. وثلث خمس / شيء. فيكون ح - ٢٢ - ط
ذلك يعدل شيئاً. فتلقى خمس شيء. وثلث خمس شيء. من شيء. فيبقى
أحد عشر جزءاً من خمسة عشر جزءاً من شيء. تعدل ثلاثة دراهم.
فتحتاج إلى أن تكمل الشيء. فتزيد عليه أربعة أجزاء من أحد عشر
جزءاً من شيء. وتزيد مثل ذلك على ثلاثة دراهم. وهو درهم وجزء من 5
أحد عشر جزءاً. فيكون أربعة دراهم. وجزءاً من أحد عشر جزءاً من
درهم تعدل شيئاً. وهو الذي استخرج من الدين.

باب آخر من الوصايا

- رجل مات وترك أمه وامراته وأخاه وأخته / لأبيه وأمه. وأوصى لرجل ط - ٦٩ -
بتسع ماله. 10
فإن قياس ذلك: أن تقيم فرضتهم فتجدها من ثمانية وأربعين سهماً.
فأنت تعلم / أن كل مال نزعت تسعة. فيبقى ثمانية أتساعه. وأن الذي ع - ٢٢ - ط
نزعت مثل ثمن ما أقيمت. فتزيد على الثمانية الأتساع ثمنها. وعلى
الثمانية والأربعين مثل ثمنها ليتم مالك. وهو ستة. فيكون ذلك أربعة
وخمسين / للموصي له بالتسع من ذلك. ستة. وهو تسع جميع المال. ب - ٨٤ - و
وما بقي فهو ثمانية وأربعون بين الورثة على سهامهم.

1 فيكون: أثبتتها في الهامش مع «صح» [ع] / فيكون لكل ابن: كتب ناسخ [أ] فوقها
«فانصب كل ابن» من نسخة أخرى / ابن، واحد [ب. ح. ع] - 2 وثلث خمس شيء. ناقصة
[ب. ب] / فيبقى [ع] - 3 أحد مكررة [ب. ب] - 4 أربعة. أربعة أصها. [ب. ب] - 5 جزءاً ناقصة
[أ. ح. ط] - 6 من أحد عشر جزءاً. ناقصة [ب. ب] - 6 جزءاً (الأولى). ناقصة [ح] /
وجزءاً. وجزء [ح] / جزءاً (الثالثة). ناقصة [ب. ب] - 7 استخرج. يستخرج [ع] - 8 باب
... الوصايا. ناقصة [ب. ب] / الوصايا. الوصا [ح] - 9 لأبيه وأمه. ناقصة [ب. ب] - 11 قياس
ذلك. قياسه [ب. ب] / تقيم. تم [ب. ب] / سهماً. ناقصة [ب. ب] - 12 فأنت. وأنت [ح] كتب
ناسخ [ب. ب] «فإن» ثم كتب فوقها «نت» / نزعت. إذا نزعت [ح] / فيبقى. وبقيت [ح] بقيت
[أ. ط] / وأن. إن [ب. ب] - 13 مثل. ناقصة [ب. ب] - 13 - 14 الأتساع ثمنها وعلى
الثمانية. ناقصة [ب. ب] - 14 والأربعين. وأربعين [ب. ب] - 15
جميع. ناقصة [ب. ب] - 16 فهو. وهو [ب. ب] - 16 / سهامهم. سهامه [ح].

- مسألة: فإن قال امرأة / ماتت وترك زوجاً وابناً وثلاث بنات ١-١٩ - ط
وأوصت لرجل بثمان ماله وسبعة، فأقم سهام الفريضة، فتجدها من
عشرين، وخذ مالا له ثمن وسبع، وذلك ستة وخمسون. فألق منه ثمنه
وسبعة، فيبقى مال إلا ثلثاً وسبعاً. فتم / مالك، وهو أن تزيد على ما ح ٢٤ - و
5 مئة خمسة عشر جزءاً من واحد وأربعين جزءاً. فاضرب سهام الفريضة
وهي عشرون في واحد وأربعين، فيكون ثمانمائة وعشرين. وزد على ذلك
خمسة عشر جزءاً من واحد وأربعين، وهو ثلاثمائة جزء من ثمانمائة
وعشرين، فيصير ذلك كله ألفاً ومائة وعشرين سهماً، للموصى له من
ذلك بالثمن والسبع، سبع ذلك وثلثه وهو ثلاثمائة / السبع مائة ط - ٧٠
10 وستون، والثلث مائة وأربعون، ويبقى ثمانمائة وعشرون سهماً بين الورثة
على سهامهم.

باب آخر من الوصايا

- وهو إذا لم يجز بعض الورثة وأجاز بعضهم، والوصية أكثر من الثلث،
اعلم أن الحكم في ذلك أن من أجاز من الورثة أكثر من الثلث من الوصية
فذلك داخل عليه في حصته ومن لم يجز فالثلث جائز عليه على كل حال. 15

1 مسألة: ناقصة (أ، ط، ب، ع) / فإن قال، قال فإن (ب، ع) / امرأة، ناقصة (ب، ع) / ماتت،
ناقصة (ب، ع) ملكت (ط) كتب (أ) «هلكت» وفوقها «ماتت» من نسخة أخرى / وترك،
ترك (ب، ع) / زوجاً وابناً وزوجها وابنها (أ، ط)، وكتب نسخ (أ) فوقها «زوجاً وابناً» من
نسخة أخرى - 2 الفريضة، الورثة (الفريضة) (ط) كتب نسخ (أ) فوقها «الورثة» من نسخة
أخرى / من، ناقصة (ب، ح، ع) - 3 وخذ، فخذ (ح) / له ... وخمسون، ناقصة (أ، ط، ب، ع)
/ منه، ناقصة (أ، ط، ب، ع) - 4 مال، مالا (ح) - 5-4 على ما مئة، عليه (أ، ط) وكتب (أ)
فوقها «على ما مئة» من نسخة أخرى - 5 واحد، احد (أ، ط) / جزءاً، ناقصة (ب) / فاضرب،
واضرب (ع) - 5-6 فاضرب ... وأربعين، ناقصة (ب) - 6 واحد، احد (أ، ط) / وزد، تزيد (أ).
ط لم زد (ح) - 7 واحد، احد (أ، ط) / وهو، منه وهو (ب) جزءاً وهو (ح) / جزءاً، جزاً (ع)
ناقصة (ح) - 7-8 من ثمانمائة وعشرين، ناقصة (ب، ع، أ، ط) - 8 فيصير، فجميع (ح) / كله،
ناقصة (ح) / ألفاً، ألف (ح) / وعشرين، وعشرون (ح) وعشرين بينهما (ب) / سماً، بينهما
(ب) - 9-8 للموصى ... ذلك، من ذلك للموصى له (ح) - 8-10 من ذلك ... ويبقى، بالسبع
مائة وستون، والموصى له بالثمن مائة وأربعون ويبقى لثمانمائة وأربعون يبقى (ب) بالسبع مائة
وستون والموصى له بالثمن مائة وأربعين ويبقى (ع) - 9 سبع ذلك وثلثه، ثمن ذلك وسبعة (ح)
/ السبع، السبع من ذلك (ح) - 10 ويبقى، الباقي (ح) ويبقى (ط) / سهماً، ناقصة (ح) - 12
باب ... الوصايا، ناقصة وترك فراغاً لها (ب) - 13 وهو، ناقصة (ح) / والوصية، ناقصة (ح)
والوصية (ع) - 14-15 من الوصية فذلك، ناقصة (ح) - 15 داخل، كان داخل (ح) / حصته،
نصيبه (حال) / حاله (ب).

ومثال ذلك: امرأة ماتت وتركت زوجها وأمتها وابنتها، وأوصت لرجل بخمسي ماله وآخر بربرع ماله. فأجاز الابن الوصيتين جميعاً، وأجازت الأم النصف لهما، ولم يجز الزوج شيئاً من ذلك إلا الثلث.

فقياس ذلك: أن تقيم سهام الفريضة فتجدها من اثني عشر سهماً، للابن من ذلك سبعة أسهم وللزوج ثلاثة أسهم وللأم سهمان. وأنت تعلم أن الزوج يجوز عليه / الثلث، فينبغي أن يكون في يده / مثلاً ما يخرج من حصته للوصايا؛ وفي يده ثلاثة، للوصايا / سهم وله سهمان.

ح - ٢٤ - ط
ب - ٨٤ - ط
٧١ - ط

وأما الابن الذي أجاز الوصيتين جميعاً، فينبغي أن يؤخذ منه / خمساً - ٢٢ - و جميع ماله وريعه، فيبقى في يده سبعة أسهم من عشرين سهماً، والذي له كله عشرون سهماً.

وأما الأم، فينبغي أن يبقى في يدها مثل ما خرج من يدها، وهو واحد، وجميع ما كان لها اثنان.

فخذ مالا يكون لريعه ثلث ولسدسه نصف، ويكون ما يبقى ينقسم على عشرين، فذلك مائتان وأربعون. للكم من ذلك السدس وهو أربعون، الوصية من ذلك عشرون ولها عشرون. وللزوج من ذلك الربع ستون، الوصية من ذلك عشرون وله أربعون. ويبقى مائة وأربعون للابن، الوصية

1 ومثال، مثال، ط / امرأة، امرأة، ط / ماتت، ناقصة، ب، ع / وتركت، تركت، ب، ع / أمها وابنتها وامها، ط - 2 - آخر، الآخر، ع - 4 فقياس، قياس، ح / من، على، ب، ع / اثني، اثنا، ح / سهماً، ناقصة، ح - 5 أسهم، ناقصة، ب، ع / ثلاثة، ناقصة، ح / أسهم، ناقصة، ب، ع، ح / لكم، الأم، ح / سهمان، خمسة أسهم، ح / وأنت، فإنت، ب، ح، ع - 6 - يده، يده، ب، ع / يخرج، خرج، ح - 7 - في، فيصير ما في، ب، ع / وفي ... للوصايا، ناقصة، ب، ع / يده، يده، ب، ع / ثلاثة، ثلاثة، له اثنان، ح / سهمان، اثنان، ب، ع - 8 - جميعاً، ناقصة، ح / منه، منه جميعاً، ب - 8 - 9 خمساً ... وريعه، خمساً وربع من جميع ماله، ح - 9 - يده، يده، ب، ع / أسهم، ناقصة، ح / سهماً، ناقصة، ح - 9 - 10 والذي ... سهماً، ناقصة، ب - 10 كله، ناقصة، ع - 11 فينبغي أن يبقى، فيبقى، ح / في، ناقصة، ب / يدها (الأولى والثانية)، يدها، ب، ع / ما خرج، ما يخرج، ط / من يدها، كتب ناسخ، فوقها «منها» من نسخة أخرى - 12 وجميع، فجميع ذلك، ح - 13 يكون؛ وليكن، ح / لريعه، له، ب، ع / يكون، ناقصة، ب، ع / يبقى، بقي، ب، ع، ح / ينقسم، يستقيم، ب، ع - 14 - على، به، ب، ع / بين، ط، ثم كتب ناسخ، فوقها «بينهما» من نسخة أخرى / فذلك، وذلك، ب، ع - 15 من ذلك، ناقصة، ب، ع، ح / ستون، وهو ستون، ب، ع، ح - 16 من ذلك، منه، ح / يبقى، بقي، ب، ع، ح.

- من ذلك خمسه وربعه، وهو واحد وتسعون، وتبقى تسعة وأربعون
للابن، فجميع الوصية مائة وواحد وثلاثون / بين الرجلين الموصى لهما
صاحب الخمسين من ذلك ثمانية أجزاء من ثلاثة عشر جزءاً، ولصاحب
الربع خمسة أجزاء من ثلاثة عشر جزءاً. فإن أردت أن تصحح سهام
الرجلين الموصى لهما، فاضرب سهام الفريضة في ثلاثة عشر يصح من
ثلاثة آلاف ومائة وعشرين.
- فإن أجاز الابن الخمسين لصاحب الخمسين، ولم يجز للآخر شيئاً،
وأجازت الأم الربع لصاحب الربع ولم تجز للآخر شيئاً، ولم يجز الزوج
إلا الثلث لهما، فاعلم أن / الثلث للرجلين جائز على جميع الورثة،
يضرب فيه صاحب الخمسين بثمانية أجزاء من ثلاثة عشر جزءاً،
وصاحب الربع بخمسة أجزاء من ثلاثة عشر. فأقم سهام الفريضة على ما
ذكرت لك فيكون من اثني عشر، للزوج الربع وللأم السدس وللابن ما
بقي.
- وقياسه: أنك تعلم أن الزوج يخرج من يده ثلث حصته على كل حال،
فينبغي أن يكون / في يده ثلاثة أسهم، وأن الأم يخرج من يدها الثلث
لكل واحد بقدر حصته، وهي قد أجازت لصاحب الربع من خاصة حصتها
فضل ما بين الربع وحصته من نصيبها وهي تسعة عشر / جزءاً من مائة ٧٢ - ٥
وسنة وخمسين من جميع نصيبها. فينبغي أن يكون نصيبها مائة وستة
- 1 خمسه، خمساها [ح] / ربعه، ربعها [ح] / واحد، احد [ح] / تبقى، بقى [ب، ع، ح] - 2
للابن، ناقصة [أ، ط] / وواحد، واحد [أ، ط، ح] / الموصى لهما، ناقصة [ب، ع، ح] - 2-1
تسعة ... للابن، للابن تسعة ولربعون [ب، ع] - 3 الخمسين، الخمس [أ] / عشر، ناقصة [ب]
/ جزءاً، ناقصة [ح] - 4 جزءاً، ناقصة [ب، ع، ح] / فإن، فإذا [ب، ح] / أن، ناقصة [أ] - 5
سهام، ناقصة [ب، ع، ح] / يصح، يصح [ط] - 6-5 يصح ... وعشرين، ناقصة [ب، ع، ح]
- 8 وأجازت ... شيئاً، ناقصة [ح] في القامش مع «صح» [ع] / لصاحب الربع، ناقصة [ب، ع]
- 9 إلا الثلث لهما، لهما إلا الثلث [أ، ح، ط] كتب ناسخ [أ] «ذ» فوق «لهما» وأضاف
«الثلث» من نسخة أخرى - 10 جزءاً، ناقصة [ب، ع، ح] - 11 فأقم، فاقسم [ب، ع] /
سهام، ناقصة [أ، ط] - 12 من، ناقصة [أ، ط] / اثني، اثنا [ح] - 12-13 وللابن ما بقي وما
بقي للابن [ب، ع] - 14 وقياسه، قياسه [ب، ع] فقياسه [ح] / يده، يديه [ب، ع] / ثلث
حصته، ثلثه [ب، ع] - 15 يدها، يديها [ب، ع] - 16 وهي قد، فهي قد [ب، ع] فهي إذا [أ]
ط] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «وهي قد» من نسخة أخرى / حصتها، كتب ناسخ [أ] فوقها
«نصيبها» من نسخة أخرى - 17 الربع و، الربع وما يخصه من الثلث في [ب] الربع والسدس
في [ع] الربع وما بين [ح] / من نصيبها، من ثلث نصيبها [ح] / وهي، وهو [ب، ع] / جزءاً،
ناقصة [ب، ع، ح].

وخمسين، فصّته من الثلث من نصيبها عشرون سهماً، والذي أجازت له ربع حصّتها وهو تسعة وثلاثون. فيؤخذ ثلث ما في يدها لهما وتسعة عشر سهماً للذي أجازت له خاصة.

- 5 ثم الابن قد أجاز لصاحب الخمسين فضل ما بين خمسي نصيبه / وبين ع - ٢٢ - ٥ ما يصيبه من الثلث وهو ثمانية وثلاثون من مائة وخمسة وتسعين من نصيب الابن بعد إخراج الثلث لهما، لأن الذي له من خاصة الثلث ثمانية أجزاء / من ثلاثة عشر من الثلث وهو أربعون، والذي أجاز له من ح - ٢٥ - ٥ خمسي نصيبه ثمانية وثلاثين، فذلك ثمانية وسبعون، فيؤخذ منه خمسة وستون ثلث ماله لهما، والذي أجاز له خاصة ثمانية وثلاثون.
- 10 فإن أردت أن تصحح سهام الفريضة صححتها، فكانت من مائتي ألف / وسبعة عشر ألفاً وستمئة وعشرين.

ط - ٧٣

1 نصيبها، نصيب [ع] - 2 يدها، يدها [ب، ج] / وتسعة، تسعة [ح] - 5 ما يصيبه، يصيبه [ع] نصيبه [ب] / ثمانية، ستة [ع] - 7 أجزاء، أجزاء له من خمسين [ح] / عشر، عشر جزءا [ح] - 8 وثلاثين، وثلاثون [أ، ط، ب، ع، ح] - 9 ثلث، فهو ثلث [ح] / لهما، لها [ب] / الذي، للذي [ب، ج] - 10 أن، ناقصة [أ] / صححتها، صححتها [ع] - 10 - 11 من ... وعشرين، ناقصة [ب، ع، ح] / وجد في [ح] المبرة التالية مائة ألف واحد وعشرين ألفاً وستمئة وثمانين سهماً، وفي [ب، ج] نجد المقطع التالي «لربرة للاف (للاف، الا [ب]) وستمئة وثمانين للام من ذلك السدس سبعمئة وثمانون والثلث من ذلك للوصايا مائتان وستون لصاحب الربع منها مائة ولصاحب الخمسين مائة وستون ويلزم الام للموصى له بالربع خمسة وتسعون فاذا جمعت الى ما اصابه من ثلث نصيب الام كان ذلك مائة وخمسة وتسعين وهو ربع حصتها لانها اجازت له الربع وبقي للام [ب- ٨٥- ٨٥] من السهام اربعمئة وخمسة وعشرون وحصته الابن اثنان وسبعمئة وثلثون والثلث من ذلك للوصايا تسعمئة وعشرة نصيب صاحب الخمسين من ذلك خمسمئة وستون ونصيب صاحب الربع للوصاية وخمسون ويلزم الابن للموصى له بالخمسين خمسمئة واثنان وثلثون ولذا جمعتها (جمعتها [ع]) الى ما اصاب صاحب الخمسين من ثلث الابن صار ذلك اثنان وثلثون وتسعين وخمس حصته (حصته [ع]) الذي اجاز له وبقي في يدي الابن من السهام اثنان وثمانون وحصّة الزوج الف ومائة وسبعون خرج من ذلك الثلث للوصاية (للوصاية: بثلثها [ب]) وتسعون للوصايا نصيب صاحب الربع مائة وخمسون وصاحب الخمسين مائتان وأربعون وبقي في يدي الزوج من السهام سبعمئة وثمانون فجميع ما حصل للورثة من السهام غير سهام الموصى لهما اثنان وستمئة وثمانون وصاحب الخمسين الف فأربعمئة واثنان وتسعون وسهام صاحب الربع ستمئة (ستمئة، مائة [ع]) وخمسة وتسعون فجميع السهام سهام الورثة وسهام الموصى لهما اربعة الاف وستمئة وثمانون [ع- ٢٤- ٢٤] وهي مثل سهام الفريضة كلها معرفة (معرفة: فراغ [ب]) ما نصيب صاحب الخمسين وصاحب (وصاحب، صاحب [ب]) الربع انك اذا اخرجت الثلث من حصّة كل واحد اعطيت صاحب الخمسين ثمانية أجزاء من ثلاثة عشر وصاحب الربع خمسة أجزاء من ثلاثة عشر - 11 وسبعة، وتسعة [أ، ط] / وستمئة، وثلاثمئة [أ، ط].

وفي وجه آخر من الوصايا

- رجل مات وترك أربعة بنين وامرأة، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد البنين إلا مثل نصيب المرأة.
- 5 فأقم سهام الفريضة وهي / اثنان وثلاثون سهماً، للمرأة الثمن، ب - ٨٦ - و أربعة، ولكل ابن سبعة أسهم. فأنت تعلم أن الذي أوصى له به ثلاثة أسباع نصيب / ابن، فزد على الفريضة مثل ثلاثة أسباع نصيب ابن، ١ - ٢٠ - ط وهي الوصية، فيكون ذلك خمسة وثلاثين. للموصى له ثلاثة أسهم من خمسة وثلاثين سهماً، ويبقى اثنان وثلاثون سهماً بين الورثة على سهامهم، إن شاء الله تعالى.
- 10 مسألة، فإن ترك ابنين وبنات وأوصى لرجل بمثل نصيب ابن ثالث لو كان، فالوجه في هذا أن تنظر أن لو كان البنون ثلاثة كم كانت تكون سهامهم؟ فتجد ذلك سبعة فيكون للابن سبعان. ثم انظر كم سهامهم؟ فتجدها خمسة، فاضربها في سبعة ليكون لها سبع، فيكون / ذلك خمسة ح - ٢٦ - و وثلاثين سهماً، فزد عليها سبعها، وهو عشرة، فيكون ذلك خمسة وأربعين، للموصى له من ذلك عشرة، ولكل ابن أربعة عشر وللبنات سبعة.
- 2 يمثل، مثل [ح] - 4 فأقم، فأقسم [ب، ع] - 5 أسهم، ناقصة [أ، ط، ح] / فأنت، وأنت [ب] / له، ناقصة [ب، ع، ط] / ثلاثة، مثل ثلاثة [ح] - 6 فزد ... ابن، ناقصة [ط] أيتها في الهامش مع «صح أصل» [أ] / مثل، ناقصة [أ] - 7 وهي، وهو ثلاثة وهي [أ، ط] وكتب ناسخ [أ] فوقها «ذ» / أسهم، ناقصة [ب، ع] - 8 سهماً، ناقصة [ع، ح] / ويبقى، ويبقى [ح] / سهماً، ناقصة [أ، ط] / بين الورثة، للورثة [ب، ع، ح] / على، فتقسم على [ح] - 9 إن ... تعالى، ناقصة [أ، ط] / تعالى، ناقصة [ع] - 10 مسألة، ناقصة [أ، ط، ب، ع] / وبنات، وبنات [ب، ع] وابنة [ح] / وأوصى، فأوصى [ع] / لرجل، ناقصة [ب، ع، ح] - 11 هذا، ذلك [أ، ط] / أن (الثانية)، إلى ابن [أ، ط] ناقصة [ح] - 12 فيكون، يكون [ح] / انظر كم، كتب فوقها «ينظر» من نسخة أخرى [أ] - 12-13 فيكون ... ذلك، فخذ فريضة يكون خمسها سبع ولسميها خمس وذلك [أ، ط] وكتب في الهامش من نسخة أخرى «فيكون للابن سبعان. ثم ينظر سهامهم فتجدها خمسة فاضربها في سبعة ليكون لها سبع فيكون ٢٥ فزد» - 14 سهماً، ناقصة [أ، ب، ع، ط] / وهو، ناقصة [ب، ع، ح] / ذلك، ناقصة [ب، ع، ح] - 15 للبنات، للابنة [ب، ع، ح].

مسألة: فإن ترك أمًا وثلاثة بنين وبتًا، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد بنيه إلا مثل نصيب ابنة أخرى لو كانت، فأقم سهام الفريضة واجعلها شيئًا ينقسم بين هؤلاء الورثة وبينهم لو كانت معهم ابنة أخرى، فتجدها ثلاثمائة وستة وثلاثين.

5 فنصيب ابنة لو كانت خمسة وثلاثون، ونصيب ابن ثمانون سهمًا، فبينهما خمسة وأربعون، وهي الوصية، فزدها على ثلاثمائة وستة وثلاثين، فيكون ذلك ثلاثمائة واحدًا وثمانين، فذلك سهام المال.

مسألة: فإن ترك ثلاثة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد بنيه إلا

- مثل / نصيب ابنة لو كانت وثلث ما بقي من الثلث، فقياس ذلك: أن ط - ٧٤
10 تقسيم سهام الفريضة على شيء ينقسم بين / هؤلاء الورثة وبينهم لو كانت معهم ابنة أخرى، فيكون ذلك واحدًا وعشرين. فلو كانت معهم بنت أخرى، لكان / لها ثلاثة، ونصيب ابن سبعة، فقد / أوصى له بأربعة أسباع نصيب ابن وثلث ما بقي من الثلث. فخذ ثلثًا، فاطرح منه أربعة أسباع نصيب ابن، فيبقى ثلث مال إلا أربعة أسباع نصيب ابن، ثم ألق ثلث ما بقي من الثلث وهو تسع مال إلا سبع نصيب وثلث سبع نصيب، فيبقى تسع مال إلا سبعة نصيب وثلثي سبع نصيب. فزد ذلك على ثلثي المال، فيكون ثمانية أتساع مال إلا سبعة نصيب وثلثي سبع نصيب،

1 مسألة ناقصة [ط، ب، ع] / بتًا، ابتأ [ب، ع] - 2 ابنة، بنت [ط] / لو كانت، لو كانت فاصل الفريضة من ستة للام السدس وما بقي مقسوم على سبعة فاضرب ستة في سبعة باثنين وأربعين ثم ضربنا ذلك في ثمانية للوصايا التي أوصى بها [ح] - 3 شيئًا، ناقصة [ب، ع]، [ج] / ينقسم، تستقيم [ب، ع]، [أ] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «ينقسم» من نسخة أخرى / ابنة، بنت [ح] / أخرى، ناقصة [ب، ع]، [ج] - 6 فبينهما، وبينهما [ط] / فزدها، فزد [ب، ع] - 7 فيكون، يكون [ح] / ذلك، ناقصة [ب، ع]، [ج] / واحدًا، وواحد [ح] / فذلك، وذلك [ب، ع]، [ج] - 8 مسألة، ناقصة [ط، ب، ع] / بنه، كتب ناسخ [أ] الكلمة ثم كتب فوقها «البنين» من نسخة أخرى - 9 قياس، والقياس في [ح] فالقياس في [ب، ع] - 10 ينقسم، يستقيم [ط، ب، ع] / بينهم، بينهم ان [ب، ع] - 12 بنت، ابنة [ب، ع] / أخرى، ناقصة [ب، ع]، [ج] / لكان، كان [ب، ع]، [ج] / له، ناقصة [ب، ع]، [ج] - 13 فاطرح، واطرح [ح] - 14 وثلث ... ابن (الأولى)، ناقصة [ب، ع] - 14 ابن، ناقصة [ح] / فيبقى، فبقى [ب] / مال، ناقصة [ب، ع]، [ج] / أربعة، ريمه [ع] / ابن، ناقصة [ب، ع] - 15 ثلث (الأولى)، كتب ناسخ [أ] فوقها «ذلك» من نسخة أخرى / مال، المال [ب، ع]، [ج] - 16 فيبقى، فبقى [ب] / تسع، تسع [ح] / فزد ذلك على ثلثي، كتب ناسخ [أ] فوقها «فزده على الثلثين» من نسخة أخرى - 16-17 تسع ... فيكون، ناقصة [ب، ع] - 17 فيكون، وذلك [ح] / مال، المال [ب، ح، ع].

وذلك ثمانية أجزاء من واحد وعشرين جزءاً من نصيب تعدل ثلاثة أنصبا. فاجبر ذلك، فيكون ثمانية أتساع مال تعدل ثلاثة أنصبا وثمانية أجزاء من واحد وعشرين جزءاً من نصيب. فتم مال، وهو أن تزيد على الثمانية الأتساع مثل ثمنها وعلى الأنصبا مثل ثمنها، فيكون ملك مال يعدل ثلاثة أنصبا وخمسة وأربعين جزءاً من ستة وخمسين جزءاً من نصيب،/ والنصيب ستة وخمسون، والمال مائتان وثلاثة عشر سهماً، والوصية الأولى اثنان وثلاثون سهماً والثانية ثلاثة عشر سهماً، وبقي مائة وثمانية وستون سهماً لكل ابن ستة وخمسون سهماً.

وفي وجه آخر من الوصايا

10 امرأة ماتت وتركت ابنتها وأمها وزوجها، وأوصت لرجل بمثل نصيب الأم، ولآخر بتسع جميع المال.
قياس / ذلك، أن تقسم سهام الفريضة، فتكون ثلاثة عشر سهماً للأُم ح - ٢٧ - د من ذلك سهمان. وأنت تعلم أن الوصية سهمان وتسع جميع المال، فيبقى منه ثمانية أتساع المال إلا سهمين بين / الورثة. فتم مال، وقامه أن ١٥ - ١٥ تجعل الثمانية الأتساع إلا سهمين ثلاثة عشر سهماً. فتزيد على ذلك سهمين، فيكون خمسة عشر سهماً تعدل ثمانية أتساع مال. ثم تزيد على ذلك ثمنه وعلى خمسة عشر ثمنها، وهو سهم وسبعة أثمان سهم، لصاحب / التسع من ذلك التسع، وهو سهم وسبعة أثمان سهم، وللآخر، ب - ٨٧ - د

2 أنصبا، ايضاً [ب] / فاجبر، فتجبر [ب]، ع / مال، ناقصة [ب]، ع - 3 واحد، احد [أ]، ط / - 4 الثمانية ... وعلى، ناقصة [ب]، ع / مثل (الأولى)، ناقصة [ج] / مثل (الثانية)، ناقصة [ب]، ع، ح - 5 ملك، ناقصة [ب]، ع، ح / مال، مالا [ج]، ع - 6 نصيب، سهم [ب]، ع، ح / والنصيب، فالنصيب [ب]، ع، ح - 7 الوصية، الوصايا [ج] / ثلاثة، ناقصة [ب]، ع، ح / ناقصة [أ]، ط، ب، ع - 8 سهماً، ناقصة [أ]، ط، ب، ع - 9 وفي ... الوصايا، ناقصة وترك فراغاً لها [ب] - 10 ماتت، ناقصة [ب]، ع / تولت [ج] / وتركت، تركت [ب]، ع / أمها وزوجها، وزوجها وأمها [ب]، ع، ح - 11 جميع المال، كتب ناسخ [أ] فوقها «مالها» من نسخة أخرى - 12 قياس، فقياس [ج] / الفريضة، المال [ب]، ع - 13 جميع، ناقصة [ب]، ع، ح / فيبقى، فيبقى [ب]، ع - 14 منه، ناقصة [ب]، ع، ح / المال، ناقصة [ط] / وقامه، كتب ناسخ [أ] فوقها «وهو» من نسخة أخرى - 15 ثلاثة، من ثلاثة [ب]، ع - 16 فيكون، يكون [ج] / سهماً، ناقصة [ج] / تعدل، ناقصة [ع] - 17 وعلى خمسة عشر ثمنها، ناقصة [ب]، ح، ع / وسبعة، من سبعة [ج].

الموصى له بمثل نصيب الأم، سهمان، فيبقى ثلاثة عشر سهماً بين الورثة على سهامهم، وتصح من مائة وخمسة وثلاثين سهماً.

فإن أوصت بمثل نصيب الزوج ويشمن المال وعشره، فأقم سهام الفريضة، فتكون ثلاثة عشر سهماً، ثم زد عليها مثل نصيب الزوج، وهو ثلاثة، فتكون ستة عشر وذلك ما بقي من المال بعد الثمن والعشر وهو تسعة أجزاء من أربعين سهماً، والذي يبقى من المال بعد الثمن والعشر /

أحد وثلاثون جزءاً من أربعين جزءاً من مال، وهو يعدل ستة عشر سهماً. ع-٢٥-و فأكمل مالك وهو أن تزيد عليه تسعة أجزاء من واحد وثلاثين جزءاً، فاضرب ستة عشر في واحد وثلاثين، فيكون ذلك أربعمائة وستة

وتسعين، فزد عليها تسعة أجزاء من واحد / وثلاثين سهماً وهي مائة وأربعة وأربعون جزءاً، فيكون ذلك ستمائة وأربعين، فألق ثمنها وعشرها، وهو مائة وأربعة وأربعون، ومثل نصيب الزوج وهو ثلاثة وتسعون، فيبقى أربعمائة وثلاثة، للزوج من ذلك ثلاثة وتسعون، وللأم اثنان وستون، ولكل بنت مائة وأربعة وعشرون.

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصت لرجل بمثل نصيب الزوج إلا تسع وعشر ما يبقى من المال بعد النصيب، فقياس ذلك، أن تقيم سهام الفريضة، فتجدها من ثلاثة عشر سهماً، فالوصية من جميع المال ثلاثة أسهم، فيبقى مال إلا ثلاثة أسهم، / ثم استثن تسع وعشر ما يبقى من المال، فهو تسع مال وعشره إلا تسع ثلاثة أسهم وعشرها، وذلك تسعة

1 بمثل، مثل [ب، ع] / فيبقى، وبقي [ب، ح، ع] - 2 تصح، نصح [ب، ع] - 3 أوصت، اوصى [ب، ح، ع] - 4 تكون، فتكون ذلك [ح] / سهماً، ناقصة [ح] / مثل، ناقصة [ح] - 5 فتكون، يكون [ح] / وهو، ناقصة [ب، ع] - 6 أجزاء، أسهم [ب، ع، ح] - 7 أحد، واحد [ح] / من مال وهو، ناقصة [ح] / من مال، ناقصة [ب، ع] / يعدل، ناقصة [ب، ع] / سهماً، ناقصة [ب، ع، ح] - 8 أجزاء، أسهم [ب، ح، ع] / واحد، أحد [أ، ط] / جزءاً، ناقصة [ب، ع، ح] - 9 واحد، أحد [أ، ط، ح] / فيكون، يكون [ح] / ذلك، ناقصة [ب، ح، ع] - 10 تسعين، تسعون [ح] / واحد، أحد [أ، ط] / سهماً، منها [أ، ط] / وهي، وهو [ب، ع، ح] - 11 مائة و، ناقصة [ح] - 12 وهو، ناقصة [أ، ط، ح] / وأربعة، ناقصة [ب، ع، ح] - 13-12 فيبقى... وتسعون، ناقصة [ح] - 14 بنت، ابنه [ب، ع] - 16 يبقى، بقي [ح] يبقى بعد [ع] / سهام، ناقصة [ب، ع، ح] - 17 فتجدها، فتكون [ب، ع، ح] / من، ناقصة [ب، ع] على [ح] / فالوصية، والوصية [أ، ط] - 18 فيبقى، يبقى [ح] فيبقى [ب، ع] كتب ناسخ [أ] قولها «يبقى» من نسخة أخرى / استثن، استثنى [أ، ب، ح، ع] / ما يبقى، ما بقي [ب] - 19 مال، المال [ب، ع، ح] / ثلاثة أسهم وعشرها، وعشر ثلاثة أسهم [ح].

- عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من سهم، فيكون ذلك مالاً وتسعاً وعشرًا /
 ٥ - ٢٨ - ب - ٥ إلا ثلاثة أسهم وتسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من سهم تعدل ثلاثة عشر سهماً. فاجبر مالك بثلاثة أسهم وتسعة عشر جزءاً من ثلاثين /
 ٥ - ٢٨ - ب - ٥ جزءاً من سهم وزده على الثلاثة عشر، فيكون مالاً وتسعاً وعشرًا يعدل ستة عشر سهماً وتسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من سهم. فرد ذلك إلى مال واحد، وهو أن تنقص من ذلك تسعة عشر جزءاً من مائة وتسعة أجزاء، فيبقى مال يعدل ثلاثة عشر سهماً وثمانين جزءاً من مائة وتسعة أجزاء من سهم. فتجعل السهم / مائة وتسعة أجزاء وتضرب الثلاثة عشر ح - ٢٨ - و في مائة وتسعة أجزاء، وتزيد على ذلك ثمانين جزءاً، فيكون ألفاً وأربعمائة وسبعة وتسعين ونصيب الزوج ثلاثمائة وسبعة وعشرون. 10

- مسألة: فإن ترك أختين وامراً وأوصى لرجل بمثل نصيب أخت / إلا ع - ٢٥ - ط ثمن ما يبقى من المال بعد الوصية، فقياس ذلك: أن تقيم الفريضة من اثني عشر سهماً لكل أخت ثلث ما يبقى من المال بعد الوصية، فهذا مال إلا وصية. فأنت تعلم أن ثمن ما يبقى مع الوصية يعدل نصيب أخت، فثمن ما يبقى هو ثمن مال إلا ثمن وصية، وثمن مال إلا ثمن وصية مع وصية تعدل نصيب أخت، وذلك ثمن مال وسبعة أثمان وصية، فالمال كله يعدل ثلاثة أثمان مال وثلاث وصايا وخمسة أثمان وصية. فاطرح من المال ثلاثة أثمانه، فيبقى خمسة أثمان مال تعدل ثلاث وصايا وخمسة أثمان وصية، فالمال كله يعدل خمس وصايا وأربعة أخماس وصية، فالمال تسعة وعشرون، والوصية خمسة، والنصيب ثمانية. 20

1 جزءاً (الأولى): ناقصة [ح] / مالاً وتسعاً وعشرًا: مال وتسع وعشر [ح] - 2 جزءاً (الثانية): ناقصة [أ، ط] - 3 أسهم، ناقصة [ح] - 4 وزده، وزد [أ، ط] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «فزده» من نسخة أخرى / فيكون: مثلها فيكون [أ، ط] / تسعاً وعشرًا: تسع وعشر مال [ح] - 5 جزءاً (الثانية): ناقصة [ح] - 8 من سهم، ناقصة [ح] / الثلاثة، فله [ب، ع] ثلاثة [ح] - 9 أجزاء: ناقصة [ب، ع، ح] / جزءاً: ناقصة [ب، ح، ع] / فيكون ذلك [ب، ع، ح] - 10 ونصيب، فنصيب [ح] / وسبعة، وتسعة [ح] - 11 مسألة: ناقصة [أ، ط، ب، ع] / فإن: وإن [ح] - 12 ما يبقى: ما بقي [ب، ح] / تقيم: ناقصة [ب، ع، ح] - 13 اثني اثنا [ح] / سهماً: ناقصة [ح] / ما يبقى: ما بقي [ب، ح، ع] - 14 ما يبقى: ما بقي [ب، ع] / مع الوصية: والوصية [ب، ع] - 15 هو: وهو [ح] / وثمن، فثمن [ب، ح] - 15 - 16 مع وصية: كتب فوقها «ووصية» من نسخة أخرى [أ] مع الوصية [ح] وصية [ب] ناقصة [ع] - 16 نصيب ... وصية: نصيبا فثمن مال وسبعة أثمان وصية تعدل نصيب أخت [ب، ع، ح] - 17 مال: ناقصة [ب، ع] - 18 مال: المال [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «المال» من نسخة أخرى - 19 فالمال (الأول، والثانية)، والمال [ح] - 20 والوصية، فالوصية [ح].

وفي وجه آخر من الوصايا

رجل مات وترك أربعة بنين وأوصى / لرجل بمثل نصيب أحد بنيه ب- ٢٩ - و
ولآخر بربع ما يبقى من الثلث.

فاعلم أن الوصية إنما هي من ثلث المال في / هذا النوع . ح- ٢٨ - ط

وقياسه، أن تأخذ ثلث مال، فتلقي منه النصيب، فيبقى ثلث مال / لا ط- ٢٧ - 5

نصيباً، ثم تنقص منه ربع ما يبقى من الثلث، وهو ربع ثلث إلا ربع
نصيب، فيبقى ربع مال إلا ثلاثة أرباع نصيب، فزد عليه ثلثي المال،
فيكون أحد عشر جزءاً من اثني عشر جزءاً من مال إلا ثلاثة أرباع

نصيب تعدل أربعة أنصاء . فاجبر ذلك بثلاثة أرباع / نصيب، وزد ا- ٢٢ - و
الثلاثة الأرباع على الأربعة الأنصاء، فيكون معك أحد عشر جزءاً من

اثني عشر جزءاً من مال يعدل أربعة أنصاء وثلاثة أرباع نصيب . فكمّل
مالك وهو أن تزيد على الأربعة الأنصاء والثلاثة أرباع النصيب جزءاً من
أحد عشر جزءاً منها، فيكون ذلك خمسة أنصاء وجزئين من أحد عشر
جزءاً من نصيب تعدل مالاً . فاجعل النصيب أحد عشر، والمال سبعة

وخمسين، والثالث تسعة عشر، ثم ترفع من ذلك النصيب أحد عشر، 15

فيبقى منه ثمانية، للموصى له بربع ما بقي الثمان، وتبقى ستة مردودة على

الثلاثين، وهو ثمانية وثلاثون، فيكون أربعة وأربعين بين أربعة بنين، / لكل ع- ٢٦ - و
ابن أحد عشر سهماً .

1 وفي ... الوصايا ناقصة وترك فراغاً لها [ب] - 2 مات، تولى [ج] ناقصة [ب، ع] / وترك،
ترك [ب، ع] - 3 ما يبقى، ما بقي [ب] - 4 فاعلم، واعلم [ج] / المال، مال [ب، ع] - 5
وقياسه، قياسه [ج] / منه، ناقصة [ب، ع، ح] - 6 منه، ناقصة [ب، ح، ع] / ما يبقى، ما بقي
[ب، ع] / وهو، فيبقى [ب] - 7-6 وهو ... ربع نصيب، ناقصة [ع، ح] - 7 فيبقى، فيبقى [ع]
فيبقى ثلثه ارباع ثلث وهو [ب] / مال، المال [ب] - 8 اثني، اثنا [ج] - 9 ذلك، مالك [ب، ح،
ع] - 9-10 وزد الثلاثة الأرباع، وزدما [أ، ط] ثم كتب ناسخ [أ] فوفاها «وزد الثلاثة الأرباع»
من نسخة أخرى - 10 الأربعة، ناقصة [ب] / معك، ناقصة [ب، ع، ح] - 10-11 من اثني
عشر، ناقصة [ب] / من اثني عشر جزءاً، أتبها في الهامش مع «صح» [ع] - 11 اثني، اثنا
[ع] / جزءاً، ناقصة [أ، ط، ب] - 12 الأنصاء، ناقصة [ب، ع] / الثلاثة، ثلاثة [ج] / أرباع
النصيب، الأرباع [أ، ط، ب، ع] - 13 جزءاً، منها، ناقصة [أ، ط] سهماً [ب، ع] - 14 جزءاً،
ناقصة [أ، ط، ب، ع] - 15 ثم، ناقصة [أ، ط، ب، ع] / ترفع، برفع [أ] / من، ناقصة [أ، ط] /
النصيب، للنصيب [ب، ع] - 16 منه، ناقصة [ب، ع] / برع، ما بقي، ناقصة [ب، ع] بالبرع [أ،
ط] / وتبقى، وبقيت [ج] وتبقى [ب، ع] / مردودة، مزيدة [ج] - 17 وهو، وصا [ج، ط، أ] ثم
كتب ناسخ [أ] فوفاها «وهو» من نسخة أخرى / فيكون، يكون [ج] / بنين، ناقصة [ج].

مسألة: فإن ترك أربعة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب ابن إلا خمس ما يبقى من الثلث بعد النصيب، فالوصية من الثلث. فخذ ثلثاً واطرح / منه نصيباً، فيبقى ثلثٌ إلا نصيباً، ثم اردد إليه ما استثنى وهو خمس ح ٢٩ - و الثلث إلا خمس نصيب، فيكون ثلثاً وخمس ثلث، وذلك خمسان، إلا نصيباً وخمس نصيب. ثم زد ذلك على ثلثي المال، فيكون مالاً وخمس 5 ثلث مال إلا نصيباً وخمس نصيب تعدل أربعة أنصبا. / فاجبر المال ب ٨٨ - ط نصيب وخمس نصيب وزده على الأربعة الأنصبا، فيكون مالاً وخمس ثلث مال تعدل خمس أنصبا وخمس نصيب. فاردد ذلك إلى مال واحد، وهو أن تنقص مما معك نصف ثمنه وهو جزء من ستة عشر، فيصير معك 10 مال يعدل أربعة أنصبا وسبعة أثمان نصيب. فاجعل المال تسعة وثلاثين، والثلث ثلاثة عشر، والنصيب ثمانية، فيبقى من الثلث خمسة، خُمسها واحد. فزد عليه الواحد الذي استثناء من الوصية، فتبقى الوصية سبعة، ويبقى من الثلث ستة، فزد عليها ثلثي المال، وهو ستة / وعشرون سهماً، ط ٧٨ - فتكون اثنين وثلاثين على أربعة بنين، لكل ابن ثمانية.

15 مسألة: فإن ترك ثلاثة بنين وابنة، وأوصى لرجل من سُبُعي ماله بمثل نصيب ابنته، ولآخر بخمس وسدس ما يبقى من السُبُعين، فالوصية في هذا الوجه من سُبُعي المال. فخذ سُبُعي المال واطرح منه نصيب بنت، فيبقى سُبُعا مال إلا نصيب بنت، فاطرح منه الوصية / الأخرى وهي ح ٢٩ - ط 1 مسألة: ناقصة [أ، ط، ب، ع] / وأوصى: فاوصى [ب] / ابن: الابن [ب، ح، ع] - 2 الثلث، كتب ناسخ [أ] فوقها «ثلث المال» من نسخة أخرى / بعد النصيب فالوصية من الثلث، ناقصة [ب] / واطرح: فاطرح [أ، ح] - 3 فيبقى ثلث إلا نصيباً، ناقصة [ب، ح، ع] - 4 إلا خمس، إلا خمسي [ب] إلا خمس خمسي [ع] / ثلث، الثلث [ب، ع] - 5 ثم ... المال، كتب في الهامش «ثم زد على ذلك ثلثي المال» من نسخة أخرى [أ] / ذلك على، على ذلك [ب، ع، ح] - 5-6 وخمس ثلث، ناقصة [ح] كتب فوقها «وثلث خمس» من نسخة أخرى [أ] - 6 مال، ناقصة [ب، ع، ح] - 7 الأنصبا، إلا نصيباً [ب] للأنصبا. [ع] - 8 مال، ناقصة [ب، ع] / خمس (الأولى): خمسة [ط، ع] / فاردد ذلك، كتب فوقها «فارده» من نسخة أخرى [أ] / واحد، ناقصة [ب، ع، ح] - 11 والثلث، والمال [أ] / خمسها، وخمسها [ب، ع] - 12 عليه، عليها [ب، ع] - 13 سهماً، ناقصة [ب، ع] - 14 تكون، فيبقى [ح] - 15 مسألة: ناقصة [ب، ع، أ، ط] / ابنة: بنتاً [أ، ط] / لرجل: ناقصة [ح] - 16 ابنته لرجل [ح] / بخمس وسدس: سدس وخمس [ب، ع، ح] / السبعين: السبعين بعد النصيب [ح] / في: من [ح] - 17 المال (الثانية): مال [ب، ع، ح] / واطرح: فاطرح [أ، ط، ح] / بنت، كتب فوقها «ابنة» من نسخة أخرى [أ] - 17-18 نصيب ... فاطرح منه: ناقصة [ب، ع] - 18 سهماً سبُعي [ح]

- خُمْسه وسُدسه، فيبقى سُبُع وأربعة أجزاء من خمسة عشر جزءاً من سُبُع
إلا تسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من نصيب. فزد على ذلك خمسة
أسباع المال الباقية، فيكون ستة أسباع مال وأربعة أجزاء من خمسة عشر
جزءاً من سبع المال / إلا تسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من نصيب ١- ٢٢ - ط
- 5 تعدل سبعة أنصباء. فاجبرها بتسعة عشر جزءاً / وزدها على السبعة ع - ٢٦ - ط
- 10 وتسعين جزءاً من مائة وثمانية وثمانين / جزءاً من نصيب. فاجعل المال ب - ٨٩ - و
كله ألفاً وستمائة وثلاثة، والنصيب مائة وثمانية وثمانين. ثم خذ سبعمي
المال وهو أربعمائة وثمانية وخمسون، فاطرح منه النصيب، وهو مائة
وثمانية وثمانون، فتبقي مائتان وسبعون، فاطرح خُمس ذلك وسُدسه،
تسعة وتسعين سهماً، فتبقي مائة وأحد وسبعون / سهماً. فزد عليه ط - ٧٩ -
- 15 خمسة أسباع المال، وهو ألف ومائة وخمسة وأربعون، فيكون ألفاً
وثلاثمائة وستة عشر / سهماً بين سبعة أسهم، لكل سهم مائة وثمانية ح - ١٠ - و
وثمانون سهماً وهو نصيب البنت وللأبن ضعف ذلك.
- 20 فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصى من خمسي ماله بمثل نصيب
البنت، ولآخر برع وخُمس ما يبقى من الخمسين بعد النصيب، فقياس
ذلك، أن الوصية من الخمسين، فتأخذ خُمسي مال، فتلقي منه النصيب،
فيبقى خُمس ما لا نصيباً. ثم تلقي منه رُبع وخُمس ما يبقى، وهو تسعة
أجزاء من عشرين جزءاً من الخمسين إلا مثل ذلك من النصيب، فيبقى
- 1 سب (الأولى)، سبعة [ب]، ع] - 2 على ذلك، ذلك على [ط] على ذلك على [ح] أثبت «على»
في الهامش مع «ص أصل» [أ] - 3 أسباع (الثانية)، اتساع [ع] / مال، ناقصة [ب]، ع، ح] -
4 جزءاً، ناقصة [أ]، ط / المال، ناقصة [ب]، ح، ع] / تسعة، سبعة [ع]، ح] / جزءاً (الثانية)،
اجزا [ب] - 5 السبعة، التسعة [ح] - 6 الأنصباء، ناقصة [ب]، ع، ح] / أسباع، اتساع [ب]، ع،
ح] - 8 ما، في، ح] - 9-7 من ثلاثين ... وتسعين جزءاً، ناقصة [ب]، ع] - 11 وثلاثة،
ناقصة [ب] - 12 وثمانية ... مائة، ناقصة [ب]، ع] - 13 فتبقى، ويبقى [أ]، ط] يبقى [ح] فتبقى
[ب] - 14 تسعة، وهو تسعة [ح] / تسعين، تسعون [ح] / فتبقى، يبقى [ح] / مائة، ثلثة [ع]
/ فرد، فاررد [ب]، ع] - 16 بين، من [ع] / سبعة، سبعة عشر [ع] - 17 سهماً، ناقصة [ح]
/ البنت، الابنه [ب]، ع] - 19 البنت، الابنه [ب]، ع] / لآخر، للآخرين [ب]، ع] / برع، برع
[ب] / ما، يبقى، ما بقي [ب] / فقياس، قياس [ع] - 21 منه، ناقصة [ب]، ع، ح] / تسعة،
سبعة [ح].

خمس وعشر الخمس إلا أحد عشر جزءاً من عشرين جزءاً من نصيب.
 فزد عليه ثلاثة أخماس المال، فيكون ذلك أربعة أخماس وعشر خمس
 مال إلا أحد عشر جزءاً من عشرين جزءاً من نصيب تعدل سبعة أنصبا.
 فاجبر ذلك بأحد عشر جزءاً من عشرين جزءاً من نصيب، وزدها على
 السبعة، فيكون ذلك يعدل سبعة أنصبا، وأحد عشر جزءاً من عشرين
 جزءاً من نصيب. فتمم مالك، وهو أن تزيد على كل ما مك تسعة أجزاء
 من واحد وأربعين جزءاً، فيكون مك مال يعدل تسعة أنصبا وسبعة عشر
 جزءاً من اثنين وثمانين جزءاً من نصيب. فاجعل النصيب اثنين وثمانين
 جزءاً / فتكون السهام سبعمائة وخمسة / وخمسين، فالخمسان / من
 ذلك ثلاثمائة واثنان. ثم ارفع النصيب من ذلك / وهو / اثنان وثمانون،
 فيبقى مائتان وعشرون، ثم ارفع من ذلك الربع والخمس تسعة وتسعين
 سهماً، فيبقى مائة وأحد وعشرون. فزد عليها ثلاثة أخماس المال، وهو
 أربعمائة وثلاثة وخمسون، فيكون خمسمائة وأربعة وسبعين بين سبعة
 أنصبا، لكل نصيب اثنان وثمانون، وهو نصيب البنت، وللأبن ضعف
 ذلك.

15
 لأن كانت الفريضة على حالها، وأوصى لرجل بمثل نصيب الابن إلا
 ربع وخمس ما يبقى من الخمسين بعد النصيب، فالوصية من الخمسين،
 ترفع من ذلك نصيبين، لأن للأبن سهمين، فيبقى خمسا مال إلا نصيبين،
 وزد ما استثنى عليه، وهو ربع الخمسين وخمسمائة إلا تسعة أعشار
 نصيب، فيكون خمسي مال وتسعة أعشار خمس مال إلا نصيبين وتسعة

1 الخمس، خمس [ح] - 2 فيكون، يكون [ح] / وعشر خمس، وخمس عشر [ب] خمس
 وعشر [ع] وعشر وخمس [ح] - 3 مال، جميع المال [ب]، ع / جزء، (الثانية): ناقصة [ب] - 4
 من نصيب، ناقصة [ب]، ع، ح - 6 وهو، ولما [ب]، ع، ح / كل، ناقصة [ح] - 7 واحد، أحد
 [ح]، 1 ط / سبعة عشر، سبعة أنصبا عشر [ب] - 8 جزء، (الأولى): ناقصة [ح] - 9 جزء،
 ناقصة [ب]، ع، ح / سبعمائة، تسعمائة [ب] / فالخمس، والخمسان [أ]، ط - 11 وتسعين،
 وخمسين [ب] - 12 واحد، وواحد [ح] / عليها، عليه [ب]، ع - 14 أنصبا، سهم [أ]، ط
 ناقصة [ب]، ع، ح / نصيب، سهم [أ]، ط، ب، ع / اثنان وثمانون، اثنين وثمانين [ح] /
 البنت، الابن [ب]، ع / للابن، الابن [ح] للابن [ب] - 16 الابن، ابن [ح] - 17 ما يبقى، ما
 بقي [ب]، ع - 18 ترفع، يرفع [ب] / نصيبين، نصيبان [ب]، ع / لأن، ناقصة [ح] / للابن،
 ناقصة [ب] - 19 عليه، ناقصة [ب]، ع، ح / ربع الخمسين وخمسمائة، ربع وخمس الخمسين [ح]
 / تسعة، سهم [ع] - 20 خمسي، خمسا خمسي [ع] / خمس مال، الخمس [ب]، ع، ح
 كتب نسخ [أ] فوفها «الخمس» من نسخة أخرى [أ].

أعشار نصيب. فزد على ذلك ثلاثة أخماس المال، فيكون مالا وتسعة
 ٨١ - ٥ أعشار خمس مال إلا نصيبين / وتسعة أعشار نصيب تعدل سبعة
 أنصباء. فاجبر ذلك بنصيبين وتسعة أعشار نصيب وزدها على الأنصباء،
 فيكون ملك مال وتسعة أعشار خمس مال تعدل تسعة أنصباء. وتسعة
 5 أعشار نصيب. فاردد ذلك إلى مال تام، وهو أن تنقص مما ملك تسعة
 أجزاء من تسعة وخمسين / جزءا، فيبقى مال يعدل ثمانية أنصباء. ح - ٤١ - و
 وثلاثة وعشرين جزءا من تسعة وخمسين جزءا من نصيب. فالتصيب
 تسعة وخمسون سهما، وتكون سهام الفريضة أربعمائة وخمسة وتسعين
 سهما، والخصمان من ذلك مائة وثمانية وتسعون سهما. فارفع / من ب - ٩٠ - و
 10 ذلك النصيبين مائة وثمانية عشر سهما، فيبقى ثمانون سهما، يرجع منه
 المستثنى وهو ربع الثمانين وخمسها، ستة وثلاثون سهما، فيبقى للموصى
 له اثنان وثمانون سهما، ترفع من سهام الفريضة، وهي أربعمائة وخمسة
 وتسعون سهما، فيبقى أربعمائة وثلاثة عشر سهما بين سبعة أنصباء،
 لكل بنت تسعة وخمسون، وللبن مثلاً ذلك.

15 مسألة: فإن ترك ابنتين وابنتين، وأوصى لرجل يمثل نصيب بنت إلا
 خمس ما يبقى من الثلث بعد النصيب، ولآخر يمثل نصيب بنت / أخرى ع - ٢٧ - و
 إلا ثلث ما يبقى من الثلث بعد ذلك كله، وأوصى لرجل آخر بنصف
 سدس جميع المال. / فإن هذه الوصايا كلها من الثلث. فتأخذ ثلث مال، ط - ٨٢ -
 فتلقي منه نصيب بنت، فيبقى ثلث مال إلا نصيباً. ثم تزيد على ذلك ما
 20 استثنى، وهو خمس الثلث إلا خمس نصيب، فيكون / ذلك ثلثاً وخمس ١ - ٢٢ - ط

١ نصيب، خمس نصيب [ح] - 2 نصيبين، نصيب [ع] - 3-2 تعدل ... نصيب، أثبتنا في
 الهامش [ع] - 3 ذلك، ناقصة [ع] - 4 تسعة (الثانية)، سمة [ع] - 5 تام، واحد [ط] كتب
 ناسخ [أ] فوقها «واحد» من نسخة أخرى - 8 سهماً، منها [ب، ع] جزءاً، [أ، ط] ثم كتب
 ناسخ [أ] فوقها «سهماً» من نسخة أخرى / وتكون، فيكون [ب، ع] - 9 سهماً، منها [ب]
 / والخصمان [ب، ع، ح] / مائة ... سهماً، وتسعون سهماً وثمانية [ب] / فارفع،
 فالربع [ب، ع] - 10-9 فارفع ... عشر سهماً، ناقصة [ح] - 10 فيبقى، بقى [أ، ط، ح] - 11
 الثمانين، ثمانين [ح] / سهماً، ناقصة [ح] - 12 ترفع، كتب ناسخ [أ] فوقها «ترفعها» من
 نسخة أخرى / من ذلك [ب، ع، ح] / وهي، وهو [أ، ح] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «وهي» من
 نسخة أخرى - 13 سهماً، ناقصة [ح] / أربعمائة وثلاثة عشر، ثلاثة عشر وأربعمائة [ح] /
 سهماً، ناقصة [ح] / بين [ح] - 14 وخمسون، وخمسون سهماً [ح] / مثلاً، مثل [أ]
 ضف [ط] - 15 مسألة، ناقصة [أ، ط، ب، ع] - 16 يبقى، بقى [ب، ع] - 18 فتأخذ،
 فالتأخذ [ب] - 19 بنت، ابنة [ب، ع].

- ثلث إلا نصيباً وخمس نصيب، ثم تلقي من ذلك نصيب بنت أخرى،
 فيبقى ثلث وخمس ثلث إلا نصيبين وخمس نصيب. ثم تزيد على ذلك ما
 استثنى، / فيكون ثلثاً وثلاثة أخماس ثلث إلا نصيبين وأربعة عشر جزءاً ٥-١١-ح
 من خمسة عشر جزءاً من نصيب. ثم تلقي من ذلك نصف سدس جميع
 المال، فيبقى سبعة وعشرون جزءاً من ستين من مال إلا ما تنقص من
 الأنصبا. فرد على ذلك ثلثي المال، واجبره بما نقص من الأنصبا، وزدها
 على الأنصبا، فيكون معك مال وسبعة أجزاء من ستين جزءاً من مال
 تعدل ثمانية أنصبا وأربعة عشر جزءاً من خمسة عشر جزءاً من نصيب.
 فاردد ذلك إلى مال واحد، وهو أن تنقص مما معك سبعة أجزاء من سبعة
 وستين جزءاً منه، فيكون / النصيب مائتين وواحدًا، ويصير المال كله ألفاً ٥-١٠-ب
 وستمائة وثمانية.

- فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصى بمثل نصيب بنت وخمس ما
 يبقى من الثلث بعد النصيب وبمثل نصيب بنت أخرى وبثلث ما يبقى من
 الربع بعد نصيب واحد، فقياس ذلك، أن الوصيتين من الربع ومن الثلث.
 فتأخذ ثلث مال، فتلقي منه نصيباً، فيبقى ثلث مال إلا نصيباً. ثم تلقي ١٥
 خمس ما يبقى وهو خمس ثلث إلا خمس نصيب، فيبقى أربعة أخماس
 ثلث إلا أربعة أخماس نصيب. ثم تأخذ أيضاً ربع مال، فتلقي منه نصيباً،
 فيبقى معك ربع مال / غير نصيب. / ثم تلقي ثلث ما يبقى منه، فيبقى
 ثلثا ربع إلا ثلثي نصيب. فتزيد ذلك على ما بقي من الثلث، فيكون ذلك
 ستة وعشرين جزءاً من ستين جزءاً من مال غير نصيب وثمانية وعشرين ٢٠

- ١ وخمس نصيب، وخمس [ب، ع، ح] / ذلك، ذلك أيضاً [ب، ع، ح] / بنت، ابنة [ب، ع] -
 ٢ فيبقى، فيكون [ب، ع، ح] / ثلث وخمس ثلث، ناقصة [ب، ع] / ثلث (الأولى)، ثلثا [ح]
 / خمس (الثانية)، خمسي [ح] / على ذلك، ناقصة [ب، ع، ح] - ٣ ثلث، ثلث إلا ثلاثة
 أنصبا وخمس نصيب فالحق من ذلك نصف سدس فيكون [ح] - ٤ جميع، ناقصة [ب، ع، ح] -
 ٥ المال، المال وهو ربع ثلث (ثلث، الثلث [ب، ع]) فيبقى ثلث وسبعة أجزاء من عشرين جزءاً من
 ثلث [ب، ع، ح] / فيبقى ... من مال، ناقصة [ب، ع، ح] / تنقص، نقص [ح] - ٦ فرد ...
 من الأنصبا، ناقصة [ب، ع] - ٧ من مال، ناقصة [ب، ع] - ٩ سبعة (الثانية)، نسبه [ع] -
 ١٠ جزءاً، ناقصة [ط] / ويصير، يصير [ب، ع] - ١٢ بنت، ابنة [ب، ع، ح] - ١٣ بعد
 النصيب، ناقصة [ب، ع، ح] / بنت، ابنة [ب، ع، ح] / أخرى، اجزا [ح] / ما يبقى، ما بقي
 [ب، ع] - ١٤ واحد، واحدة [ح] / فقياس، قياس [ح] - ١٥ مال (الثانية)، ناقصة [ب، ع] -
 ١٦ وهو ... إلا خمس نصيب، ناقصة [ب، ع، ح] - ١٧ إلا أربعة، الأربعة [ع] - ١٨ معك،
 ناقصة [ب، ع، ح] / مال، ناقصة [ب، ع] / منه، كتب ناسخ [أ] فروقها «من الربع» من نسخة
 أخرى - ١٩ ما بقي، ما يبقى [ط، أ] - ٢٠ وعشرين، وعشرون [ب] / جزءاً، (الثانية)، ناقصة
 [ح] / مال، كتب فوق السطر «نصيباً وسبعة أجزاء» من ١٥ من نصيب «من نسخة أخرى [أ].

- جزءاً من ستين جزءاً من نصيب. ثم زد على ذلك ما بقي من المال بعد أخذك منه الثلث والربع وهو ربع وسدس، فيكون ذلك سبعة عشر جزءاً من عشرين جزءاً من مال إلا نصيباً وثمانية وعشرين جزءاً من ستين جزءاً من نصيب تعادل ستة أنصباء. فاجبر ذلك بما نقص وزد على الأنصباء، فصار سبعة عشر «جزءاً» من عشرين «جزءاً» من مال تعدل سبعة أنصباء وسبعة أجزاء من خمسة عشر جزءاً من نصيب. فتم مالك وهو أن تزيد على ما معك من الأنصباء ثلاثة أجزاء / من سبعة عشر ع - ٢٨ - و
- جزءاً، فيكون معك مال يعدل ثمانية أنصباء ومائة وعشرين جزءاً من مائة وثلاثة وخمسين جزءاً من نصيب. فاجعل النصيب مائة وثلاثة وخمسين، فيكون المال ألفاً وثلاثمائة وأربعة وأربعين، والوصية من الثلث بعد النصيب تسعة وخمسون، والوصية من الربع بعد النصيب أحد وستون.

- مسألة: فإن ترك ستة بنين، وأوصى لرجل / بمثل نصيب ابن وبخمس ١ - ٢٤ - و ما يبقى من الربع، ولرجل آخر بمثل نصيب / ابن آخر إلا ربع ما يبقى من ح - ١٢ - ٥
- الثلث بعد الوصيتين الأوليتين والنصيب الآخر، فإن قياسه، أن تلقي / من ب - ٩١ - و ربع مال نصيباً، فيبقى ربع غير نصيب. ثم تلقي خمس ما يبقى من الربع، وهو نصف عشر المال إلا خمس نصيب. ثم ترجع إلى الثلث، فتلقي منه نصف عشر المال وأربعة أخماس نصيب، ونصيباً آخر، فيبقى ثلث إلا نصف عشر المال وإلا نصيباً وأربعة أخماس نصيب. فزد على ذلك ربع /

1 من ستين جزءاً، ناقصة [ب] - 2 من الثلث، الثلث منه [ب] / وسدس، سدس [ب]، ع - 3 من مال، ناقصة [ب]، ع - 3-5 إلا نصيباً ... من مال، ناقصة [أ، ط، ب]، ع - 4 من نصيب، مكررة [ح] / تعادل، بقي [ح] / أنصباء، انصبا [ح] - 7 ثلاثة أجزاء، ثلاثة عشر [ح] - 8 ومائة، ناقصة [ب] - 9 مائة، مائة وثلثين [ب] - 10-12 والوصية ... وستون، والوصية من الربع أحد وستون والوصية من الثلث تسعة وخمسون [ب]، ع - 11 تسعة، سبعة [ط، ب] / بعد النصيب، ناقصة [ح] - 11-12 أحد وستون، واحد وستون سهماً [ح] - 13 مسألة، ناقصة [أ، ط، ب]، ع / لرجل، ناقصة [ب]، ع، ح / بمثل، بثلث [ع] - 13-14 ابن ... ابن، ناقصة [ب] - 14 يبقى، بقي [ع] / الربع، الربع بعد النصيب [ح] / ابن، ناقصة [ع] - 15 والنصيب، فالنصيب [ب]، ع / فإن قياسه، فقياسه [ح] - 16 ربع (الثالثة)، ربع مال [ح] - 18 ونصيباً، ودم، وكتب في الهامش «تلقى الوصية الثالثة وهو» [ح] - 19 المال، مال [ب].

- ما بقي، وهو الذي استثناء. فاجعل الثلث ثمانين. فإذا رفعت نصف عشر ط - ٨٤ المال، بقي منه ثمانية وستون إلا نصيباً وأربعة أخماس نصيب. فزد على ذلك ربعه وهو سبعة عشر سهماً إلا ربع ما ينقص من الأنصاء، فيكون ذلك خمسة وثمانين إلا نصيبين وربع نصيب. فزد ذلك على ثلثي المال وهو مائة وستون، فيكون معك مالٌ وسدس ثمن مال إلا نصيبين وربعاً تعدل ستة أنصاء. فاجبر ذلك بما نقص منه وزده على الأنصاء، فيكون مالاً وسدس ثمن مال تعدل ثمانية أنصاء وربع نصيب. فاردد ذلك إلى مال واحد، وهو أن تنقص من الأنصاء جزءاً من تسعة وأربعين جزءاً من جميعها، فيكون معك مال يعدل ثمانية أنصاء وأربعة أجزاء من تسعة وأربعين جزءاً من / نصيب. فاجعل النصيب تسعة وأربعين، فيكون المال ح - ١٢ - ١٠ ثلاثمائة وستة وتسعين، والنصيب تسعة وأربعون، والوصية من الربع عشرة، والمستثنى من النصيب الثاني ستة، فافهم ذلك.

باب الوصية بالدرهم

- مسألة: رجل مات وترك أربعة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحدهم، وربع ما بقي من الثلث ودرهم. 15
فقياس ذلك: أن تأخذ ثلث مال، فتلقي منه نصيباً، فيبقى ثلث إلا نصيباً، ثم تلقي ربع ما يبقى معك وهو ربع ثلث إلا ربع نصيب، وتلقي

1 بقي: يبقى (أ، ط) / فإذا، فلما (ح) - 2 نصيب: ناقصة (ب، ع، ح) - 3 ربعه: اربعه (ح) - 4 ذلك على: على ذلك (ب، ع، ح) - 5-7 إلا نصيبين... ثمن مال: ناقصة (ب، ع) - 7 ثمن: ناقصة (ح) / فاردد، فارد (أ) - 9 معك: ناقصة (أ، ط، ح) / مال: مالا (ط، أ) مال (أ، ح) - 11 والنصيب تسعة وأربعون: ويصير النصيب تسعة وأربعين (ب، ع، ح) - 12 فافهم ذلك: ناقصة (ب، ع، ح) - 13 باب الوصية بالدرهم: ناقصة (ب، ع) / الوصية: الوصايا (ح) - 14 مسألة: ناقصة (أ، ط، ب، ع) / رجل: ناقصة (ب، ع) / لرجل: ناقصة (ح) - 15 أحدهم: أحد بنيه (ب، ع، ح) / وربع: وربع (ب، ع) / ما بقي: ما يبقى (ب، ع، ح) / ودرهم: كتب نسخ (أ) فوقها: ويدرهم من نسخة أخرى - 16 قياس: ناقصة (ع) / ثلث (الثانية): ثلث مال (ح) - 17 ما يبقى: ما بقي (ح).

- أيضاً درهماً، فيبقى معك ثلاثة أرباع ثلث مال، وهو ربع المال إلا ثلاثة أرباع نصيب وإلا درهماً، / فتزيد ذلك على ثلثي المال، فيكون معك أحد عشر جزءاً من اثني عشر من مال إلا ثلاثة أرباع نصيب وإلا درهماً تعدل أربعة أنصاء. / فاجبر ذلك بثلاثة أرباع نصيب ويدرهم، فيكون أحد عشر جزءاً من اثني عشر جزءاً من مال يعدل أربعة أنصاء وثلاثة أرباع نصيب / ودرهماً. فأكمل مالك وهو أن تزيد على / الأنصاء والدرهم جزءاً من أحد عشر جزءاً منها، فيكون معك / مال يعدل خمسة أنصاء وجزئين من أحد عشر جزءاً من نصيب ودرهماً وجزءاً من أحد عشر من درهم.
- 10 فإن أردت أن تخرج الدرهم صحيحاً، فلا تكمل مالك، ولكن اطرح من الأحد عشر واحداً بالدرهم. واقسم العشرة الباقية على الأنصاء وهي أربعة وثلاثة أرباع نصيب، فيكون القسم الثنين وجزئين من تسعة عشر جزءاً من درهم، فاجعل المال اثني عشر، والنصيب سهمين وجزئين من تسعة عشر جزءاً. وإن أردت أن تخرج النصيب صحيحاً، فتمم مالك واجبره، فيكون الدرهم أحد عشر من المال.
- 15

مسألة، فإن ترك خمسة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحدهم وبثلث ما يبقى من الثلث ويدرهم و«لآخر» برقع ما يبقى بعد ذلك من الثلث ويدرهم، فخذ ثلثاً، فألق منه نصيباً، فيبقى ثلثاً إلا نصيباً. ثم ألق

1 درهماً، درهم، ب، ع / المال ناقصة ب، ع / مال ج - 2 فتزيد ب، ع، ج / معك ناقصة ب، ع، ج - 3 اثني، لثا ج / عشر، عشر جزء ب، ع، ج - 3-2 فتزيد ... وإلا درهماً، مكورة ج - 4 أربعة، أربعة تزيد ج / ويدرهم، ويدرهم ب، ع / فيكون، فيقي ب، ع، ج - 5 جزءاً (الثانية)، ناقصة ب، ط / مال، مال إلا ثلثه أرباع نصيب ج - 6 فأكمل، فاجبر ب، ع، ج - 7 عشر، عشر جزء ج - 10 فإن، فلذا ب، ع، ج / اطرح، اخرج ج - 11 واحداً بالدرهم، واحداً ب، ع / جزء ج / على الأنصاء، كتب فوقها «أربعة أنصاء» من نسخة أخرى ب - 11-12 الأنصاء، وهي أربعة، الأربعة الأنصاء، ب، ع / أربعة أنصاء، ج - 12 فيكون، يكن ج / جزئين، جزءاً ب، ط / عشر، عشر ب - 13 من درهم، ناقصة ب، ع، ج / من، ناقصة ب - 14 فاجعل ... عشر، أثبتها في الهامش مع «صح» ج - 14 جزءاً، ناقصة ج / وإن أردت، ناقصة وترك فراغاً لها ج / إن، إذا ج - 16 مسألة، ناقصة ب، ط، ب، ع / لرجل، ناقصة ب، ع، ج - 17 يبقى، بقي ج / ويدرهم، ويدرهم ب، ع، ج / ويخرج، ويخرج ج - 18 ويدرهم، والدرهم ج / ويدرهم ب، ع / فخذ، خذ ج / فألق، فاطرح ج / ثلث، ثلث مال ج.

- ثلث ما يبقى معك وهو ثلث الثلث إلا ثلث نصيب. ثم ألق ما يبقى
درهماً، فيبقى معك ثلثا الثلث إلا ثلثي نصيب وإلا درهماً. ثم ألق ما
يبقى معك ربعه، وهو سهم من ستة أسهم من الثلث إلا سدس نصيب وإلا
ربع درهم، ثم ألق درهماً آخر، فيبقى معك نصف الثلث إلا نصف نصيب
والأ درهماً وثلاثة أرباع درهم. فزد على ذلك ثلثي المال، فيكون خمسة ⁵
أسداس مال إلا نصف / نصيب وإلا درهماً / وثلاثة أرباع درهم تعدل
خمس أنصبا. فاجبر ذلك بنصف نصيب وبدرهم / وثلاثة أرباع درهم
وزدها على الأنصبا، فيكون معك خمسة أسداس مال تعدل خمسة
أنصبا. ونصف نصيب ودرهماً وثلاثة أرباع درهم. فكمل مالك، وهو أن
تزيد على الأنصبا. والدرهم والثلاثة الأرباع، مثل خمسها، فيكون معك ¹⁰
مال يعدل ستة أنصبا. وثلاثة أخماس نصيب ودرهمين وعشر درهم.
فاجعل النصيب عشرة والدرهم عشرة، فيكون المال سبعة وثمانين سهماً.
وإن أردت أن تخرج الدرهم درهماً صحيحاً، فخذ الثلث فاطرح منه
نصيباً، فيكون ثلثاً إلا نصيباً. واجعل الثلث سبعة ونصفاً، ثم ألق ثلث ما
معك وهو ثلث الثلث <إلا ثلث النصيب>، فيبقى معك ثلثا الثلث إلا ثلثي ¹⁵
نصيب، وهو خمسة دراهم إلا ثلثي نصيب. / فألق واحداً بالدرهم، فيبقى ع - ٢٩ -
معك أربعة دراهم إلا ثلثي نصيب، ثم ألق ربع ما معك، وهو سهم إلا
سدس نصيب، فيبقى معك ثلاثة أسهم إلا نصف نصيب. وألق سهماً
بالدرهم، فيبقى معك سهمان إلا نصف نصيب. فزد // ذلك على ثلثي ^{١ - ٢٥ -}
المال، وهو خمسة عشر، فيكون سبعة عشر إلا نصف نصيب تعدل ح - ١١ - ²⁰

1 ثلث (الأولى)، ناقصة [أ]، ط، ب / إلا ثلث، غير ثلث [ح] / مما، ناقصة [ب]، ع / يبقى،
ناقصة [ب]، ع / يبقى معك [ح] بقى [أ]، ط / ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «يبقى» من نسخة أخرى -
3 يبقى، ناقصة [أ]، ط / بقى [ح] / معك، ناقصة [ح] - 4 ثم ألق، فإلق منها [ب]، ع / وألق [ح] /
فيبقى، يبقى [أ]، ط - 5-6 فزد على ... درهم، مكررة [ح] - 5 فيكون، فيبقى [ب]، ع، ح - 6
مال، المال [ح] - 7 بدرهم، درهم [ب]، ع - 9 ونصف نصيب، كتب ناسخ [أ] فوقها «ونصفا»
من نسخة أخرى - 10 والثلاثة الأرباع، وثلثه أرباع الدرهم [ب]، ع / والثلاثة الأرباع الدرهم
[ح] - 11 نصيب، ناقصة [ب]، ع، ح / وعشر، وعشر [ع] / درهم، درهم [ع] - 12 عشرة
(الثانية)، عشرة أسهم [ب]، ع، ح - 13 وإن، فإن [ح] / درهماً، ناقصة [ح] - 14 فيكون،
يكون [ح] / فيكون ثلثاً إلا نصيباً، ناقصة [ب] - 16 درهم، ناقصة [ب]، ع، ح / فإلق، وألق
[ب]، ع - 17 معك، ناقصة [ح] / درهم، ناقصة [ح] / درهم إلا ثلثي نصيب، ناقصة [ب]، ع /
/ سهم، سهمان [ع] - 18 فيبقى ... نصيب، ناقصة [أ]، ط / نصيب، ناقصة [ب]، ع - 19
نصيب، سهم [ب]، ع / ذلك على، على ذلك [ب]، ع، ح.

خمسۃ أنصباء ، فاجبر ذلك بنصف نصيب ، وزده على الخمسة ، فيكون سبعة عشر سهماً تعدل خمسۃ أنصباء ونصفاً . فاقسم سبعة عشر على خمسۃ أنصباء ، ونصف نصيب ، فما بلغ فهو القسم وهو النصيب ، وهو ثلاثة وجزء من أحد عشر من سهم ، والثالث سبعة ونصف .

- 5 مسألة : فإن ترك أربعة بنين ، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد بنيه إلا ربع ما يبقى من الثلث بعد النصيب ويدرهم ، وآخر بثلث ما / يبقى من ب - ٩٢ - ٥ الثلث ويدرهم ، فإن الوصية من الثلث ، فخذ ثلث مال ، فألق منه نصيباً ، فيبقى ثلث إلا نصيباً ، ثم زد على / ما معك ربعه ، فيكون ثلثاً وربع ثلث ٨٧ - ٥
10 نصيباً وربع نصيب ، وألق درهماً ، فيبقى ثلث وربع ثلث إلا درهماً وإلا نصيباً وربع نصيب . ثم ألق ثلث ما يبقى معك للوصية الثانية ، فيبقى معك من الثلث خمسۃ أسهم من ستة أسهم من ثلث مال إلا ثلثي درهم وإلا خمسۃ أسداس نصيب . ثم ألق درهماً آخر ، فيبقى معك من الثلث خمسۃ أسهم من ثمانية عشر سهماً من مال إلا درهماً وثلثي درهم وإلا خمسۃ أسداس نصيب . فزد على ذلك ثلثي المال ، فيكون معك سبعة عشر سهماً 15 من ثمانية عشر سهماً من مال إلا درهماً وثلثي درهم وإلا خمسۃ أسداس نصيب تعدل أربعة أنصباء ، فاجبر ذلك بما نقص وزد / مثله على ح - ١٥ - ٥
الأنصباء ، فيكون سبعة عشر سهماً من ثمانية عشر من مال تعدل أربعة أنصباء وخمسۃ أسداس نصيب ودرهماً وثلثي درهم .

1 أنصباء ، بنين [ع] - 2 أنصباء ، ناقصة [ب] ، ع ، ح / نصفاً ، نصف [ب] ، ع / سبعة عشر (الثانية) ، سهم [ط] - 3 أنصباء ، ناقصة [ب] ، ع ، ح / نصيب ، ناقصة [ب] ، ع ، ح / وهو النصيب وهو ناقصة [ب] / النصيب ، نصيب [ج] ، ع / وهو ، وهم [ع] - 4 سهم ، درهم [ط] ، ثم كتب فوقها «سهم» من نسخة أخرى [ط] - 5 مسألة ، ناقصة [ب] ، ط ، ع / فإن ترك ، ناقصة ، وتركه فإعطاها [ع] - 6 بعد النصيب ، ناقصة [ب] ، ع ، ح / بدرهم ، درهم [ب] ، ع ، ح / ما ، مكررة [ب] / يبقى ، يبقى [ط] ثم كتب فوقها «يبقى» من نسخة أخرى - 7 بدرهم ، درهم [ب] ، ع ، ح / ثلث ، كتب ناسخ [ط] فوقها «ثلثاً» من نسخة أخرى - 9 وربع نصيب ، وربما [ب] ، ع / ثلث (الأولى) ، ثلثاً [ح] - 10 وربع نصيب ، وربما [ب] ، ع ، ح / يبقى ، يبقى [ط] ، ط / ثم كتب ناسخ [ط] فوقها «يبقى» من نسخة أخرى / للوصية ، من الوصية [ط] ، ط - 11 أسهم (الثانية) ، ناقصة [ب] ، ع - 11 - 13 ستة ... أسهم من ، ناقصة [ح] - 12 نصيب ، من نصيب [ب] ، ع / من الثلث ، ناقصة [ط] - 14 - 16 فزد على ... نصيب ، ناقصة [ع] - 14 ثلثي المال ، ثلثين [ب] - 16 نقص ، ينقص [ب] ، ع ، ح - 17 عشر (الثانية) ، عشر سهماً [ب] ، ع .

فكمل مالك وهو أن تزيد على الأربعة الأنصبا والخمسة الأسداس والدرهم وثلثي الدرهم، جزءاً من سبعة عشر من كل جنس، فيكون معك مال يعدل خمسة أنصبا، وجزئين من سبعة عشر جزءاً من نصيب ودرهماً وثلاثة عشر جزءاً من سبعة عشر جزءاً من درهم. فاجعل النصيب سبعة عشر سهماً، والدرهم سبعة عشر، فيكون المال مائة وسبعة عشر. 5
وإن أردت أن تخرج الدرهم صحيحاً، فاعمل به كما وصفت لك، إن شاء الله تعالى.

- مسألة: فإن ترك ثلاثة بنين وابنتين، وأوصى لرجل بمثل نصيب بنت / ب - ٩٣ - ج -
ويدرهم، وآخر بخمس ما بقي من الربع / ويدرهم، وآخر بربع ما بقي ع - ٢٩ - د -
من الثلث بعد ذلك كله ويدرهم، وآخر بشمن جميع المال، فأجاز ذلك 10
الورثة، فقياسه على أن / تخرج الدراهم صحاحاً، وهو في هذا الوجه ط - ٨٨ -
أحسن، وهو أن تأخذ ربع مال وتسميه، فاجعله ستة والمال أربعة وعشرين. فأتق من الربع نصيباً، فيبقى ستة غير نصيب، ثم / أتق درهماً، ١ - ٢٥ - د -
فتبقى خمسة غير نصيب. فأتق خمس ما يبقى، فيبقى أربعة غير أربعة أخماس نصيب. ثم أتق درهماً آخر، فيبقى معك ثلاثة غير أربعة أخماس 15
نصيب. وقد علمت أن الوصية من الربع ثلاثة وأربعة أخماس / نصيب. ح - ١٥ - د -
ثم ارجع إلى الثلث وهو ثمانية، فأتق منه ثلاثة وأربعة أخماس نصيب، فتبقى خمسة غير أربعة أخماس نصيب. فأتق ربع ذلك أيضاً للوصية

١ الأربعة الأنصبا، والخمسة الأسداس، الانصبا، ب، ع / الأربعة الأنصبا، ج - 2 - وثلثي الدرهم، ناقصة ب، ع، ج - 2 - 3 من كل ... عشر، ناقصة ب، ط - 3 جزءاً، ناقصة ب، ع / درهماً، درهم ج - 5 سهماً، ناقصة ب، ع، ج / عشر (الثانية)، عشر سهماً ب، ع، ج - 6 - وإن، فلذا ج / فإن ع - 7 تعالى، ناقصة ب، ع - 8 مسألة، ناقصة ب، ط، ع / فإن، ناقصة ب، ب، وترك فرائدا لها / بنت، ابنه ب، ع - 9 بدرهم (الأولى والثانية)، ودرهم ب، ع، ج / ما بقي، ما يبقى ب، ع - 10 بعد ذلك كله، ناقصة ب، ع، ج / بدرهم، درهم ب، ع / درهم ج / جميع المال، ماله ج - 11 قيسه، ناقصة، وترك فرائدا لها ب / قيسه ع / على، ناقصة ج / الدرهم، الدرهم ب، ع، ط، ج / صحاحاً، درهماً صحيحاً ب، ع / وهو، فله ب، ع، ج - 12 وهو، ناقصة ب، ع، ج / أن، بان ج / وتسميه، ناقصة ج / فاجعله، واجعله ب، ع / ويجعل ج - 12 - 13 ستة ... وعشرين، المال أربعة وعشرين والربع ستة ج - 13 وعشرين، وعشرون ط / من الربع، منها ج / منه ب، ع - 13 - 14 درهماً، فتبقى، انتهت في الهامش مع «صح» ج - 14 فأتق، ثم أتق ج / وأتق ب، ع / خمس ما يبقى، خمسة ب، ع / خمس ما بقي ج - 15 - 16 ثم أتق ... نصيب (الأولى)، ناقصة ج - 16 وقد، فقد ب، ط / علمت، علمنا ج - 18 فتبقى، فتبقى ب، ع / فأتق، فيلنى إنذا، فتلى ب، ع، ج.

ودرهما، فيبقى معك سهمان وثلاثة أرباع سهم إلا ثلاثة أخماس نصيب.
ثم ألق ثمن المال، وهو ثلاثة، فيبقى عليك بعد الثلث ربع سهم وثلاثة
أخماس نصيب. فارجع إلى الثلثين وهو ستة عشر، فألق من ذلك ربع
واحد وثلاثة أخماس نصيب، فيبقى من المال خمسة عشر سهماً وثلاثة
5 أرباع سهم غير ثلاثة أخماس نصيب. فاجبر ذلك بثلاثة أخماس نصيب
وزدها على الأنصبة، وهي ثمانية، فيكون خمسة عشر سهماً وثلاثة
أرباع سهم تعدل ثمانية أنصبة. وثلاثة أخماس نصيب. فاقسم ذلك عليه
فما بلغ فهو القسم، وهو النصيب. والمال أربعة وعشرون، فيكون لكل
بنت سهم ومائة وثلاثة وأربعون جزءاً من مائة والثنين وسبعين جزءاً من
10 سهم.

- فإن أردت / أن تخرج السهام صحيحة، فخذ ربع مال وألق منه
نصيباً، فيبقى ربع مال إلا نصيباً. ثم ألق منه درهماً، ثم ألق خمس ما بقي
من الربع، وهو خمس ربع مال إلا خمس نصيب وإلا خمس درهم، وألق
درهماً ثانياً، / فيبقى أربعة أخماس الربع إلا أربعة أخماس نصيب وإلا
15 درهماً وأربعة أخماس درهم، فالوصية من الربع اثنا عشر سهماً من
ماتنين وأربعين سهماً من مال وأربعة أخماس نصيب ودرهم وأربعة
أخماس درهم. فخذ الثلث وهو ثمانون، فألق منه اثني عشر وأربعة
أخماس نصيب ودرهماً وأربعة أخماس درهم. ثم ألق ربع ما بقي معك
ودرهماً، فيبقى معك من الثلث أحد وخمسون إلا ثلاثة أخماس نصيب
20 وإلا / درهمين وسبعة أجزاء / من عشرين جزءاً من درهم، ثم ألق من
ط - ٨٩
ع - ٢٠ - ١

1 ودرهماً، درهماً [ع] - 2 ثم ألق، وألق [ب، ع] / المال، جميع المال [ح] / سهم، السهم [ح]
3 - وهو، وهما [أ، ط، ح] - 4 ربع واحد، ربعاً واحد [ب، ح، ع] - 4 فيبقى، فيبقى معك
[ب، ع] - 5 فاجبر ذلك فاجبرها [ح] - 6 سهماً، ناقصة [ب، ع، ح] - 7 سهم، ناقصة [ب،
ح، ع] / أنصبة، ناقصة [ب، ع] / نصيب، ناقصة [ب، ع] - 8 النصيب، النصيب معرفة ذلك
أن تقسم على [ح] / فيكون، ويكون [أ، ط] - 9 بنت، ابنة [ب، ع] / مائة (الثانية)، ماتنين
[ع] مائة سهم [ح] - 11 فإن، وإن [ح] / فإن أردت، ناقصة [ع] / وألق، فائق [أ، ط، ح] - 12
ثم ألق، فائق [ح] / منه، ناقصة [ب، ع] - 13 وألق، فائق [ح] - 14 ثانياً، ناقصة [ب، ح، ع]
/ أربعة (الثانية)، ربه [ع] / نصيب، ناقصة [ب] - 15 اثنا، اثني [أ، ط] - 17 منه، ثمنه [ع]
/ اثني، اثنا [ح] / عشر، عشر سهماً [ب، ع، ح] - 18 ربع ما بقي معك، ما بقي معك ربه
[ح] / بقي، يبقى [ب، ع، أ] لم كتب ناسخ [أ] فوقها «بقي» من نسخة أخرى - 19 فيبقى،
يبنى [ح] / أحد، واحد [ح] - 20 درهمين، درهماً [ب] / ثم، ناقصة [ب، ع].

- ذلك ثمن جميع المال، وهو ثلاثون، فيبقى واحد وعشرون إلا ثلاثة
أخماس نصيب وإلا درهمين وسبعة أجزاء من عشرين جزءاً من درهم
وثلاث المال تعدل ثمانية أنصبا. فاجبر ذلك بما نقص وزده على الثمانية
الأنصبا، فيكون معك مائة وأحد وثمانون / سهماً من مائتين وأربعين ١-٢٦-٣
- 5 سهماً من مال تعدل ثمانية أنصبا، وثلاثة أخماس نصيب ودرهمين
وسبعة أجزاء من عشرين جزءاً من درهم. فكمال مالك، وذلك أن تزيد
على ما معك تسعة وخمسين من مائة وواحد وثمانين، فيكون النصيب
ثلاثمائة والثنتين وستين، والدرهم ثلاثمائة والثنتين وستين، / والمال خمسة ح ١٦-٥
- آلاف ومائتين وستة وخمسين، / والوصايا من الربع ألف ومائتان وأربعة، ب ٩٤-٥
- 10 ومن الثلث أربعمائة وتسعة وتسعون، والثلث ستمائة وسبعة وخمسون.

باب التكملة

- امرأة ماتت وتركت ثمانين بنات وأمه وزوجها، وأوصت لرجل
بتكملة خمس المال بنصيب بنت، وآخر بتكملة ربع المال بنصيب الأم.
فقياس ذلك، أن تقيم سهام القرينة، فتكون ثلاثة عشر سهماً.
15 فتأخذ مالاً، فتلقي منه خمسة إلا سهماً، نصيب بنت، وهي الوصية
الأولى. ثم تلقي منه أيضاً ربعه إلا سهمين، نصيب الأم، وهي الوصية
الثانية، فيبقى أحد عشر جزءاً من عشرين جزءاً من مال وثلاثة أسهم
تعدل ثلاثة عشر سهماً. فألق من الثلاثة عشر السهم ثلاثة أسهم بثلاثة

1 واحد، ا، ط، ح / إلا ثلاثة، غير ثلاثة، ب، ع - 2 درهمين، درهما، ب - 3 نقص،
ينقص، ب، ع، ح - 4 فيكون، يكون، ع / معك، ناقصة، ب، ع، ح / واحد، وواحد، ب
وواحد، ع، ح / ثمانون، ثمانين، ب، ع، ح / مائتين، مائة، ح - 5 ودرهمين، من درهمين
ح - 7 تسعة، سبعة، ح / وواحد، واحد، ب، ع - 9 مائتان، مائتين، ح - 10 تسعون،
تسعين، ح / وخمسون، وخمسين، ح - 11 باب التكملة، ناقصة، ب - 12 ماتت، ناقصة
ب، ع / وتركت، تركت، ب، ع / ثمانين، ثمان، ب، ع / زوجها، زوجها، ع - 13 بتكملة
... بنت، معنى التكملة هو الوصاية له بخمس المال إلا نصيب بنت / بنصيب (الأولى والثانية)،
مع نصيب، ب، ع، ح / بنت، ابنة، ب، ع / ربع، الربع، ع - 15 بنت، ابنة، ب، ع - 16
الأولى، الأولى، ع / كتب، نسخ، ب / فوكلها، الأول، من نسخة أخرى / منه أيضاً، ايضاً منه، ب،
ع - 17 الثانية، كتب، نسخ، ب / فوكلها، الثاني، من نسخة أخرى / فيبقى، فيبقى معك، ب،
ع، ح - 18 فألق ... السهم، ناقصة، ب / السهم، ناقصة، ح / سهماً، ع.

أسهم، فيبقى معك أحد عشر جزءاً من عشرين من مال تعدل عشرة أسهم، وكمل مالك وهو أن تزيد على العشرة الأسهم تسعة أجزاء من أحد عشر جزءاً منها، فيكون معك مال يعدل ثمانية عشر سهماً وجزئين من أحد عشر جزءاً من سهم. فاجعل السهم أحد عشر، فيكون المال مائتين، والنصيب أحد عشر، والوصية الأولى تسعة وعشرون، والثانية ثمانية وعشرون.

- فإن كانت الفريضة / على حالها، وأوصت لرجل بتكملة / الثلث ع - ٢٠ - ٥
بنصيب الزوج، ولآخر بتكملة الربع بنصيب الأم، ولآخر بتكملة الخمس ح - ١٧ - ١
بنصيب ابنة، وأجاز ذلك الورثة، فأقم / الفريضة، فتجدها من ثلاثة ١٠ - ٥
عشر. ثم خذ مالاً، فألق منه ثلثه إلا ثلاثة أسهم، نصيب الزوج، ثم ألق ريعه إلا سهمين، نصيب الأم، ثم ألق خمسة إلا سهماً، نصيب البنت، فيبقى من المال ثلاثة عشر جزءاً من ستين جزءاً وستة أسهم تعدل ثلاثة عشر سهماً. فألق الستة من ثلاثة عشر سهماً، فتبقى ثلاثة عشر جزءاً من ستين جزءاً من مال تعدل سبعة أسهم. فكمل مالك وهو أن تضرب السبعة الأسهم في أربعة وثمانية أجزاء من ثلاثة عشر، فيكون معك مال يعدل اثنين وثلاثين سهماً وأربعة أجزاء / من ثلاثة عشر سهماً، فيكون ١٥
المال أربعمائة وعشرين.

- فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصت لرجل بتكملة ربع المال بنصيب الأم، ولآخر بتكملة خمس ما يبقى من المال بعد الوصية الأولى بنصيب بنت، فأقم سهام الفريضة، فتجدها من ثلاثة عشر. ثم خذ مالاً، ٢٠
فألق منه ريعه إلا سهمين. ثم ألق / خمس ما بقي معك من المال إلا ٥ - ١٦ - ٥

١ فيبقى [ب، ع] / معك، ناقصة [ب، ع، ح] / من عشرين من مال، ناقصة [ب، ع] / عشرين ٢٠. جزأ [ح] - ٢ وكمل، فكمل [ح، ب] - ٣ معك، أيتها فوق السطر مع «صح» [ع] - ٣ - ٤ منها ... جزأ، ناقصة [ح] - ٤ جزأ، ناقصة [ب، ع] - ٥ والنصيب، كتب ناسخ [أ] فوقها «والسهم» من نسخة أخرى / والوصية، فالوصية [ح] / وعشرون، وعشرين [ح] - ٦ وعشرون، وعشرين [ح] - ٧ ولوصت، ولوصى [ب، ع] - ٨ بنصيب، ونصيب [ح] / بتكملة (الأولى)، تكملة [أ] / بنصيب، ونصيب [ح] - ٩ بنصيب، ونصيب [ح] / ابنة، بنت [ح] / وأجاز، فأجاز [أ، ح، ط] / من، ناقصة [ح] - ٨ - ١٩ ولآخر بتكملة الخمس ... بنصيب الأم، ناقصة [ب، ع] - ١٢ من (الأولى)، ناقصة [أ، ط] - ١٣ الستة، ستة [ح] - ١٤ من مال، ناقصة [ح] - ١٦ سهماً (الثانية)، ناقصة [أ، ط، ح] - ١٧ عشرين، عشرين سهماً [ح] - ١٨ فإن مسألة فإن [ح] - ١٩ ولآخر، ولوصت لآخر [ح] - ٢٠ بنت، ابنة [ب، ع] / البنت [ح] / سهام، ناقصة [ح] / فتجدها، فجدها [ح] / من، ناقصة [ب، ع، ح] - ٢١ إلا سهمين، للاثنتين [ب] / بقي، بقي [أ] كتب ناسخ [أ] فوقها «يقي» من نسخة أخرى.

سهماً. ثم انظر ما بقي من المال بعد السهام، فتجد ذلك ثلاثة أخماس مال وسهمين وثلاثة أخماس سهم، تعدل ثلاثة / عشر سهماً. فأتق ح - ١٧ - ط
سهمين وثلاثة أخماس سهم من ثلاثة عشر سهماً، فيبقى عشرة أسهم وخمسا سهم تعدل ثلاثة أخماس مال. فتمم مالك وهو أن تزيد على ما معك من السهام ثلثيها، فيكون معك مال يعدل سبعة عشر سهماً وثلث سهم. فاجعل السهم ثلاثة، فيكون المال اثنين وخمسين، والسهم ثلاثة، والوصية الأولى سبعة والثانية ستة.

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصت لرجل بتكملة خمس المال بنصيب الأم، ولآخر بسدس ما يبقى من المال، فالسهم ثلاثة عشر. 10
فخذ مالاً، فأتق منه خمسة إلا سهمين، ثم ألق سدس ما يبقى معك، فيبقى ثلثا مال وسهم وثلثا سهم تعدل ثلاثة عشر سهماً. فأتق سهماً وثلثي سهم من ثلاثة عشر سهماً، فيبقى ثلثا مال تعدل أحد عشر سهماً وثلثاً. فتمم مالك وهو أن تزيد على السهام نصفها، فيكون معك مال يعدل سبعة عشر سهماً. فاجعل المال خمسة وثمانين، والسهم خمسة، والوصية الأولى سبعة، والثانية ثلاثة عشر، وبقي خمسة وستون / سهماً 15
للورثة.

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصت لرجل بتكملة ثلث المال بنصيب الأم إلا تكملة ربع ما يبقى من المال بعد التكملة بنصيب بنت. فالسهم ثلاثة عشر سهماً. 20
فخذ مالاً، فاطرح منه ثلثه إلا سهمين، ثم زد على / ما بقي معك ربعه ح - ١٨ - ج
إلا سهماً، فيكون معك خمسة أسداس مال وسهم ونصف سهم يعدل ثلاثة عشر / سهماً. فأتق من الثلاثة عشر السهم سهماً ونصف سهم، ب - ١٥ - ج

1 بقي: يبقى معك [ب، ع، ح] / بعد: ومن [ب، ع، ح] - 2 مال وسهمين وثلاثة أخماس سهم: ناقصة [ب] - 3 فأتق ... سهم: ناقصة [ح] - 3 من ثلاثة عشر سهماً: ناقصة [ب، ع، ح] - 6 فيكون ... ثلاثة: ناقصة [ب، ع] - 8 فإن: مسألة فإن [ح] / وأوصت: وأوصى [ب، ع] - 10 خمسة: خمسة [ب، ع] / يبقى: بقي [ب، ع] - 11 مال: ل [ح] / سهماً: ناقصة [ح] / فأتق: ثم ألق [ح] - 12 سهماً (الأولى): ناقصة [ب، ع، ح] - 13 وثلثاً: وثلثا سهم [ح] / فيكون: ليكون [ع] - 15 والثانية: والثالثة [ع] والوصية الثانية [ح] - 16 للورثة: ناقصة [ب، ع، ح] - 17 فإن: مسألة فإن [ح] / لرجل: ناقصة [ب، ع، ح] - 18 بنت: البنت [ح] الابنة [ب، ع] - 19 سهماً: ناقصة [ح] - 20 فاطرح: واطرح [ب] كتب: ناسخ [ا] فرقها: «فألق» من نسخة أخرى / منه: ناقصة [ح] / ثم زد: وزد [ا، ط] / ما بقي: ناقصة [ع] / بقي: ناقصة [ب] - 21 سهم (الثانية): ناقصة [ب، ع، ح] - 22 سهماً: ناقصة [ح] / السهم: ناقصة [ب، ع، ح] / ونصف سهم: ونصف [ب، ع، ح].

فيبقى أحد عشر / سهماً ونصف تعدل خمسة أسداس مال، فأكمل مالك، ع - ٢١ - و
وهو أن تزيد على السهام خمسة، فيكون مالاً يعدل ثلاثة عشر سهماً
وأربعة أخماس سهم. فاجعل السهم خمسة، فيكون المال تسعة وستين،
والوصية أربعة.

- 5 مسألة رجل مات / وترك ابناً وخمس بنات، وأوصى لرجل بتكملة
الحمس والسدس بنصيب الابن إلا ربع ما يبقى من الثلث بعد التكملة.
فخذ ثلث مال، فألق خمس المال وسدسه منه إلا سهمين، فيبقى معك
سهمان إلا أربعة أجزاء من مائة وعشرين جزءاً من المال. ثم زد عليه
الاستثناء وهو نصف سهم إلا جزءاً > من مائة وعشرين جزءاً < من المال،
10 فيبقى معك سهمان ونصف إلا خمسة أجزاء من مائة وعشرين جزءاً من
مال. فزد ذلك على ثلثي المال، فيكون خمسة وسبعين جزءاً من مائة
وعشرين جزءاً من مال وسهمين ونصفاً تعدل سبعة أسهم. فألق سهمين
ونصفاً من سبعة، فيبقى معك خمسة وسبعون من مائة وعشرين تعدل
أربعة أسهم ونصفاً. فتمم مالك وهو أن تزيد على السهام ثلاثة أخماسها،
15 فيكون مالاً يعدل سبعة أسهم وخمسة سهم، فالسهم الواحد خمسة،
فيكون المال ستة وثلاثين، والنصيب / خمسة، والوصية واحد.
ح - ١٨ - ط

2 علي، ناقصة [ب] / فيكون، فيكون معك [ب، ع] / مالاً، مال [ب، ع، ح] - 3 وستين،
وستين سهماً [ب، ع، ح] - 4 أربعة، أربعة أسهم [ب، ع، ح، ط] - 5 مسألة، ناقصة [ب، ط،
ب، ع] / رجل، ناقصة وترك فراخاً لها [ب] / مات، ناقصة [ب، ع] / وترك، ترك [ب، ع] -
6 الحمس والسدس، السدس والخمس [ح] - 7 خمس المال وسدسه منه، منه نصف المال
وخمسة [ب، ع] سدس المال وخمسة منه [ح] - 8 المال، مال [ب، ط] ثم كتب ناسخ [ب] فوقها
<المال> / ثم زد، وزد [ب، ع] - 9 من المال، ناقصة [ب، ط، ب، ح] - 10-11 من مائة ...
مال، ناقصة [ب، ع، ح] - 11 فزد ذلك، كتب ناسخ [ب] فوقها <فزد عليه> من نسخة أخرى
/ خمسة، ناقصة [ب] - 11-12 من مائة ... من مال، ناقصة [ب، ع، ح] - 12 ونصفاً، ونصف
[ب، ع، ح] - 13 فيبقى، فيبقى [ب] / معك، ناقصة [ب، ع، ح] / وسبعون، وتسعون [ح] -
14 أخماسها، أخماس [ب، ح] - 15 خمس، خمس [ب، ع] / فالسهم، والسهم [ب، ع] -
فالسهم [ح] - 16 المال، ناقصة [ح] / والوصية واحد، والتكملة ثلاثة وخمسة ينقص التكملة
من الثلث فيبقى لصاحبه وأربعة أخماس ربع ذلك وهو الاستثناء من الثلث الثمان وخمسة تنقص
ذلك من التكملة فيبقى واحد وهو الوصية [ح] والوصية واحدة [ب، ط، ب، ع].

مسألة، فإن ترك أمه وامراته وأربع أخوات، وأوصى لرجل بتكملة النصف بنصيب امرأته وأخته إلا سبعمي ما يبقى من الثلث بعد التكملة، فقياس ذلك، أنك إذا طرحت النصف من الثلث بقي عليك سدس وذلك / ما استثنى، وهو نصيب المرأة والأخت، وهو خمسة أسهم، فالذي يبقى من ب - ٩٥ - ط 5 الثلث خمسة أسهم إلا سدس المال. والسبعان اللذان استثناهما / سبعا ١٢ - خمسة أسهم إلا سبعمي سدس المال. فيكون معك ستة أسهم وثلاثة أسباع سهم إلا سدس مال وسبعمي سدس مال. فتزيد على ذلك ثلثي المال، فيكون معك تسعة عشر جزءاً من اثنين وأربعين جزءاً من مال وستة أسهم وثلاثة أسباع سهم تعدل ثلاثة عشر سهماً، / فائق منها هذه 10 السهام، فيبقى تسعة عشر جزءاً <من اثنين وأربعين جزءاً من مال> تعدل ستة أسهم وأربعة أسباع سهم. فتقسم مالك وهو أن تزيد عليه ضعفه وأربعة أجزاء من تسعة عشر جزءاً، فيكون معك مال يعدل أربعة عشر سهماً وسبعين جزءاً من مائة وثلاثة وثلاثين جزءاً من سهم. فاجعل السهم مائة وثلاثة وثلاثين، فتكون سهام الفريضة ألفاً وتسعمائة واثنين وثلاثين سهماً، والسهم الواحد يعدل مائة وثلاثة وثلاثين، والتكملة 15 ثلاثمائة وواحد، والاستثناء من الثلث يكون ثمانية وتسعين، فتبقى الوصية مائتان وثلاثة، ويبقى للورثة ألف وسبعمائة وتسعة وعشرون /

نهاية [ب. ع]

1 مسألة: ناقصة [أ. ط. ب. ع] - 2 سبعمي، سبع [أ. ط] - 3 قياسي، فالقياس في [ب. ع] / أنك، ناقصة [ح] - 4 وهو (الثانية)، ناقصة [ب. ع، ح] / فالذي، والذي [ب. ع] - 5 - 4 من الثلث، ناقصة [ب. ع] - 5 والسبعان، ناقصة [ب. ع] / اللذان، اللذين [ب. ع] / سبعا، تسعا [ح] - 6 المال، كتب ناسخ [أ] فوقها «مال» من نسخة أخرى - 7 مال (الأولى)، ناقصة [ب. ع، ح] / سدس مال (الثانية)، السدس [ب. ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «السدس» من نسخة أخرى / مال، ناقصة [ح] / على ذلك، ذلك على [ب. ع، ح] - 8 جزء، (الأولى)، ناقصة [ح] / جزءاً (الثانية)، ناقصة [ب. ع، ح] - 9 منها، منه [ب. ع] - 11 أسباع، اتساع [ح] / عليه، أي على ما بقي - 13 سهماً، سهماً وعشرة أجزاء من تسعة عشر جزءاً فالسهم تسعة عشر وسهام [ح] - ١٩ الفريضة ٣٧٦ والسهم الواحد تسعة عشر والتكملة ثلاثة وأربعون والاستثناء من الثلث أربعة عشر والوصية تسعة وعشرون ويبقى للورثة مائتان وسبعة وأربعون معك مال يعدل أربعة عشر سهماً [ح] - 14 السهم، السهام [ب. ع] - 14 - 15 تسعمائة واثنين وثلاثين، سبعمائة [ح] - 15 وثلاثين، وستين [ب. ع] / يعدل، ناقصة [ح] / وثلاثة، ناقصة [ب. ع] - 16 ثلاثمائة، أكتها في الهامش مع «صح أصل» [أ] / وتسعين، وسبعين [ح] - 17 مائتان، وهي مائتان [ب. ع] / سبعمائة، تسعمائة [ب. ع] / وعشرون، كتب بعدها «ثم بحمد الله وحسن توفيقه» [ب. ع] «والله اعلم بالصواب» [ع] «وهذا حساب الدور» [ح].

حساب الدور /

باب منه في التزويج في المرض

١ - ٢٧ - ٥

- رجل تزوج امرأة في مرض موته على مائة درهم، ولا مال له غيرها.
ومهر مثلها عشرة دراهم. ثم ماتت المرأة وأوصت بثلاث مالها، ثم مات
5 الزوج، فقياسه أن ترفع من المائة ما يصح لها من المهر، وهو عشرة
دراهم، وتبقى تسعون درهماً لها منه وصية، فتجعل وصيتها شيئاً من
ذلك، فيبقى تسعون درهماً غير شيء، فصار في يدها عشرة دراهم
وشيء، وأوصت بثلاث مالها، وهو ثلاثة دراهم وثلاث درهم وثلاث شيء، /
فيبقى ستة دراهم وثلثان وثلث شيء، فيرجع إلى الزوج من ذلك ميراثه
10 النصف، وهو ثلاثة دراهم وثلاث درهم وثلاث شيء، فيصير في أيدي ورثة
الزوج ثلاثة وتسعون درهماً وثلاث درهم إلا ثلثي شيء، وهو مثلاً وصية
المرأة، وهي شيء، لأن المرأة يجوز لها بالوصية ثلث جميع ما ترك الزوج،
فمثلاً وصيتها شيئان. فاجبر الثلاثة والتسعين والثلث بثلثي شيء، وزده
على الشئين، فيكون ثلاثة وتسعين درهماً وثلاث درهم يعدل شئين
15 وثلثي شيء، فالشيء الواحد من ذلك هو ثلاثة أثمانه، وهو يعدل ثلاثة
أثمان الثلاثة والتسعين / والثلث، وهو خمسة وثلثون درهماً.
١٢ - ٥
فإن كانت المسألة على حالها وعلى المرأة دين عشرة دراهم، وأوصت
بثلاث مالها، فقياس ذلك، أن تعطى المرأة عشرة دراهم، ومهرها، ويبقى
تسعون لها منه وصية، فتجعل وصيتها شيئاً، فيبقى تسعون إلا شيئاً،

1 حساب، باب حساب [ح] - 3 مرض موته، مرضه [ح] - 4 ثم (الأولى)، كتب ناسخ [أ]
فوقها «و» من نسخة أخرى - 5 الزوج، كتب ناسخ [أ] فوقها «الرجل» من نسخة أخرى /
ترفع، كتب ناسخ [أ] فوقها «تأخذ بها» من نسخة أخرى / لها، لهما [ح] - 6 وتبقى، فيبقى
[ح] / منه، فيه [ح] - 7-6 شيئاً من ذلك، من ذلك شيئاً [ح] - 7 فيبقى، ويبقى [ح] - 9 فيرجع،
يرجع [ح] - 10-9 ميراثه النصف، بالميراث نصفه [ح] - 11 درهم، ناقصة [ح] / ثلثي، ثلث
[ح] - 13 بثلثي، بثلث [ح] - 14 وثلاث درهم، وثلثاً [أ، ط] - 17 المسألة، الفريضة [ح] /
حالتها، كتب ناسخ [أ] فوقها «حلتها» من نسخة أخرى - 18 مهرها، مهر مثلها [ح] - 19 لها
... وصيتها شيئاً، درهماً للمرأة من ذلك الوصية وهي شيء [ح].

5 ويصير في يد المرأة عشرة دراهم وشيء، فتقضي من ذلك دينها عشرة دراهم، فيبقى لها شيء، وأوصت من ذلك بثلاثة، وهو ثلث شيء، فيبقى ثلثا شيء، يرجع إلى الزوج من ذلك بالميراث نصفه، وهو ثلث شيء، فصار في أيدي ورثة الزوج تسعون درهماً إلا ثلثي شيء، وذلك مثلاً الوصية التي هي الشيء، / وذلك شيان. فاجبر التسعين بثلثي شيء، وزده ح - ٥٠ - و على الشئتين، فيكون تسعين درهماً تعدل شئتين وثلثي شيء، فالشيء من ذلك ثلاثة أثمانه وهو ثلاثة وثلاثون درهماً وثلاثة أرباع درهم، وهي الوصية.

10 مسألة: فإن كان تزوجها على مائة درهم، ومهر مثلها عشرة دراهم، وأوصى لرجل بثلث ماله، فقياس ذلك: أن تعطي المرأة مهر مثلها، وهو عشرة دراهم، فيبقى تسعون درهماً، ثم تعطي من ذلك وصيتها شيئاً. ثم تعطي الموصى له بالثلث / أيضاً شيئاً، لأن الثلث بينهما نصفان، لا تأخذ المرأة شيئاً إلا أخذ صاحب الثلث مثله، فتعطي صاحب الثلث أيضاً شيئاً، ثم ترجع إلى ورثة الزوج ميراثه من المرأة خمسة دراهم ونصف شيء، 15 فيبقى في أيدي ورثة الزوج خمسة وتسعون إلا شيئاً ونصفاً، وذلك يعدل أربعة أشياء. فاجبر ذلك بشيء ونصف شيء، فيبقى خمسة وتسعون تعدل خمسة أشياء ونصفاً. فاجعلها أنصافاً، فيكون أحد عشر نصفاً والدرهم أنصافاً، فتكون مائة وتسعين نصفاً تعدل أحد عشر <نصف> شيئاً، فالشيء الواحد يعدل سبعة عشر درهماً وثلاثة أجزاء من أحد عشر من درهم، فهي الوصية. 20

1 ويصير ونصف [ح] / فتقضي: فتقضي [ح] - 2 لها ناقصة [ح] / وأوصت من ذلك بثلاثة وهو وصيتها [ح] / فيبقى ونقي [ح] - 3 يرجع [ح] - 4 أيدي يد [ح] ط، ح، [ح]، ثم كتب فوقها «أيدي» - 6 الشئتين، التسعين [ح] / فيكون فيبقى [ح] / تسعين تسعون [ح] / درهماً ناقصة [ح] / ثلثي [ح] / فالشيء، الشيء [ح] - 9 مسألة ناقصة [ح] ط / كان ناقصة [ح] - 10 مهر مثلها، كتب ناسخ [ح] فوقها «مهرها» من نسخة أخرى - 11 درهماً ناقصة [ح] / وصيتها ناقصة [ح] - 12 أيضاً ناقصة [ح] - 13 مثله ... الثلث ناقصة [ح] - 15 وتسعون وتسعين [ح] / إلا شيئاً ونصفاً غير شيء ونصف [ح] كتب ناسخ [ح] العبارة المثبتة ثم كتب فوقها «غير شيء ونصف شيء» - 16 شيء ناقصة [ح] - 18 والدرهم والدرهم أيضاً [ح] - 19 شيئاً ناقصة [ح] - 20 فهي وهي [ح]. يأخذ الخوارزمي هنا وفي المسألة التالية برأي زفر كما ذكر الخوازمي.

مسألة، فإن تزوجها على مائة درهم، ومهرٌ مثلها عشرة دراهم، ثم ماتت قبل الزوج وترك عشرة دراهم، وأوصت بثلث مالها، / ثم مات ح - ٥٠ - ط
الزوج وترك مائة وعشرين درهماً، وأوصى لرجل بثلث ماله، بقياسه، أن تعطي المرأة مهر مثلها عشرة دراهم، فيبقى في أيدي ورثة / الزوج مائة ٩١ - ط
5 درهم وعشرة دراهم من ذلك وصية المرأة شي، فيبقى مائة درهم وعشرة دراهم غير شي، ويصير في أيدي ورثة المرأة عشرون درهماً وشي، وأوصت من ذلك بثلثه، وهو ستة دراهم وثلثان وثلث شي، ويرجع إلى ورثة الزوج من ذلك بالميراث نصف ما بقي وهو ستة دراهم وثلثان وثلث شي، فيصير في أيدي ورثة الزوج مائة وستة عشر درهماً وثلثان غير 10
ثلاثي شي، وأوصى من ذلك بثلثه، وهو شي، فيبقى مائة درهم وستة عشر درهماً وثلثان غير شي، وثلثي شي، تعدل مثلي الوصيتين وذلك أربعة أشياء. فاجبر ذلك فيكون مائة وستة عشر درهماً وثلثي درهم تعدل خمسة أشياء وثلثي شي، فالشيء الواحد يعدل عشرين درهماً وعشرة أجزاء من سبعة عشر جزءاً من درهم، وهي الوصية، فاعلم ذلك.

باب العتق في المرض

إذا أعتق الرجل عبيدين له في مرضه، وترك السيد ابناً وابنة، ثم مات أحد العبيدين وترك مالا أكثر من قيمته وترك ابنة. فاجعل ثلثي قيمته وما سعى فيه العبد الآخر وميراث السيد منه بين / الابن والبنات - للذكر مثل حظ الأنثيين - إذا كان العبد مات قبل ح - ٥١ - و
20 السيد. فإن كان العبد مات بعد السيد، جعلت ثلثي قيمته وما سعى فيه

1 مسألة، ناقصة [ط] / درهم، ناقصة [ح] / ثم، كتب ناسخ [أ] فوقها «و» - 3 مائة وعشرين درهماً، عشرين درهماً ومائة [ح] / لرجل، ناقصة [ح] - 4 مهر، كتب ناسخ [أ] فوقها «مهرها» من نسخة أخرى - 5 درهم، ناقصة [ح] / درهم، ناقصة [ح] - 6 درهم، ناقصة [ح] - 8 من ذلك، ناقصة [ح] / ما بقي، ما بقي [ح] / درهم، ناقصة [ح] - 9 - 10 وستة عشر ... فيبقى مائة، ناقصة [ط] - 10 ثلاثي، ثلث [أ] / شي، (الأولى)، الشي [ح] / فيبقى، فيبقى [ح] / درهم، ناقصة [ح] - 11 ثلاثي، ثلثا [ح] / مثلي، ناقصة [ح] - 12 فاجبر، واجبر [ح] / درهم، ناقصة [ح] / وثلثي، وثلثا [ح] - 13 يعدل عشرين، كتب ناسخ [أ] فوقها «عشرون» من نسخة أخرى - 14 فاعلم ذلك، ناقصة [ح] - 16 إذا، وإذا [ح] / ابنة، بنتا [ح] - 17 ابنة، بنت [ح] - 18 فاجعل، جعلت سمائه [ح] / سعى، كتب ناسخ [أ] فوقها «يسعى» من نسخة أخرى - 20 فإن، وإن [ح].

العبد الآخر بين الابن والبنت للذكر مثل حظ الأنثيين، وما بقي من بعد ذلك فهو للذكر / دون الأنثى لأن النصف من ميراث العبد لابنة العبد، والنصف الآخر بالولاء لابن السيد، وليس للابنة شيء.

- مسألة، وكذلك لو أعتق رجل عبداً له في مرض موته ولا مال له غيره، ثم مات العبد قبل السيد، فإن أعتق الرجل عبداً في مرضه ولا مال له غيره، فإن العبد يسمى في ثلثي قيمته. فإن كان السيد قد تعجل منه بثلاثي قيمته، فاستهلكها السيد، ثم مات السيد، فإن العبد يسمى في ثلثي ما بقي.
- فإن كان قد استوفى منه قيمته كلها، فاستهلكها السيد، فلا سبيل على العبد لأنه قد أدى جميع قيمته.

- مسألة، فإن أعتق عبداً له في مرض موته قيمته ثلاثمائة درهم ولا مال له غيره، ثم مات العبد وترك ثلاثمائة درهم، وترك بنتاً، قياسه: أن تجعل وصية العبد شيئاً و«ما» يسمى فيما بقي من قيمته، وهو ثلاثمائة غير شيء. فصار في يد المولى السعاية وهي ثلاثمائة غير شيء. ثم مات العبد وترك شيئاً وترك بنتاً، لها من ذلك النصف، وهو نصف شيء، وللمولى مثل ذلك، فصار في أيدي ورقة المولى ثلاثمائة غير نصف شيء، وهو مثلاً الوصية التي هي الشيء، وذلك شيئان. فتجبر الثلاثمائة بنصف شيء، وتزيد ذلك على الشيئين، فيكون ثلاثمائة تعدل شيئين ونصفاً، فالشيء من ذلك خمسه، وهو مائة وعشرون، وهي الوصية، والسعاية مائة وثمانون.

1 الآخر، الباقى [ح] / من، ناقصة [ح] - 3 الآخر، ناقصة [أ، ط] / للابنة، لابنته [ح] - 4 مسألة، ناقصة [أ، ط] / لو، اذا [ح] / رجل، الرجل [ح] / له، ناقصة [ح] / مرض موته، مرضه [ح] - 5 أعتق، متى [ح] / عبداً، عبداً له [ح] / مرضه، مرض موته [ح] - 6 في، من [ح] - 7 بطلني، ثلثي [أ، ط] / السيد (ثلاثية)، ناقصة [ح] / في، من [ح] - 9 السيد، ناقصة [أ، ط] - 10 العبد، العبد فإن كان على السيد دين أيضاً فلا سبيل على العبد [ح] - 11 مسألة، ناقصة [أ، ط] / فإن، فإن قال [ح] / مرض موته، مرضه [ح] - 12 ترك، تركت [ح] - 13 شيئاً، من الثلاثمائة شيئاً [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «من الثلاثمائة الدرهم» من نسخة أخرى / و«ما» يسي فيما بقي من قيمته وهو، وسعائته [ح] - 15 وترك شيئاً، ناقصة [ح] - 16 أيدي، يد [ح] / ورقة، ناقصة [ح] - 17 الشيء، شيء [ح] - 18 فيكون، فيصير [ح].

- مسألة، فإن كان أعتقه في مرضه وقيّمته ثلاثمائة درهم، فمات وترك أربعمائة درهم، وعليه دين عشرة دراهم، وترك ابنتين، وأوصى لرجل بثلث ماله وعلى السيد دين عشرون درهماً، فقياس ذلك، أن تجعل وصية العبد من ذلك شيئاً، وسعايته ما بقي من قيمته، وهو ثلاثمائة غير شيء. 5 فمات العبد وترك أربعمائة درهم، فيؤدي من ذلك إلى المولى سعايته، وهي ثلاثمائة غير شيء، فيبقى في أيدي ورثة العبد مائة درهم وشيء، فيقتضي من ذلك الدين، وهو عشرة دراهم، ويبقى تسعون درهماً وشيء، وأوصى من ذلك بثلثه، وهو ثلاثون درهماً وثلث شيء. ويبقى بعد ذلك لورثته ستون درهماً وثلثا شيء، لابنتين من ذلك الثلثان أربعون درهماً وأربعة أضعاف شيء، وللمولى عشرون درهماً وتسعاً شيء. فيصير في أيدي ورثة المولى ثلاثمائة وعشرون غير سبعة أضعاف شيء. يقتضي من ذلك دين المولى عشرون درهماً، / فيبقى ثلاثمائة غير سبعة أضعاف شيء. وذلك مثلاً ما كان للعبد من / الوصية التي هي شيء، وذلك شيئان، 10 - 29 - و فتجبر الثلاثمائة بسبعة أضعاف شيء، ويزاد ذلك على الشئتين، فيبقى ثلاثمائة تعدل شيئين وسبعة أضعاف شيء، الشئ من ذلك تسعة أجزاء. 15 من خمسة وعشرين، فيكون ذلك مائة وثمانية وذلك ما كان للعبد.

مسألة، فإن أعتق عيدين له في مرضه ولا مال له غيرهما، وقيمة كل واحد منهما ثلاثمائة درهم، فتعجل المولى من أحدهما ثلثي قيمته، فاستهلكها، ثم مات السيد، فماله ثلث قيمة الذي تعجل منه. فمال السيد جميع قيمة الذي لم يتمجل منه وثلث قيمة الذي تعجل منه، وهو مائة درهم، وذلك أربعمائة درهم. فثلث ذلك بينهما نصفان، وهو مائة

1 مسألة، ناقصة [أ]، ط / درهم، ناقصة [ح] - 2 لرجل، ناقصة [ح] - 5 درهم، ناقصة [ح] / إلى المولى، إلى المولى [ح] السعاية إلى المولى [أ]، ط - 6 هي، هو [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «هو» من نسخة أخرى - 7 فيقتضي، فنقص [ح] / ويبقى، فيبقى [ح] - 8 وأوصى، فأوصى [ح] - 9 من ذلك، ناقصة [ح] - 10 شيء، (الأولى)، ناقصة [ح] - 10-11 فيصير... شيء، ناقصة [ح] - 13 شيء، ناقصة [ح] / وذلك، وهو [ح] / شيء، الشيء [ح] - 14 ويزاد، ويزداد [ط] كتب ناسخ [أ] فوقها «وينه» من نسخة أخرى / ذلك، ناقصة [ح] - 16 ما كان، ما جاز [ح] - 17 مسألة، ناقصة [أ]، ط - 18 درهم، ناقصة [ح] - 19 السيد، ناقصة [ح] - 19-20 فماله... تجل منه، ناقصة [ح] - 21 درهم، درهم وقيمة الآخر ثلاثمائة [ح] / وذلك، فذلك [ح].

درهم وثلاثة / وثلاثون درهماً وثلاث درهم، لكل واحد منهما ستة وستون درهماً وثلاث درهم. فيسعى الذي تجعل منه ثلثي قيمته في ثلاثة وثلاثين درهماً وثلاث، لأن له من المائة ستة وستين درهماً وثلثي درهم وصية ويسمى فيما بقي من المائة، ويسمى الآخر في مائتين وثلاثة وثلاثين درهماً وثلاث.

5

- مسألة: فإن أعتق عبيدين له في مرضه قيمة أحدهما ثلاثمائة درهم، وقيمة الآخر خمسمائة درهم، فمات الذي قيمته ثلاثمائة درهم وترك بنتاً، وترك السيد ابناً، وترك العبد / أربعمائة درهم، في كم يسعى كل واحد منهما؟ فقياسه: أن تجعل وصية العبد الذي قيمته ثلاثمائة درهم شيئاً، وسعائته ثلاثمائة غير شيء، وتجعل وصية العبد الذي قيمته خمسمائة درهم شيئاً وثلثي شيء، وسعائته خمسمائة درهم غير شيء، وثلثي شيء، لأن قيمته مثل قيمة الأول ومثل ثلثيها، فإن كان لذلك شيء، كان لهذا مثله ومثل ثلثيه. فمات الذي قيمته ثلاثمائة درهم، وترك أربعمائة درهم، يؤدي من ذلك السعاية ثلاثمائة غير شيء، فيبقى في أيدي ورثته مائة درهم وشيء، النصف من ذلك لابنته، وهو خمسون درهماً ونصف شيء، وما بقي لورثة السيد وهو خمسون درهماً ونصف شيء، مضاف إلى ثلاثمائة غير شيء، فتكون ثلاثمائة وخمسين غير نصف شيء. ويأخذون من الآخر سعائته، وهو خمسمائة درهم غير شيء، وثلثي شيء، فيصير في أيديهم ثمانمائة وخمسون درهماً غير شيتين وسدس شيء، وهو مثلاً الوصيتين جميعاً اللتين هما شيئان وثلاثا شيء. فاجبر ذلك، فيكون ثمانمائة وخمسين درهماً تعدل سبعة أشياء ونصفاً. فقابل به، فيكون الشيء الواحد يعدل / مائة وثلاثة عشر درهماً وثلاث درهم، وذلك 1 - 29 - ط

1 وثلاثة، أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [أ] - 2 فيسمى: كتب ناسخ [أ] فوقها «فسمى» من نسخة أخرى / تجعل: جعل [ح] / منه: ناقصة [ح] - 4 وصية: وصية له [ح] - 6 مسألة: ناقصة [أ، ط] - 7 درهم (الأولى والثانية)، ناقصة [ح] - 9 فقياسه: قياه [ح] - 11 وثلثي شيء (الأولى)، ناقصة [ح] - 12 فإن: فإذا [أ، ح، ط] / لذلك: ذلك [ح] - 13 درهم (الأولى)، ناقصة [ح] - 14 من ذلك: ناقصة [ح] / ورثته: الورث [ح] - 15 لابنته، والنصف لورثه مولاه [ح] - 16-17 وما بقي ... نصف شيء: ناقصة [ح] - 16 لورثة السيد: كتب فوقها «للسيد» من نسخة أخرى [أ] - 17 ويأخذون: ويأخذ [ح] - 18 درهم: ناقصة [ح] - 20 ثلثا، ثلثي [ح] - 21 به: بها [ح].

وصية العبد الذي قيمته ثلاثمائة درهم، ووصية العبد الآخر مثل ذلك ومثل ثلثيه، وذلك مائة وثمانية وثمانون درهماً وثمانية أتناس درهم وسعايته ثلاثمائة وأحد عشر / درهماً وتسع درهم.

ح - ٥٢ - ر

- مسألة: فإن أعتق عبيدين له في مرضه، قيمة كل واحد منهما ثلاثمائة درهم، ثم مات أحدهما وترك خمسمائة درهم وترك بنتاً وترك السيد ابناً، فقياسه: أن تجعل وصية كل واحد منهما شيئاً وسعايته / ثلاثمائة ٥ غير شيء، وتجعل تركته الميت منهما خمسمائة درهم، وسعايته ثلاثمائة غير شيء، فيبقى مما ترك مائتان وشيء، فيرجع إلى مولاه بالميراث مائة درهم ونصف شيء، فيصير في أيدي ورثة مولاه أربعمائة درهم غير نصف شيء، ويأخذون من العبد الآخر سعايته ثلاثمائة درهم غير شيء، فيصير في أيديهم سبعمائة درهم غير شيء ونصف شيء، فذلك مثلاً وصيتهما، التي هي الشيطان وذلك أربعة أشياء. فاجبر ذلك بشيء ونصف شيء، فيصير سبعمائة درهم تعدل خمسة أشياء ونصف شيء. فقابل به، فيصير الشيء الواحد مائة وسبعة وعشرين درهماً وثلاثة أجزاء من أحد عشر 15 من درهم.

- <مسألة>: فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته ثلاثمائة درهم، وقد تجعل المولى منه مائتي درهم، فاستهلكها، ثم مات العبد قبل موت السيد وترك بنتاً وترك ثلاثمائة درهم، فقياسه: أن تجعل تركته العبد الثلاثمائة والمائتين / اللتين استهلكهما المولى، فذلك خمسمائة درهم، فتعزل منها ح - ٥٢ - ط 20 السعاية، وهي ثلاثمائة غير شيء، لأن وصيته شيء، فيبقى مائتا درهم

2 درهماً، ناقصة [ح] / درهم، ناقصة [ح] - 4 مسألة، ناقصة [ط] / فإن قال [ح] - 5 أحدهما، أحد العبدَيْن [ح] - 6 قيسه، قيسه [ح] - 8 ما [ح] / مائتان، وهو مائتان [ح] / مولاه، المولى [ح] - 9 شيء، ناقصة [ح] / مولاه، المولى [ح] - 10 سعايته، السعاية [ح] - 11 غير شيء، ناقصة [ط] / فذلك، وذلك [ح] - 12 الشيطان، شيان [ح] / فاجبر، تجبر [ح] - 13-14 فيصير الشيء، فالشيء [ط] - 14 عشر، عشر جزأ [ح] - 17 السيد، المولى [ح] - 18 فقياسه، قيسه [ح] / الثلاثمائة، الثلاثمائة درهم [ح] - 19 منها، منه [ح] - 20 ثلاثمائة، لثمائة درهم [ح].

- وشيء، للابنة من ذلك النصف مائة درهم ونصف شيء، ويرجع إلى ورثة السيد النصف بالميراث، وهو مائة درهم ونصف شيء، في أيديهم من الثلاثمائة غير شيء مائة درهم غير شيء، لأن المائتين مستهلكتان، فيبقى في أيديهم بعد المائتين المستهلكتين مائتا درهم غير نصف شيء، وذلك يعدل وصية العبد مرتين، فنصفها مائة غير ربع شيء، يعدل وصية العبد، وهي شيء. فتجبر ذلك بربع شيء، فيكون مائة درهم تعدل شيئاً وربع شيء، فالشيء من ذلك أربعة أخماسه، وهو ثمانون درهماً، وهي الوصية، والسعاية مائتان / وعشرون درهماً.
- فتجمع تركة العبد، وهي ثلاثمائة ومائتان استهلكها المولى، وذلك خمسمائة درهم، فتعطي المولى السعاية، وهي مائتان وعشرون درهماً، ويبقى مائتان وثمانون درهماً، للابنة النصف من ذلك مائة وأربعمون درهماً، فتلقه من تركة العبد، وهي ثلاثمائة، فيبقى في أيدي الورثة مائة وستون درهماً وذلك مثلاً وصية العبد، التي هي شيء.

- مسألة: فإن اعتق عبداً له في مرضه، قيمته ثلاثمائة درهم، وقد تعجل المولى منه/ خمسمائة درهم <فاستهلكها>، ثم مات العبد قبل موت ٨-٥١
المولى وترك ألف درهم، وترك ابنة، وعلى المولى دين مائتاً درهم، ح- ٥١- و
فقياسه: أن تجعل تركة العبد ألف درهم والخمسمائة التي استهلكها المولى، السعاية من ذلك ثلاثمائة غير شيء، فيبقى ألف ومائتان وشيء.

1 للابنة، لابنه [ح] / من ذلك ناقصة [ح] - 2 في شيء، وفي [ح] - 3 الثلاثمائة، الثلاثمائة الدرهم [ط] الثلاثمائة والدرهم [١] / المائتين مستهلكتان، المائتان مستهلكة [ح] - 4-3 فيبقى ... نصف شيء، ناقصة [ح] - 5 العبد، العبدان [ح] / ربع، ناقصة [١] - 5-6 وصية (الثانية) ... درهم، ناقصة [ح] - 7 أخماسه، أخماس [١]، لم تكتب فوقها «أخماسه» من نسخة أخرى / وهو، وذلك [ح] - 9 تجمع، فجميع [ح] / استهلكها، استهلكها [ح] / المولى، كتب ناسخ [١] فوقها «السيد» من نسخة أخرى / وذلك، فذلك [ح] - 11 درهماً، ناقصة [١]، ط / النصف من ذلك، من ذلك النصف [ح] - 12 من تركة، بما ترك [ح] / وهي، وهو [ح] / ثلاثمائة، فللمائة درهم [ح] / في أيدي الورثة، ناقصة [ح] - 13 وذلك، وهو [ح] / التي هي شيء، الذي هو الشيء [ح] - 14 مسألة، ناقصة [١]، ط - 15 موت، ناقصة [ح] - 16 المولى، كتب ناسخ [١] فوقها «السيد» من نسخة أخرى / ألف، ألفا [ح] / درهم، ناقصة [ح] / ابنة، بنتا [ح] كتب ناسخ [١] فوقها «بنته» من نسخة أخرى - 17 فقياسه، قياسه [ح] - 18 المولى، السيد [ح] / فيبقى [١]، ط.

والنصف من ذلك لابنة العبد ، وهو ستمائة درهم ونصف شيء ، فتلقيه من
 تركة العبد ، وهي ألف درهم ، فيبقى أربعمائة درهم غير نصف شيء ،
 يقضي من ذلك دين المولى ، وهو مائتا درهم ، فيبقى مائتا درهم غير نصف
 شيء ، تعدل مثلث الوصية ، التي هي الشيء ، وذلك شيئان . فاجبر ذلك
 5 بنصف شيء ، فيكون مائتي درهم تعدل شيئين ونصفاً . فقابل به ، فالشيء
 يعدل ثمانين درهماً ، وهي الوصية .

فتجتمع تركة العبد وما تمجّل منه المولى ، وذلك ألف وخمسمائة
 درهم ، فترفع من ذلك السعاية ، وهي مائتان وعشرون درهماً ، فيبقى ألف
 ومائتان وثمانون درهماً ، للابنة النصف ستمائة وأربعون درهماً ، فتلقيه
 10 من تركة العبد ، وهي ألف درهم ، فيبقى ثلاثمائة وستون درهماً ، فيقضي
 من ذلك دين المولى ، مائتا درهم ، ويبقى في أيدي الورثة مائة وستون
 درهماً ، وذلك مفلاً الوصية .

مسألة ، فإن اعتق عبداً له في مرضه قيمته خمسمائة درهم ، فتمجّل
 منه ستمائة درهم فاستهلكها ، وعلى المولى دين ثلاثمائة درهم ، ثم مات
 15 العبد وترك أمه ومولاه ، / وترك العبد ألفاً وسبعمائة وخمسين درهماً ،
 وعلى العبد دين مائتا درهم ، فقياسه : أن تجعل تركة العبد ألفاً وسبعمائة
 وخمسين درهماً ، والذي تمجّل المولى ، وهو ستمائة درهم ، فذلك ألفان
 وثلاثمائة وخمسون درهماً ، فتعزل منه الدين مائتي درهم ، وتعزل منه
 السعاية خمسمائة درهم غير شيء ، والوصية شيء ، فيبقى ألف وستمائة
 20 وخمسون درهماً وشيء ، / للأُم من ذلك الثلث خمسمائة وخمسون
 وثلث شيء ، فتلقيه هو والدين الذي هو مائتا درهم من تركة العبد

١ والنصف ، النصف [ح] / لابنة العبد وهو : للابنة [ح] - 2 وهي : وهو [ح] / درهم (الثانية) ،
 ناقصة [ح] - 6 وهي الوصية ، ناقصة [ح] - 7 منه ، به [ح] - 10 وهي : وهو [ح] - 11 من ذلك ،
 ناقصة [ح] - 13 مسألة ، ناقصة [أ] ، ط - 14 درهم (الأولى) ، ناقصة [ح] - 15 العبد (الثانية) ،
 ناقصة [أ] ، ط - / سبعمائة ، سبعمائة درهم [ح] - 16 دين مائتا درهم ، مائتا درهم دين [ح] /
 فقياسه ، قياس [ح] - 17 درهماً ، ناقصة [ح] / وهو : ناقصة [ط] / فذلك ، ناقصة [ح] / ألفان ،
 ألفين [ح] - 18 مائتي ، مائتا [ح] - 19 والوصية ، فالوصية [ح] - 21 شيء ، ناقصة [ح] / هو
 (الأولى) ، ناقصة [ح] / الذي ، ناقصة [ح] .

الموجودة، وهي ألف وسبعمائة وخمسون، فيبقى ألف درهم غير ثلث شيء. ثم تقضي من ذلك دين المولى، وهو ثلاثمائة درهم، فيبقى سبعمائة درهم غير ثلث شيء، وهو مثلاً وصية العبد، وهي شيء، «وذلك شيئان»، فنصف ذلك ثلاثمائة وخمسون / غير سدس شيء، تعدل شيئاً. فاجبر ١١- 5 ذلك بسدس شيء، فيكون ثلاثمائة وخمسين تعدل شيئاً وسدس شيء، فيكون الشيء ستة أسباع الثلاثمائة والخمسين، وهو ثلاثمائة درهم، وذلك الوصية.

فتجتمع تركة العبد وما استهلك المولى، وهو ألفان وثلاثمائة وخمسون درهماً، فتعزل من ذلك الدين مائتي درهم، ثم تعزل السعاية، وهي قيمة الرقبة غير الوصية مائتا درهم، فيبقى ألف وتسعمائة درهم 10 وخمسون درهماً، للأُم من / ذلك الثلث ستمائة وخمسون درهماً، فألقه ح- ٥٥- و وألقى الدين، وهو مائتا درهم من تركة العبد الموجودة وهي ألف وسبعمائة وخمسون درهماً، فيبقى تسعمائة درهم، يقضي منها دين المولى ثلاثمائة، فيبقى ستمائة درهم، وذلك مثلاً الوصية.

مسألة، فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته ثلاثمائة درهم، ثم مات العبد وترك بنتاً وترك ثلاثمائة درهم، ثم ماتت البنت وترك زوجاً وترك ثلاثمائة درهم، ثم مات السيد، فقياسه: أن تجعل تركة العبد ثلاثمائة درهم، وتجعل السعاية ثلاثمائة غير شيء، فيبقى شيء، للبنت نصفه وللسيد نصفه، فتضيف حصّة البنت، وهي نصف شيء، إلى تركتها، وهي ثلاثمائة، فيكون ثلاثمائة درهم ونصف شيء، للزوج من ذلك 20

1 الموجودة، ناقصة [ح] / وهي [ح] - 2 من ذلك، ناقصة [ح] / دين المولى، من المولى دينه [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «عن المولى دينه» من نسخة أخرى / وهو، ناقصة [ح] - 3 وهي، وهو [ح] - 4 نصف، ونصف [ح] / شيء، ناقصة [أ] - 6 الشيء... والخمسين، ستة أسباع يعدل شيئاً [ح] - 8 تجع، فجميع [ح] - 9 درهماً، ناقصة [ح] / مائتي، مائتا [ح] - 10 تسعمائة، ستمائة [ح] - 11 ستمائة، ستمائة درهم [أ]، ط / درهماً، ناقصة [ح] - 12 الموجودة، ناقصة [ح] / وهي، وهو [ح] - 13 درهماً، درهماً وألف درهم [ح] / تسعمائة، سعمائة [ح] / المولى، السيد [ح] - 14 ثلاثمائة، ثلاثمائة درهم [ح] / فيبقى، ويبقى [أ]، ط - 15 مسألة، ناقصة [أ]، ط - 16 ترك، ناقصة [ح] / البنت، الابنة [ح] - 18 للبنت، لابنته من ذلك [ح] - 19 فتضيف، ثم نصف [ح] / وهي، وهو [ح] - 20 وهي، وهو [ح] / فيكون، درهم فيكون [ح] / درهم، ناقصة [ط] / شيء، ناقصة [ح].

النصف، ويرجع إلى السيد النصف، وهو مائة وخمسون درهماً وربع شيء، فصار جميع ما في يد السيد أربعمائة وخمسين غير ربع شيء، فذلك مثلاً الوصية. فنصف ذلك مثل الوصية، وهو مائتان وخمسة وعشرون درهماً غير ثمن شيء، يعدل شيئاً. فاجبر ذلك بثمان شيء. وزده على الشيء، فيكون مائتين وخمسة وعشرين درهماً تعدل شيئاً 5 وثمان شيء. فقابل بذلك / فالشيء الواحد يعدل ثمانية أضع مائتين ح - ٥٥ - ط وخمسة وعشرين، وذلك مائتا درهم.

مسألة، فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته ثلاثمائة درهم، فصات العبد وترك خمسمائة درهم / وترك شيئاً، وأوصى بثلث ماله، ثم ماتت ١ - ٢١ - و البنت وتركته أمها وأوصت بثلث ماله وتركته ثلاثمائة درهم، فقياسه، أن ترفع من تركه العبد السعاية، وهي ثلاثمائة درهم غير شيء، فيبقى مائتا درهم وشيء، وقد أوصى بثلث ماله، وهو ستة وستون درهماً / وثلثان وثلث شيء، ويرجع إلى السيد بميراثه ستة وستون درهماً وثلثان ١٠٠ - ط وثلث شيء، ولا ينته مثل ذلك تضمه إلى ما تركت، وهو ثلاثمائة درهم، فيكون ثلاثمائة وستة وستين درهماً وثلثي درهم وثلث شيء، وقد أوصت بثلث ماله، وهو مائة درهم واثنتان وعشرون درهماً وتسعاً درهم وتسع شيء، فيبقى مائتان وأربعة وأربعون درهماً وتسعاً شيء، 15 للأكم من ذلك الثلث واحد وثمانون درهماً وأربعة أضع وثلث تسع درهم وثلثا تسع شيء، ورجع ما بقي إلى السيد، وهو مائة واثنتان وستون درهماً وثمانية أضع وثلثا تسع درهم وتسع شيء. وثلث / تسع شيء، ح - ٥٦ - ج

1 النصف (الأولى)، نصف [ح] / درهماً، ناقصة [ط] - 2 وخمسين، وخمسون [ح] - 3 فذلك، وذلك [ح] - 6 بذلك، ذلك [ح] / يعدل، ناقصة [ط] - 8 مسألة، ناقصة [ط] / فصات، ناقصة [ح] - 9 العبد وترك، وترك العبد [ح] - 10 أمها، أمها [ح] - 14 تضمه، تضمه [ح] - 15 ثلاثمائة، ثلاثمائة درهم [ح] / وستين، وستون [ط] / وقد أوصت، فأوصت [ح] - 16 تسع، تسع [ح] - 17 فيبقى، ويبقى [ط] / وأربعون، وأربعون درهماً [ح] / أضع، أضع [ط] - 18 أضع، أضع درهم [ح] - 20 وثمانية أضع، ناقصة [ط] / شيء، (الأولى)، ناقصة [ح].

ميراثاً له لأنه عصبه، مضافاً إلى السعاية وهي ثلاثمائة غير شيء وميراثه من العبد، وهو ست وستون درهماً وثلاثان وثلاث شيء. فحصل في أيدي ورثة السيد خمسمائة وتسعة وعشرون درهماً وسبعة عشر جزءاً من سبعة وعشرين جزءاً من درهم غير أربعة أنساع شيء. وثلاث تسع شيء. وذلك مثلاً الوصية، التي هي شيء، فنصف ذلك مائتان وأربعة وستون درهماً واثنان وعشرون جزءاً من سبعة وعشرين جزءاً من درهم غير سبعة أجزاء من سبعة وعشرين من شيء. فتجبر ذلك بالسبعة الأجزاء، وتزيد عليها الشيء، فيكون ذلك مائتين وأربعة وستين درهماً واثنين وعشرين جزءاً من سبعة وعشرين جزءاً من درهم تعدل شيئاً وسبعة أجزاء من سبعة وعشرين جزءاً من شيء. فقابل به وتحطه إلى شيء واحد، وذلك أن تنقص منه سبعة أجزاء من أربعة وثلاثين / جزءاً منه، ح- ٥٦- ٥ فيكون الشيء الواحد يعدل مائتي وعشرة دراهم وخمسة أجزاء من سبعة عشر جزءاً من درهم، وهو الوصية.

مسألة: فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته مائة درهم، ووهب لرجل جارية قيمتها خمسمائة درهم وعقرها مائة درهم فوطئها الموهوب له. 15
فقول أبي حنيفة إن العتق أولى فيبدأ به.
وقياسه: أن تجعل قيمة الجارية خمسمائة درهم في قوله، وقيمة العبد مائة درهم، وتجعل وصية صاحب الجارية شيئاً آخر. فقد / أمضى عتق العبد وقيمته مائة درهم. وأوصى للموهوب له بشيء، ورد العتق مائة درهم غير خمس شيء، فصار في أيدي الورثة ستمائة درهم غير شيء. 20

١ عصبه، حصته [ط] - 2-1 مضافاً ... شيء، ناقصة [أ]، ط - 2 شيء، جزء [ح] - 2-3 أيدي ورثة، يد [ح] - 3 تسعة، سبعة [ح] - 4 للثا، لث [أ]، ط - 6 جزءاً من درهم، ناقصة [ح] - 7 عشرين، عشرين جزءاً [ح] / شيء، شيء، مثل الوصية [ح] / فتجبر، كتب ناسخ [أ] «عاجر» ثم كتب فوقها «عاجر» من نسخة أخرى - 8 وتزيد عليها، وتزيد على [ح] - 10 جزءاً، ناقصة [ح] / به، بذلك [ح] - 11 وذلك، وذلك حاسبه إذا أردت أن تحطه إلى شيء فاضرب ٢٦٤ في المخرج وهو ٢٧ وزد عليه الكسور وهو ٢٢ فيكون ذلك ٧١٥٠ واقسم على ٢٤ فيخرج لك ١٢٠١ وعشرة أجزاء من أربعة وثلاثين وذلك هو الشيء الواحد وذلك لما كان المخرج مساوياً للمال استغثت من ضرب ما خرج لك [ح] / منه (الثانية)، منها [ح] - 12 مائتي، مائتين [ح] مائتي درهم [أ]، ط - 13 وهو، وهي [ح] - 14 مسألة، ناقصة [أ]، ط - 16 أولى، يعني أولى من الهبة - 17 في قوله، ناقصة [ح] - 18 مائة درهم، شيئاً [ح] - 19 للموهوب له، لها ذا [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «لصاحب الجارية» من نسخة أخرى.

- وخمسة شيء، وهو / مثلاً المائة درهم والشيء، فنصف ذلك مثل ط - ١٠١
وصيتهما وهو ثلاثمائة غير ثلاثة أخماس شيء. فاجبر الثلاثمائة بثلاثة
أخماس شيء، وزد مثلها على الشيء، فيكون ذلك ثلاثمائة درهم تعدل
شيئاً وثلاثة أخماس شيء. ومائة درهم. فاطرح من الثلاثمائة مائة بمائة،
5 فيبقى مائتا درهم تعدل شيئاً وثلاثة أخماس شيء، فقابل بذلك فتجد
الشيء من ذلك خمسة أثمانه، فتأخذ خمسة أثمان مائتين، وهو مائة
وخمسة وعشرون، وهو الشيء، وذلك وصية الذي أوصى / له بالجارية. ح - ٥٧ - ج

- مسألة: فإن أعتق عبداً له قيمته مائة درهم، ووهب لرجل جارية
قيمتها خمسمائة درهم وعقرها مائة درهم، فوطئها الموهوب له، وأوصى
10 الواهب لرجل بثلث ماله، فقياسه: في قول أبي حنيفة إنه لا يضرب
صاحب الجارية بأكثر من الثلث، فيكون الثلث بينهما نصفين.
وقياسه: أن تجعل قيمة الجارية خمسمائة درهم، والوصية من ذلك
شيء، فصار في أيدي الورثة من ذلك خمسمائة درهم غير شيء واحد،
والعقر مائة غير خمس شيء، فصار في أيديهم ستمائة غير شيء وخمسة
15 شيء. وأوصى لرجل بثلث ماله، وهو مثل وصية صاحب الجارية، وهو
شيء، فيبقى في أيدي الورثة ستمائة غير شيئين وخمسة شيء، وذلك
مثلاً وصاياهم جميعاً، قيمة العبد والشيئين الموصى بهما، فنصف ذلك
يعدل وصاياهم، وهو ثلاثمائة غير شيء وعشر شيء. فاجبر ذلك بشيء
وعشر شيء، فيكون ثلاثمائة تعدل ثلاثة أشياء وعشر شيء ومائة
20 درهم. فاطرح مائة بمائة، فتبقى مائتان تعدل ثلاثة أشياء وعشر شيء.

- 1 الدرهم، درهم [ح] - 2 وصيتهما، وصيتهما [ح] - 3 ذلك، ناقصة [ح] / درهم، ناقصة [ح] -
5 فتجد، فخذ [ح] - 6 وهو، وذلك [ح] - 8 مسألة، ناقصة [ط] / عبداً له قيمته، جارية
قيمتها [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «جارية قيمتها» من نسخة أخرى - 9 الموهوب له، ناقصة [ح]
- 10 الواهب، ناقصة [ح] - 11 فيكون الثلث، ناقصة [ح] / نصفين، بنصفين [ح] - 12 وقياسه،
قياسه [ح] / والوصية، الوصية [أ] - 13 شيء، (الأولى)، ناقصة [ح] / واحد، ناقصة [ح] - 14
والعقر، والعقر [أ] - 15 وأوصى، فأوصى [ح] - 17 العبد، الجارية [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها
«الجارية» من نسخة أخرى - 18 وصاياهم، الوصايا [ح] / هو، كتب ناسخ [أ] فوقها «هي»
من نسخة أخرى - 19 عشر، ألقتها في الهامش مع «صح» [ح] / فيكون، يكون ذلك [ح].

فقابل به، فالشيء من ذلك عشرة أجزاء من واحد وثلاثين جزءاً من
 «ماتني» درهم، فالوصية من الماتنين على قدر ذلك، وهو أربعة / وستون ح - ٥٧ - ط
 درهماً وستة عشر جزءاً من واحد وثلاثين جزءاً من الدرهم.

- مسألة: فإن أعتق جارية قيمتها مائة درهم، ووهب لرجل جارية
 5 قيمتها خمسمائة درهم، فوطئها الموهوب له، وعقرها مائة درهم، وأوصى
 الواهب لرجل بربر ماله، فقول أبي حنيفة إن صاحب الجارية لا يضرب
 بأكثر من الثلث / وصاحب الربع يضرب بالربع. ١ - ٢٢ - و
 وقياسه: أن قيمة الجارية خمسمائة درهم، والوصية من ذلك / شيء، ط - ١٠٢ -
 فيبقى خمسمائة درهم غير شيء. وأخذوا العقر مائة درهم غير خمس
 10 شيء، فصار في أيدي الورثة ستمائة درهم غير شيء. وخمس شيء. ثم
 تعزل وصية صاحب الربع ثلاثة أرباع / شيء، لأن الثلث إذا كان شيئاً ح - ٥٨ -
 فالربع ثلاثة أرباعه، فيبقى ستمائة درهم غير شيء. وثمانية وثلاثين جزءاً
 من أربعين جزءاً من شيء، وذلك مثلاً الوصية. فنصف ذلك يعدل
 وصاياهم، وهي ثلاثمائة درهم غير تسعة وثلاثين جزءاً من أربعين جزءاً
 15 من شيء، فاجبر ذلك بهذه الأجزاء، فتكون ثلاثمائة درهم تعدل مائة
 درهم وشيئين وتسعة وعشرين جزءاً من أربعين جزءاً من شيء. فاطرح
 مائة مائة، فتبقى مائتا درهم تعدل شيئين وتسعة وعشرين جزءاً من
 أربعين جزءاً من شيء. فقابل به، فيكون الشيء يعدل ثلاثة وسبعين
 درهماً وثلاثة وأربعين جزءاً من مائة وتسعة أجزاء من درهم.

1 به، بذلك [ح] / واحد، أحد [ح] - 2-1 من درهم، منها [ح] - 2 ذلك، ذلك حافية وهو
 الشيء، (... مطموسة) [ح] / وهو أربعة، ناقصة [ح] - 3 درهماً، ناقصة [ح] / الدرهم، درهم
 وذلك وصية الذي أوصى له بالجارية قيمة الجارية الموهوبة خمس مائة وعقرها مائة وقيمة
 الجارية المحتقة مائة خرج من ذلك في العقر اثنا عشر وثمانية وعشرون جزءاً من واحد وثلاثين
 جزءاً صار جميع ذلك ستمائة وسبعة وثمانين وثلاثة أجزاء من واحد وثلاثين جزءاً للموصى لهما
 بالجارية وبالثلث بينهما بالسوية مائة وتسعة وعشرون جزءاً من واحد وثلاثين جزءاً ومن
 المحتقة مائة صار ذلك مائتين وتسعة وعشرين وثلث وذلك ثلث المال ربع [ح] - 4 مسألة:
 ناقصة [أ]، ط / فإن، فإن قال [ح] - 5 الموهوب له، ناقصة [ح] - 6 الواهب، ناقصة [ح] - 8
 وقياسه: قياه [ح] / والوصية، الوصية [ح] - 9 وأخذوا، ثم خذ [ح] - 12 أرباعه، أرباع [ح]
 / وثلاثين، وثلاثون [ح] - 14 وهي، وهو [ح] - 15 بهذه، هذه [ح] / درهم، ناقصة [ح] - 16
 وشيئين، وتعدل شيئين [ح] - 18 من شيء، ناقصة [ح] - 18-19 ثلاثة وسبعين ... درهم،
 يوجد العبارة التالية بدلاً عنها: «وتسعين درهماً (فراغ) وأربعين جزءاً من (فراغ) وتسعة أجزاء»
 [ح].

باب العقر في الدور

- رجل وهب لرجل جارية في مرض موته، ولا مال له غيرها، ثم مات، وقيمتها ثلاثمائة درهم، وعقرها مائة درهم، فوطئها الرجل الموهوب له.
- فقياسه: أن تجعل الوصية للموهوب له الجارية شيئاً، وانتقصه من الهبة 5 <فيبقى> ثلاثمائة غير شيء. ويرجع إلى ورثة الواهب ثلث الانتقاص للعقر، لأن العقر ثلث القيمة، وذلك مائة درهم غير ثلث شيء، فصار في أيدي ورثة الواهب أربعمائة غير شيء. وثلث شيء. وذلك مثلاً الوصية، التي هي شيء، وذلك / شيئان. فاجبر الأربعمائة بشيء، وثلث شيء، ح - ٥٨ - ط وزده على الشيئين، فيكون أربعمائة تعدل ثلاثة أشياء، وثلث شيء، 10 فالشيء من ذلك ثلاثة أعشاره، وهو مائة وعشرون درهماً، وهي الوصية.
- مسألة، فإن قال وهبها في مرضه وقيمتها ثلاثمائة وعقرها مائة، فوطئها الواهب ثم مات، فقياسه: أن تجعل الوصية شيئاً والمنتقص ثلاثمائة غير شيء، فوطئها الواهب فلزمه العقر، وهو ثلث الوصية، لأن العقر ثلث القيمة، وهو ثلث شيء، فصار في أيدي ورثة الواهب ثلاثمائة غير شيء، وثلث شيء، وهو مثلاً الوصية، التي هي شيء، وهو شيئان. 15 فاجبر ذلك بشيء، وثلث شيء، وزده على الشيئين، فيكون ثلاثمائة / ١٠٢ - ط تعدل ثلاثة أشياء، وثلث شيء، فالشيء من ذلك ثلاثة أعشاره، وهو ١ - ٢٢ - ط تسعون درهماً، وذلك الوصية.

1 العقر في الدور، من الدور في العقر [ح] - 2 مرض موته، مرضه [ح] - 3 الرجل، ناقصة [ح] - 4 للموهوب، للموهوب [ح] / وانتقصه، وتنقص [ح] كتب ناسخ [١] «ينتقص» ثم كتب فوقها «وانتقص» من نسخة أخرى - 5 ويرجع، ليرجع [ح] - 6 لأن، لأن ثلث [ح] / درهم، ودرهم [ح] - 7 ورثة، وارث [ح] - 8 شيء، (الأولى)، الشيء [ح] / شيء، ناقصة [ح] - 9 ثلاثة، ناقصة [١] - 10 فالشيء، الشيء [ح] / من، ناقصة [١] / وهي، وهو [ح] - 11 مسألة، ناقصة [١] - 12 فإن، وإن [ح] / ثلاثمائة، ثلاثمائة درهم [ح] / مائة، مائة درهم [ح] - 13 فوطئها، فلما وطئها [ح] / فلزمه، لزمه [ح] / وهو، وذلك [١] - 14 ثم كتب فوقها «وهو» من نسخة أخرى - 15 شيء، (الثالثة)، الشيء [ح] كتب ناسخ [١] فوقها «الشيء» من نسخة أخرى - 16 شيء، ناقصة [ح] - 18 تسعون، سبعون [ح] / درهماً، ناقصة [ح].

- فإن كانت المسألة على حالها ، ووطنها الواهب والموهوب له ، فقياسه :
 أن تجعل الوصية شيئاً والمتنقص ثلاثمائة غير شيء ، ويلزم الواهب
 للموهوب له العقر بالوطى ، ثلث شيء ، ويلزم الموهوب له ثلث الانتقاص ،
 وهو مائة غير ثلث شيء ، فصار في أيدي ورثة الواهب / أربعمائة غير ح - ٥٩ - و
- 5 شيء ، وثلثي شيء ، وذلك مثلاً الوصية . فاجبر الأربعمائة بشيء ، وثلثي
 شيء ، وزدها على الشئتين ، فيكون أربعمائة تعدل ثلاثة أشياء ، وثلثي شيء ،
 فالشيء من ذلك ثلاثة أجزاء من أحد عشر جزءاً من أربعمائة ، وهو مائة
 وتسعة دراهم وجزء من أحد عشر جزءاً من درهم ، وذلك الوصية ،
 والانتقاص مائة وتسعون (درهم) وعشرة أجزاء من أحد عشر جزءاً من
 درهم . 10
- وفي قول أبي حنيفة يجعل الشيء وصية ، وما صار إليه بالعقر أيضاً
 وصية .
- فإن كانت المسألة على حالها ، فوطنها الواهب وأوصى بثلث ماله ، فإن
 قول أبي حنيفة الثلث بينهما نصفان .
- 15 وقياسه : أن تجعل الوصية للموهوب له الجارية شيئاً ، فيبقى ثلاثمائة
 غير شيء . ثم زد العقر ، وهو ثلث شيء ، فيبقى معه ثلاثمائة غير شيء ،
 وثلث شيء ، فوصيته في قول أبي حنيفة شيء ، وثلث شيء ، وفي قول الآخر
 شيء . ثم تعطى الموصى له بالثلث مثل وصية الأول ، وهو شيء ، وثلث
 شيء . فيبقى في يده ثلاثمائة غير شئتين وثلثي شيء . تعدل مثلي الوصيتين
 وهما شيان وثلثا شيء ، فنصف ذلك يعدل الوصيتين ، وهو مائة وخمسون 20
 غير شيء ، وثلث شيء . فاجبر ذلك بشيء ، وثلث شيء ، وزده على الوصيتين ،
 فصار مائة وخمسين تعدل أربعة أشياء ، فالشيء من ذلك ربعه ، وهو سبعة
 وثلثون ونصف .

1 فقياسه ، كتب ناسخ [أ] فوقها «قياس ذلك» من نسخة أخرى - 3-4 ويلزم ... شيء ،
 مكررة [ح] - 4 وهو : فهي [ح] - 5 ثلثي (الأولى والثانية) : ثلث [ح] - 6 ثلثي ، ثلث [ح] - 7
 مائة ، مائة درهم [ح] - 8 درهم ، ناقصة [أ] ، ط / جزء ، ناقصة [أ] ، ط / درهم ، الدرهم [ح] -
 9-10 من أحد ... درهم ، ناقصة [ح] - 13 على حالها : كتب ناسخ [أ] فوقها «وبعالمها» من
 نسخة أخرى - 15 للموهوب ، للموهوبة [ح] - 16 زد ، رد [أ] ، ط / المقدر وهو : ناقصة [ح] -
 17 قول (الثانية) ، القول [ح] / لأخر ، الآخر [أ] ، ح ، ط ، وربما المقصود هنا هو أبو يوسف تلميذ
 أبي حنيفة - 20 شيء ، شيء ، فاجبر ذلك بشئتين وثلثي شيء ، وزد ذلك على خمسة أشياء ، وثلث
 شيء فيكون ثلاثمائة تعدل ثمانية أشياء الشيء من ذلك [ح] - ٥٩ - ط / فلهذه وهو سبعة وعشرين
 ونصف وإن شئت [ح] / فنصف ، فإن نصف [ح] - 21 وثلث (الأولى) ، والا ثلث [ح] .

مسألة: فإن قال وطنها الموهوب له ووطنها الواهب وأوصى بثلاث ماله، فإن القياس في قول أبي حنيفة: أن تجعل الوصية شيئاً، فيبقى ثلاثمائة غير شيء واحد، العقر مائة غير ثلاث شيء، فصار في يده أربعمائة درهم غير شيء، وثلاث شيء. ورد / العقر ثلاث شيء. وأعطى الموصى له بالثلث ١٠٠ - ٥ مثل وصية الأول شيئاً وثلاث شيء، فيبقى أربعمائة درهم غير ثلاثة أشياء تعدل مثلي الوصية، وذلك شيئان / وثلاثي شيء. فاجبر ذلك بثلاثة ١ - ٢٢ - و أشياء، فيكون أربعمائة تعدل ثمانية أشياء. وثلاث شيء، فقابل بذلك، فيكون الشيء الواحد يعدل ثمانية وأربعين درهماً.

مسألة: فإن قال رجل وهب لرجل جارية في مرض موته قيمتها ثلاثمائة درهم وعقرها مائة درهم، فوطنها الموهوب له، ثم وهبها الموهوب له للواهب في مرضه أيضاً / فوطنها الواهب. كم حاز منها؟ وكما انتقص؟ ١٠ - ح - ٦٠ - و قياسه: أن تجعل قيمتها ثلاثمائة درهم، والوصية من ذلك شيء، فيبقى في أيدي ورثة الواهب ثلاثمائة غير شيء، وصار في يد الموهوب له شيء، فأعطى الموهوب له الواهب بعض الشيء، وبقي في يده شيء غير بعض شيء، ورد إليه مائة غير ثلاث شيء، وأخذ العقر ثلاث شيء غير ثلاث بعض شيء، فصار في يده شيء وثلاثا شيء غير مائة درهم وغير بعض شيء وغير ثلاث بعض شيء، وذلك مثلاً بعض الشيء، فنصفه مثل بعض الشيء، وهو خمسة أسداس شيء غير خمسين درهماً وغير ثلاثي بعض

1 مسألة: ناقصة [أ]، ط - 3 واحد، واجبر [ح] / مائة، بماية [ح] - 4 ورد، وزد [ح] - 5 درهم، ناقصة [ح] / ثلاثة، ثلاث [ح] / أشياء، شيء [ح] - 6 ثلاثي، ثلاثا [ح] / فاجبر، واجبر [ح] - 7 ثمانية، خمسة [ح] / ثلاث، ثلاثي [ح] / بذلك، به [ح] - 8 ثمانية وأربعين درهماً، نجد العبارة التالية بدلاً منها «سبعين درهماً وعشرة أجزاء من سبعة عشر جزءاً من درهم» [ح] - 9 مسألة: ناقصة [أ]، ط / مرض موته، مرضه [أ]، ح لم كتب فوقها «مرض موته» من نسخة أخرى - 10 درهم، ناقصة [ح] / الموهوب (الثمانية)، الموهوبة [ح] - 12 تجعل، ناقصة [ح] / درهم، ناقصة [ح] / والوصية، فالوصية [ح] / من ذلك، منها [ح] - 14 فأعطى، فاصط [ح] / الواهب، للواهب [ح] - 15 إليه، العقر [ح] / شيء، ناقصة [ح] / وأخذ، فاحد [ح] - 16 وغير، غير [ط] - 17 شيء، (الثمانية)، كتب ناسخ [أ] فوقها «الشيء» من نسخة أخرى / مثل، مثل ثلاثي العقر [ح] - 18 ثلاثي، ثلاث [أ].

شيء. فاجبر ذلك بثلاثي بعض الشيء، ويخمسين درهماً، فيكون خمسة
أسداس شيء تعدل بعض شيء، وثلاثي بعض شيء، وخمسين درهماً،
فاردد ذلك إلى بعض شيء، لتعرفه، وهو أن تأخذ ثلاثة أخماسه، فيكون
بعض الشيء، وثلاثين درهماً يعدل نصف شيء، فيكون نصف شيء غير
ثلاثين يعدل بعض الشيء، الذي هو وصية الموهوب له للواهب. فاعرف
ذلك.

- ثم ارجع إلى ما بقي في يد الواهب، وهو ثلاثمائة غير شيء. وصار
إليه بعض الشيء، وهو نصف الشيء، إلا ثلاثين درهماً، فيبقى / في يده ح - ٦٠ - ٥
مائتان وسبعون غير نصف شيء، وأخذ العقر، وهو مائة درهم غير ثلث
شيء، ورد العقر وهو ثلث ما بقي من الشيء بعد رفع بعض الشيء، وهو
سدس شيء وعشرة دراهم، فحصل في يده ثلاثمائة وستون غير شيء،
وذلك مثلاً الشيء والعقر الذي ردّ، فنصف ذلك مائة وثمانون غير نصف
شيء، وهو مثل الشيء / والعقر. فاجبر ذلك بنصف شيء، وزده على
الشيء والعقر، فيكون مائة وثمانين درهماً تعدل شيئاً ونصف شيء،
والعقر الذي ردّ، وهو سدس شيء وعشرة دراهم، تسقط عشرة بعشرة،
فيبقى مائة وسبعون درهماً تعدل شيئاً وثلاثي شيء، فاردده إلى شيء
واحد لتعرف الشيء، وهو أن تأخذ ثلاثة أخماسه، فيكون مائة واثنين
تعدل / الشيء الذي هو وصية الواهب للموهوب له.
وأما وصية الموهوب له للواهب فهي نصف ذلك غير ثلاثين درهماً، وهو
واحد وعشرون درهماً، والله أعلم.

1 شيء، الشيء وغير بعض شيء وهو خمسة أسداس شيء [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «الشيء» من
نسخة أخرى / ذلك، ذلك بعض شيء [ح] / بثلاثي، وثلاثي [ح] / الشيء، شيء [ح] / درهماً،
ناقصة [ح] - 3 شيء، الشيء [ح] / تأخذ، تأخذ منه [ح] - 4 ثلاثين، ثلاثون [ح] / فيكون،
فيكون بعض الشيء [ح] - 5 ثلاثين، الثلاثين [ح] / يعدل، وهو [ح] كتب ناسخ [أ] «يعدل» ثم
كتب فوقها «هو» من نسخة أخرى - 7 ما بقي في يد الواهب وهو الواهب وفي يده [ح] /
وصار، فصار [ح] - 8 الشيء (الثانية)، شيء [ح] / الا، غير [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «غير»
من نسخة أخرى / ثلاثين، أثبتا في الهامش مع «صح» [ح] / فيبقى، فيبقى [أ] فيبقى فيه [ح]
- 10 ورد، وزد [ح] / بعض الشيء، بعضه [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «بعضه» من نسخة
أخرى - 11 وعشرة، غير عشرة [ح] - 12 الذي ردّ، والذي زد [ح] - 14 ثمانين، ثمانون
[ح] - 15 ردّ، زد [ح] / تسقط، فاستقط [ح] - 16 فيبقى، فصار [ح] / سبعون، سبعين [ح]
- 17-16 إلى شيء واحد، ناقصة [أ، ط] - 18 نظرت التعليل رقم [ه] - 19 فهي، فهو [أ، ح] -
20 واحد، أحد [أ، ط] / درهماً، ناقصة [أ، ط] / والله أعلم، ناقصة [ح].

باب السلم في المرض

إذا أسلم رجل في مرضه ثلاثين درهماً في كَرٍّ من طعام تساوي عشرة دراهم، ثم مات في مرضه، فإنه ترد الكَرُّ، وترد على ورثة الميت عشرة دراهم.

- 5 قياسه: أن ترد الكَرُّ وقيمته عشرة دراهم، فيكون / قد حاباه ح-١١-و بعشرين درهماً، فالوصية من المحاباة شيء، ويصير في أيدي الورثة عشرين غير شيء، والكَرُّ، وكل ذلك ثلاثون درهماً غير شيء، يعدل شيئين، وهو مثلاً الوصية. فاجبر الثلاثين بالشيء، وزده على الشيئين، فتصير الثلاثون تعدل ثلاثة أشياء، الشيء من ذلك ثلثه، وهو عشرة دراهم، وهو ما حاز من المحاباة. 10

مسألة: فإن أسلم إلى رجل عشرين درهماً، وهو مريض، في كَرٍّ يساوي خمسين درهماً، ثم أقاله في مرضه، ثم مات، فإنه يرد أربعة أتساع الكَرُّ وأحد عشر درهماً وتسع درهم.

- وقياسه: أنك قد علمت أن قيمة الكَرِّ مثل المال الذي أسلم إليه مرتين ونصفاً، فهو لا يرد من رأس المال شيئاً إلا رد من الكَرِّ مثليه ومثل نصفه. 15 فتجعل الذي يرد من الكَرِّ بالشيء شيئين ونصفاً، فزده على ما بقي من العشرين، وهو عشرون غير شيء، فيصير في أيدي ورثة الميت عشرون درهماً وشيء ونصف شيء، فمثل نصفها هي الوصية، وهو عشرة دراهم

2 رجل: الرجل [ح] - 5 قيمته، قيمة [ح] / فيكون، ويكون [ح] كتب ناسخ [أ] فوقها «ويكون» من نسخة أخرى - 7 عشرين، عشرون [أ. ح] / والكَرُّ، ناقصة [ح] كتب ناسخ [أ] «وكر» ثم كتب فوقها «والكَرُّ» من نسخة أخرى/ وكل، في كل [أ. ط] - 8 شيئين، شيئين [أ. ط] - 9 فتصير الثلاثون، فيكون ثلاثين [ح] - 10 وهو، فهو [ح] / حاز، جاز [ط] - 11 مسألة، ناقصة [أ. ط] / رجل: الرجل [ح] - 12 ثم مات، ناقصة [ح] - 13 وأحد، وهو أحد [ح] - 14 مثل، مثلي [ح] - 15 مثليه، مثله [ح] - 16 بالشيء، وبالشئ [ح] / شيئين، فشيئين [أ] شيان [ح] / فزده على، ويرد [ح] - 17 غير شيء، إلا شيء [ح] - 18 شيء، (الثانية)، ناقصة [ح] / هي، وهو [ح].

وثلاثة أرباع شيء. وذلك يعدل ثلث المال، وهو ستة عشر درهماً وثلثا درهم، فألق عشرة بعشرة، فتبقى ستة دراهم وثلثان تعدل ثلاثة أرباع شيء. فأكمل الشيء. وهو أن تزيد عليه ثلثه وزد على الستة / والثلثين ح - ١١ - ٥
 5 ثلثها، وهو درهمان وتسعا درهم، فيكون ثمانية دراهم وثمانية / أتساع ١٠٦ - ٥
 درهم تعدل شيئاً. فانظر كم الثمانية الدراهم والثمانية الأتساع من رأس المال، وهو عشرون درهماً، فتجد ذلك أربعة أتساعها، فرد من الكر أربعة أتساعه، وترد خمسة أتساع العشرين، فتكون قيمة أربعة أتساع الكر اثنين وعشرين درهماً وتسمى درهم وخمسة أتساع العشرين أحد عشر درهماً وتسع درهم، فيصير في أيدي الورثة ثلاثة وثلثون درهماً وثلث درهم، وهو ثلثا الخمسين / الدرهم. والله أعلم. 10

1 يعدل ناقصة [٩]، ط - 3 فأكمل الشيء، كتب من النسخة الأخرى «فأكمل الشيء» بقله وزده على الستة [٩] / وهو أن تزيد عليه، ناقصة [ح] / ثلثه، بقله [ح] / الثلثين، الثلاثين مثل [ح]
 - 4 درهم، ناقصة [ح] - 5 درهم، ناقصة [ح] / الدراهم، ناقصة [ح] - 7 قيمة، قيمت [ح] - 9 درهم، ناقصة [ح] / الورثة، ورثة الميت [ح] / وثلثون، وثلثين [ح] - 10 درهم، ناقصة [ح] / الخمسين، خمس [ح] / الدرهم، درهم [ح] / والله أعلم، ناقصة [ح]؛ نجد بعدها «م الكتاب بحمد الله ومنه وتوفيته وتسديده، فرغ من نساخته في يوم الأحد تاسع عشر من المحرم أحد شهور سنة ٧١٢ هجرية على صاحبها وآله أفضل الصلوة والسلام، وصلى الله على سيدنا محمد وآله وسلم» [٩] «تمت بحمد الله وعونه وحسن توفيقه يوم الأحد المبارك الرابع والعشرين من محرم سنة ١١٨١ من الهجرة على صاحبها أفضل الصلاة وأتم التسليم وعلى آله وصحبه» [ح].

شروح وتعليقات موجزة

نقدّم في هذا الفصل شروحاً لبعض مقاطع النص، بلغة عصرنا، من شأنها أن تُساعد على فهمه. تتناول هذه الشروح أغلب صفحات النص. نُشير بحرف "ص" إلى الصفحة وبحرف "س" إلى السطر. فعندما نكتب (على سبيل المثال) ص. ٢٢٥، س ٣-١١، نعي أن الشرح يتناول المقطع الواقع بين السطرين ٣ و ١١ من الصفحة ٢٢٥.

<المفردات>

(١) ص. ١٦٧، س. ١٨-١٩:

"أموال تعدل جذوراً، وأموالٌ تعدل عدداً، وجذورٌ تعدل عدداً": يقصد الخوارزمي المعادلات الثلاث التالية (من اليسار إلى اليمين):

$$ax^2 = bx, \quad ax^2 = c, \quad bx = c$$

(٢) ص. ١٦٧، س. ٢٠-٢١، ص. ١٧٤، س. ٤:

يُعطي الخوارزمي ثلاثة أمثلة على المعادلة من النوع الأول: $ax^2 = bx$ ويحلّها

كما يلي:

المثل الأول:

$$x^2 = 5x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow x^2 = 25$$

المثل الثاني:

$$\frac{1}{3}x^2 = 4x \Rightarrow x^2 = 12x \Rightarrow x = 12 \Rightarrow x^2 = 144$$

المثل الثالث:

$$5x^2 = 10x \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$$

ويُشير إلى الشكل العام:

$$ax^2 = bx \Rightarrow x^2 = \frac{b}{a}x \Rightarrow x = \frac{b}{a} \Rightarrow x^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

ملاحظة: الأعداد كما المجهول هي موجبة حصراً. حلّ المعادلات يجب أن يكون محصوراً في المجموعة $\{0\} - \mathbb{Q}^+$ ، أي أنّ الصفر لا يُعتبر حلاً لآية معادلة.

(٣) ص. ١٦٨، س. ٥-١١:

يُعطي الخوارزمي ثلاثة أمثلة على المعادلة من النوع الثاني: $ax^2 = c$ ويحلّها

كما يلي:

المثل الأول:

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

المثل الثاني:

$$5x^2 = 80 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

المثل الثالث:

$$\frac{1}{2}x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

ويُشير إلى الشكل العام:

$$ax^2 = c \Rightarrow x^2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{c}{a}}$$

(٤) ص. ١٦٨، س. ١٢-١٦:

يُعطي الخوارزمي ثلاثة أمثلة على المعادلة من النوع الثالث: $bx = c$ ويحلّها

كما يلي:

المثل الأول:

$$x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$$

المثل الثاني:

$$4x = 20 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow x^2 = 25$$

المثل الثالث:

$$\frac{1}{2}x = 10 \Rightarrow x = 20 \Rightarrow x^2 = 400$$

<المقترنات>

(٥) ص. ١٦٩، س. ٣-٤:

"أموال وجذور تعدل عدداً، وأموالٌ وعدد تعدل جذوراً، وجذورٌ وعدد تعدل

أموالاً": يقصد الخوارزمي المعادلات الثلاث التالية (من اليسار إلى اليمين):

$$ax^2 + bx = c, \quad ax^2 + c = bx, \quad bx + c = ax^2$$

(٦) ص. ١٦٩، س. ٨:

"فبابه أن تُنصّف الأجزاء": المقصود أن تُنصّف عدد الأجزاء، أي مُعامل الجذر x ، أي أن نأخذ $\frac{b}{2}$.

(٧) ص. ١٦٩، س. ١١-٥:

يُعطي الخوارزمي مثلاً على النوع الأوّل من المعادلات $ax^2 + bx = c$ هو المعادلة:

$$x^2 + 10x = 39$$

ويحلّها كما يلي: إذا اعتبرنا أنّ

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + bx$$

حيث $\frac{b}{2} = 5$ ، يكون لدينا:

$$(x + 5)^2 = x^2 + 25 + 10x = 39 + 25 = 64$$

ومن هنا $x + 5 = 8$ فيكون $x = 3$ و $x^2 = 9$.

لا يأخذ الخوارزمي بالاعتبار سوى الجذر الموجب للمعادلة.

(٨) ص. ١٦٩، س. ١٢-١٧٠، س. ٦:

يُشير الخوارزمي إلى ضرورة ردّ المعادلة من النوع الأوّل $ax^2 + bx = c$ إلى:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{c}{a}$$

ويُعطي مثلاً هو المعادلة من ذلك النوع حيث $a = 2, b = 10, c = 48$ ، ويقوم بما يلي:

$$2x^2 + 10x = 48 \Rightarrow x^2 + 5x = 24$$

فيكون

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = x^2 + 5x + \frac{25}{4} = 24 + \frac{25}{4} = \frac{121}{4}$$

ويكون بالتالي $x + \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$ ومنها $x = 3$ و $x^2 = 9$

(٩) ص. ١٧٠، س. ٧ - ص. ١٧١، س. ٢:

يُعطي الخوارزمي مثلاً آخر عن المعادلة من النوع الأول $ax^2 + bx = c$ هو

المعادلة:

$$\frac{1}{2}x^2 + 5x = 28$$

وطريقته في حلّها هي التالية

$$\frac{1}{2}x^2 + 5x = 28 \Leftrightarrow x^2 + 10x = 56$$

$$\Leftrightarrow (x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25 = 56 + 25 = 81$$

$$\Rightarrow x + 5 = 9 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 = 8$$

وَيُنهي الفقرة بالإشارة إلى الطريقة العامّة للحلّ:

$$ax^2 + bx = c \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{c}{a}$$

ولدينا

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{4ac + b^2}{4a^2}$$

فيكون

$$x = \sqrt{b^2 + 4ac} - b$$

حيث $a > 0$ ، $b > 0$ ، $c > 0$ ؛ ولا يأخذ الخوارزمي بالاعتبار سوى الجذر الموجب

للمعادلة.

(١٠) ص. ١٧١، س. ٣ - ص. ١٧٢، س. ٦:

يأخذ الخوارزمي المعادلة من النوع الثاني $ax^2 + c = bx$ ، ويأخذ المثل:

$$x^2 + 21 = 10x$$

ويقوم بما يكافئ ما يلي: لدينا

$$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25 = x^2 - x^2 - 21 + 25 = 4$$

ومنها $x - 5 = 2$ ، وبالتالي $x = 7$.

ولدينا أيضاً

$$(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2 = 25 - x^2 - 21 + x^2 = 4$$

ومنها $5 - x = 2$ وبالتالي $x = 3$.

الجذران في هذا المثل موجبان ويقوم الخوارزمي بحساب الاثنين؛ بعد ذلك

يناقش الحالة العامة من هذه المعادلة:

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$$

إذا كان $c < \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ، يكون للمعادلة جذران موجبان: $x = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ ؛

إذا كان $c = \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ، يكون للمعادلة جذراً واحداً: $x = \frac{b}{2}$ ؛

إذا كان $c > \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ، تكون المسألة مستحيلة.

(١١) ص. ١٧٢، س. ٧ - ١٢:

يُعطي الخوارزمي مثلاً على المعادلة من النوع الثالث $bx + c = ax^2$ ، هو

التالي:

$$3x + 4 = x^2$$

ويقوم بما يكافئ ما يلي: لدينا

$$3x + 4 = x^2 \Leftrightarrow 4 = x^2 - 3x$$

ولدينا

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 3x + 4 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$$

فيكون $x - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ ومنها $x = 4$.

(١٢) ص. ١٧٤، س. ٣-٧:

البناء الهندسي الذي يقيمه الخوارزمي يُبرز التكافؤ:

$$x^2 + bx = c \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$

ومن جهة أخرى يلجأ الخوارزمي إلى التطابق:

$$\left(\frac{a}{4}\right)^2 \times 4 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

وذلك ليُبرهن التقابل بين الطريقة الهندسيّة والطريقة الحسابيّة ("خوارزميّة الحل").

(١٣) ص. ١٧٤، س. ١١:

يقصد الخوارزمي بعبارة "خمسة أذرع وهو نصف العشرة الأجزاء" أنّ الخمسة

هي نصف "عدد الجذور" أي مُعامل المجهول x : $5 = \frac{b}{2} = \frac{10}{2}$.

(١٤) ص. ١٧٥، س. ١:

بخصوص عبارة "خمسة وهي نصف العشرة الأجزاء"، أنظر الملاحظة السابقة.

(١٥) ص. ١٧٥، س. ٩:

يستخدم الخوارزمي هنا أيضاً التكافؤ السابق

$$x^2 + bx = c \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$

(١٦) ص. ١٧٦، س. ١٣ - ص. ١٧٧، س. ٨:

أنظر الملاحظة الإضافية [١] (في الفصل اللاحق من هذا الكتاب، ذي العنوان "ملحوظات إضافية").

(١٧) ص. ١٧٨، س. ٣:

"الذي هو ثلاثة أجزار" (المقصود: الذي هو ثلاثة).

(١٨) ص. ١٧٨، س. ٤:

"ثم جعلنا منه": (أي من النصف الذي حصل).

(١٩) ص. ١٧٩، س. ٥:

المعادلة $x^2 = bx + c$ لها دائماً جذرٌ موجب واحد فقط. البناء

الهندسي الذي يقيمه الخوارزمي يُبرز التكافؤ التالي:

$$x^2 = bx + c \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

"باب الضرب"

(٢٠) ص. ١٨٠، س. ٥ - ١٨٣، س. ١٦:

الهدف من هذا الفصل وما يليه من فصول هو دراسة عمليات علم الحساب

الابتدائية على التعابير الجبرية، ذات الحدين: $(ax \pm b)(cx \pm d)$ ، وثلاثية الحدود؛ وهو بعد أن يُعطي القاعدة العامة على ثنائيات الحدود، يُقدّم الأمثلة التالية (من اليسار إلى اليمين):

$$(10a+b)(10c+d); (10+1)(10+2); (10-1)(10-1)$$

$$(10+2)(10-1); (10-x) \times 10; (10+x) \times 10; (10+x)(10+x)$$

$$(10-x)(10-x); (1-\frac{1}{6})(1-\frac{1}{6}); (10+x)(10-x); (10-x)x$$

$$(10+x)(x-10); (10+\frac{1}{2}x)(\frac{1}{2}-5x); (10+x)(x-10)$$

"باب الجمع والنقصان"

(٢١) ص. ١٨٤، س. ٢- ص. ١٨٥، س. ١٤:

يُعطي الخوارزمي في هذا الفصل أمثلة على جمع وطرح التعابير المؤلفة من حدود مُنطَقة أو غير مُنطَقة (اقرأ من اليسار إلى اليمين):

$$(\sqrt{200}-10)+ (20-\sqrt{200}); (20-\sqrt{200})-(\sqrt{200}-10);$$

$$(100+x^2-20x)+(50+10x-2x^2); (100+x^2-20x)-(50+10x-2x^2);$$

$$nx = n\sqrt{x^2} = \sqrt{n^2x^2}; 2\sqrt{a} = \sqrt{2 \times 2 \times a} = \sqrt{2^2 \times a};$$

$$3\sqrt{a} = \sqrt{3 \times 3 \times a} = \sqrt{3^2 \times a}; n\sqrt{a} = \sqrt{n^2a};$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times a} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 a}; \frac{p}{q}\sqrt{a} = \sqrt{\left(\frac{p}{q}\right)^2 a};$$

$$2\sqrt{9} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6;$$

$$3\sqrt{9} = \sqrt{9 \times 9} = \sqrt{81} = 9; \frac{1}{2}\sqrt{9} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 9} = \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = 1 + \frac{1}{2}$$

"القسم" >والضرب للجذور<

(٢٢) ص. ١٨٦، س. ٢ - ١٤:

يُعطي الخوارزمي أمثلة على قسمة التعابير المؤلفة من حدود مُنطقة وغير مُنطقة (اقرأ من اليسار إلى اليمين):

$$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{2\frac{1}{4}} = 1 + \frac{1}{2} ; \quad \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{4 \times 9}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{4 \times 9}{4}} = \sqrt{9} ; \quad \frac{2\sqrt{9}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{4 \times 9}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{4 \times 9}{a}} ;$$

ويُشير الخوارزمي إلى تعميم هذه القواعد:

$$\frac{n\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{n^2 a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{n^2 a}{b}} ; \quad \frac{\frac{p}{q}\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{p}{q}\right)^2 \times a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{p}{q}\right)^2 \times a}{b}} .$$

(٢٣) ص. ١٨٦، س. ١٥ - ص. ١٨٧، س. ١٠:

أمثلة على قسمة التعابير المؤلفة من حدود مُنطقة وغير مُنطقة:

$$\sqrt{9} \times \sqrt{4} = \sqrt{9 \times 4} = \sqrt{36} = 6 ; \quad \sqrt{5} \times \sqrt{10} = \sqrt{5 \times 10} = \sqrt{50} ;$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{6}} ; \quad 2\sqrt{9} \times 3\sqrt{4} = \sqrt{4 \times 9} \times \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{(36)^2} ;$$

ويُشير الخوارزمي إلى تعميم هذه القواعد:

$$. n\sqrt{a} \times p\sqrt{b} = \sqrt{n^2 a} \times \sqrt{p^2 b} = \sqrt{n^2 \times a \times p^2 \times b}$$

(٢٤) ص. ١٨٧، س. ١١ - ص. ١٨٩، س. ٦:

(١) البرهان الهندسي للمساواة:

$$(\sqrt{200} - 10) + (20 - \sqrt{200}) = 10$$

$$(BA - AC) + (DB - BE) = EG + ED = DG$$

(٢) البرهان الهندسي للمساواة:

$$(20 - \sqrt{200}) - (\sqrt{200} - 10) = 30 - 2\sqrt{200}$$

$$ED - CB = ED - EH = HD = DG - (GB + BE + EH)$$

$$= DG - (AC + BC + BE) = (DB + BG) - (AC + BC + BE)$$

فيكون

$$DH = 30 - (\sqrt{200} + \sqrt{200}) = 30 - 2\sqrt{200}.$$

(٢٥) ص. ١٨٩، س. ٨- ص. ١٩٠، س. ٥:

$$(100 + x^2 - 20x) + (50 + 10x - 2x^2) = 150 - 10x - x^2$$

نُضيفُ $50 + 10x$ إلى $(100 + x^2 - 20x)$ ، فنحصل على $150 + x^2 - 10x$.

ولكن $100 - x^2 = 100 + x^2 - 2x^2$ ؛ فالبتعبير نحصل على $150 - x^2 - 10x$.

"باب المسائل الست"

(٢٦) ص. ١٩١، س. ٢-٥:

في هذا الفصل، يُعطي الخوارزمي ستة أمثلة تعود، بعد إجراء تحويلات، إلى

المعادلات الست. أربعة من هذه الأمثلة تتناول تقسيم العدد 10، إلى قسمين x و y :

$$y = 10 - x, \quad 0 < x < 10, \quad 0 < y < 10$$

تجدر الملاحظة بأن البراهين التي يُقدّمها هي جبرية صرفة.

(٢٧) ص. ١٩١، س. ٧ - ١٩٢، س. ٥: <المسألة الأولى من الست>:

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2 = bx$ ؛ يُعطي المثل الذي يتحوّل

إلى المعادلة التالية

$$x^2 = 4x(10 - x)$$

التي يحلها كما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$x^2 = 4x (10 - x) \Rightarrow x^2 = 8x$$

ومنها: $x = 8$ و $10 - x = 2$.

(٢٨) ص. ١٩٢، ص. ٦ - ١٩٣، ص. ٤: "المسألة الثانية":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2 = c$.

أ) يُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية: $10^2 = \left(2 + \frac{7}{9}\right)x^2$ التي يحلها كما يلي:

$$10^2 = \frac{25}{9}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{25} \times 100$$

ومنها: $x = 6$ و $10 - x = 4$.

ب) ويُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية: $10^2 = \left(6 + \frac{1}{4}\right)(10 - x)^2$ ، التي يحلها كما يلي:

$$10^2 = \frac{25}{4}(10 - x)^2 \Leftrightarrow 16 = (10 - x)^2$$

ومنها: $10 - x = 4$ و $x = 6$.

(٢٩) ص. ١٩٣، ص. ٦ - ١٩٦: "المسألة الثالثة":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $bx = c$ ؛ ويُعطي المثل الذي يتحوّل

إلى المعادلة التالية

$$\frac{10 - x}{x} = 4$$

ومنها: $x = 2$ و $10 - x = 8$.

(٣٠) ص. ١٩٤، س. ٢-١٥: "المسألة الرابعة":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2 + bx = c$ ؛ يُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية

$$\left(\frac{1}{3}x + 1\right)\left(\frac{1}{4}x + 1\right) = 20$$

التي يحلّها كما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$\left(\frac{1}{3}x + 1\right)\left(\frac{1}{4}x + 1\right) = 20 \Leftrightarrow x^2 + 7x = 228$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 228 = \left(15 + \frac{1}{2}\right)^2$$

ومنها: $x + \frac{7}{2} = 15 + \frac{1}{2}$ و $x = 12$.

(٣١) ص. ١٩٥، س. ٢ - ص. ١٩٦، س. ٤: "المسألة الخامسة":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2 + c = bx$ ؛ يُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية

$$x^2 + (10 - x)^2 = 58$$

التي يحلّها كما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$x^2 + (10 - x)^2 = 58 \Leftrightarrow x^2 + 21 = 10x \Leftrightarrow \left(x - \frac{10}{2}\right)^2 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21 = 4$$

ومنها يحصل على الجذرين الموجبين: $x = 5 + 2$ و $x = 5 - 2$.

ملاحظة: العددان المطلوبان x و y في هذا المثل هما حلّاً نظام المعادلات التناظري التالي

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{cases}$$

أو التالي

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 21 \end{cases}$$

(٣٢) ص. ١٩٦، ص. ٥ - ص. ١٩٧، ص. ٥: "المسألة السادسة":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2 = bx + c$ ؛ يُعطي المثل الذي

يتحوّل إلى المعادلة التالية

$$\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}x = x + 24$$

التي يحلّها كما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}x = x + 24 \Leftrightarrow \frac{1}{12}x^2 = x + 24 \Leftrightarrow x^2 = 12x + 288$$

$$\Leftrightarrow (x - 6)^2 = 36 + 288 = 324$$

ومنها يحصل على: $x - 6 = 18$ و $x = 24$.

"باب المسائل المختلفة"

يُعالج الخوارزمي في هذا الفصل مسائل متفرقة عن طريق إعادة كل

منها إلى معادلة من المعادلات الست القانونيّة. المسائل الست الأولى

والمسائلين الحادية عشرة والثانية عشرة تعالج أيضاً قسمة العدد 10 إلى قسمين

x و $10 - x$ ، بحيث يُحقّق x معادلة من الدرجة الثانية. في هذه المسائل

نفترض إذن $x < 10$.

(٣٣) ص. ١٩٧، ص. ٧ - ص. ١٩٨، ص. ٣:

المسألة <١>: $x(10 - x) = 21$ ؛ هذه المعادلة مكافئة للمعادلة

$10x = 21 + x^2$ ، التي حلّها الخوارزمي في الفصل السابق.

(٣٤) ص. ١٩٨، س. ١١-٤:

المسألة <٢>: إذا فرضنا أن $x > 10 - x$ ، يكون $x < 5$. المعادلة هي التالية:

$$(10-x)^2 - x^2 = 40$$

يُعطي الخوارزمي الحلّ بما يكافئ ما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$(10-x)^2 - x^2 = 40 \Leftrightarrow 100 - 20x = 40 \Leftrightarrow x = 3$$

(٣٥) ص. ١٩٨، س. ١٢-١١، ص. ١٩٩، س. ١٤:

المسألة <٣>: إذا فرضنا أن $x > 10 - x$ ، يكون $x < 5$. المعادلة هي التالية:

$$x^2 + (10-x)^2 + [(10-x) - x] = 54$$

يُعطي الخوارزمي الحلّ بما يكافئ ما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$2x^2 + 100 - 20x + 10 - 2x = 54 \Leftrightarrow x^2 + 55 = 27 + 11x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 28 = 11x \Leftrightarrow \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 - 28 = \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{11}{2} = \pm \frac{3}{2}$$

فيكون $x = 7$ أو $x = 4$. يُعطي الخوارزمي الجذر $x = 4$ ($x < 5$).

(٣٦) ص. ٢٠٠، س. ١-، ص. ٢٠١، س. ٦:

المسألة <٤>: تتحوّل المسألة إلى النظام التالي:

$$x + y = 10, \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 + \frac{1}{6}$$

فيكون

$$x^2 + y^2 = \left(2 + \frac{1}{6}\right)xy \Leftrightarrow x^2 + (10-x)^2 = \frac{13}{6}x(10-x)$$

$$\Leftrightarrow 100 + 2x^2 + \frac{13}{6}x^2 = \frac{65}{3}x + 20x \Leftrightarrow 100 + \left(4 + \frac{1}{6}\right)x^2 = \frac{125}{3}x$$

ونضرب بـ $\frac{6}{25}$ فنحصل على

$$24 + x^2 = 10x \Leftrightarrow (x-5)^2 = 25 - 24 = 1$$

فيكون $x = 4$. يفترض الخوارزمي إذن أن x هو القسم الأصغر من الـ 10. وأخيراً، يُعطي الخوارزمي القاعدة:

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

(٣٧) ص. ٢٠١، س. ٧- ص. ٢٠٢، س. ٩:

المسألة <٥>: تتحوّل المسألة إلى المعادلة:

$$\frac{5x}{2(10-x)} + 5x = 50$$

حيث $x < 10$. لدينا

$$\frac{5x}{2(10-x)} + 5x = 50 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x = (10-x)(50-5x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = 100 + x^2 - 20x$$

$$\Leftrightarrow \left(20 + \frac{1}{2}\right)x = 100 + x^2 \Leftrightarrow \left(x - \frac{41}{4}\right)^2 = \left(\frac{41}{4}\right)^2 - 100 = \frac{81}{16}$$

ومنها $\frac{41}{4} - x = \frac{9}{4}$ ، فيكون $x = 8$.

الجذر الآخر هو $x = \frac{25}{2}$. لم يحسب الخوارزمي سوى الجذر الأوّل

$x < 10$.

(٣٨) ص. ٢٠٢، ص. ١٠-١٩:

المسألة <٦>: تتحوّل المسألة إلى المعادلة: $(10-x)^2 = 81x$. يلاحظ الخوارزمي أن:

$$(10-x)^2 = 81x \Leftrightarrow x^2 + 100 = 101x$$

لهذه المعادلة جذران 1 و 100. لم يحسب الخوارزمي سوى الجذر

الأول $x < 10$.

(٣٩) ص. ٢٠٣، ص. ٩-١٨:

المسألة <٧>: تتحوّل المسألة، كما وضعها الخوارزمي أساساً، إلى معادلة من عدّة مجاهيل، حيث أن لدينا قسمين من الأقفورة (المكاييل) n و $(10-n)$ يقابلهما سعرين مختلفين للمكيال الواحد x و y فيمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$nx + (10-n)y = |10-2n| + |x-y|$$

ثمّ يحدّد الخوارزمي n ، $n=4$ ويفترض أن $y = \frac{x}{p}$ ، حيث p عدد صحيح أيّاً كان فتكون المعادلة:

$$4x + 6\frac{x}{p} = (6-4) + \left(x - \frac{x}{p}\right)$$

ويأخذ الخوارزمي $p=2$ ، فيحصل على المعادلة:

$$4x + 3x = 2 + \frac{x}{2}$$

فيكون $x = 2$ ويكون $\left(6 + \frac{1}{2}\right)x = 2$ ويكون $x = \frac{4}{13}$.

ومن ثمّ يقوم الخوارزمي بالتحقق من الحل:

$$.4 \times \frac{4}{13} + 6 \times \frac{2}{13} = 2 + \frac{2}{13}$$

نذكر بأن هذه المسألة غير موجودة في أي من المخطوطات [ب] أو [ع] أو [ل]. ويبدو أن صحة نسبتها إلى كتاب الخوارزمي غير مؤكدة.

(٤٠) ص. ٢٠٤، س. ٨-١:

المسألة <٨>: تتحول المسألة إلى نظام من معادلتين: $y - x = 2$, $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$. يضع الخوارزمي $y = x + 2$ ، ويحصل على المعادلة: $\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$ ، التي تعطي $\frac{1}{2}(x+2) = x$ ، فيكون $x = 2$ و $y = 4$. (انظر أيضاً المسألة <٢٧>).

(٤١) ص. ٢٠٤، س. ٩-١٣:

المسألة <٩>: تتحول المسألة إلى المعادلة $10x = (10-x)^2$ ، حيث $x < 10$ ، أي إلى المعادلة:

$$30x = x^2 + 100$$

يبدأ الخوارزمي الحساب ويتكلم على القارئ لإكماله. هذا الحساب يؤدي إلى جذرين موجبين غير منطقيين: $x = 15 \pm 5\sqrt{5}$ ، واحد منهما فقط: $x = 15 - 5\sqrt{5}$ يحقق الشرط: $x < 10$. لذا فإن للمسألة حلّ وحيد هو هذا الجذر.

(٤٢) ص. ٢٠٥، س. ١-١٥:

المسألة <١٠>: تتحول المسألة إلى المعادلة $\frac{x(10-x)}{10-2x} = 5 + \frac{1}{4}$ التي يعالجها الخوارزمي متبعا الطريق التالي (من اليسار إلى اليمين):

$$\frac{x(10-x)}{10-2x} = 5 + \frac{1}{4} \Leftrightarrow 10x - x^2 = \left(5 + \frac{1}{4}\right)(10-2x)$$

$$\Leftrightarrow \left(20 + \frac{1}{2}\right)x = x^2 + 52 + \frac{1}{2}$$

هنا أيضاً يترك الخوارزمي للقارئ إكمال الحساب. المعادلة مكافئة لـ:

$2x^2 + 105 = 41x$ التي تعطي جذراً مقبولاً (أصغر من 10) هو $x = 3$ وجذراً غير مقبول (أكبر من 10) هو $x = \frac{35}{2}$.

(٤٣) ص. ٢٠٦، س. ٩-١:

المسألة <١١> : المعادلة هي التالية: $\frac{2}{3}x \times \frac{x^2}{5} = \frac{x}{7}$ ، وحلها الخوارزمي كما يلي:

$$\frac{2}{3}x \times \frac{x^2}{5} = \frac{x}{7} \Leftrightarrow x^2 = \frac{15}{14}x$$

فيكون $x = 1 + \frac{1}{14}$

بعد ذلك يتحقق الخوارزمي من الحساب فيحسب:

$$x^2 = \left(1 + \frac{1}{14}\right)^2 = 1 + \frac{29}{196}$$

فيكون :

$$\frac{x}{7} = \frac{15}{14 \times 7} = \frac{15}{98} = \frac{30}{196} \quad \text{و} \quad \frac{2}{3}x \times \frac{x^2}{5} = \frac{30}{196}$$

(٤٤) ص. ٢٠٦، س. ١٠ - ص. ٢١٧، س. ٢:

المسألة <١٢> : المعادلة هي التالية: $\frac{3}{4}x \times \frac{x^2}{5} = \frac{4}{5}x$ ، وحلها هو التالي:

$$\frac{3}{4}x \times \frac{x^2}{5} = \frac{4}{5}x \Leftrightarrow \frac{3}{4}x \times x^2 = 4x \Leftrightarrow x = \frac{16}{3}$$

يقوم الخوارزمي بما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$\frac{3}{20} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{20} = \frac{3}{20} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{20} = \left(3 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{20}$$

يعود حساب الخوارزمي في الواقع إلى ضرب طرقي المعادلة بـ $\frac{5}{4}$ ، محولاً إياها إلى

التالية: $\frac{15}{80}x^2 = x$ ، فيحصل على: $x = \frac{80}{15} = 5 + \frac{1}{3}$ ، ومنها: $x^2 = 28 + \frac{4}{9}$.

(٤٥) ص. ٢٠٧، س. ٣-٤ :

المسألة <١٣>: المعادلة هي التالية: $4x^2 = 20$ ويحلها الخوارزمي كما يلي:

$$4x^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

(تُذَكَّرُ بأنَّ الخوارزمي لا يعترف بالجذر السالب).

(٤٦) ص. ٢٠٧، س. ٥-٦ :

المسألة <١٤>: المعادلة هي التالية: $\frac{1}{3}x^2 = 10$ ويحلها الخوارزمي كما يلي:

$$\frac{1}{3}x^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 = 30 \Leftrightarrow x = \sqrt{30}$$

(٤٧) ص. ٢٠٧، س. ٧-١٠ :

المسألة <١٥>: المعادلة هي التالية: $4x^2 = \frac{1}{3}x$ ويحلها الخوارزمي كما يلي:

$$4x^2 = \frac{1}{3}x \Leftrightarrow 12x^2 = x \Leftrightarrow x = \frac{1}{12}$$

(٤٨) ص. ٢٠٧، س. ١١-١٤ :

المسألة <١٦>: المعادلة هي التالية: $x^2 \times x = 3x^2$ ويحلها الخوارزمي كما يلي:

$$x \times \frac{1}{3}x^2 = x^2 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$$

يُدخِل الخوارزمي هنا الكعب والمعادلة التكميية وهما مفهومان لم يسبق له أن حددهما.

(٤٩) ص. ٢٠٧، س. ١٥-١٥ ص. ٢٠٨، س. ٤ :

المسألة <١٧>: المعادلة هي التالية: $3x \times 4x = x^2 + 44$ ويحلها الخوارزمي كما يلي:

$$3x \times 4x = x^2 + 44 \Leftrightarrow 11x^2 = 44 \Leftrightarrow x^2 = 4$$

(٥٠) ص. ٢٠٨، س. ٥-١٠:

المسألة <١٨>: المعادلة هي التالية: $4x \times 5x = 2x^2 + 36$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$4x \times 5x = 2x^2 + 36 \Leftrightarrow 18x^2 = 36 \Leftrightarrow x^2 = 2$$

(٥١) ص. ٢٠٨، س. ١١-١٧:

المسألة <١٩>: المعادلة هي التالية: $x \times 4x = 3x^2 + 50$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$x \times 4x = 3x^2 + 50 \Leftrightarrow x^2 = 50$$

(٥٢) ص. ٢٠٩، س. ١-٦:

المسألة <٢٠>: المعادلة هي التالية: $x^2 + 20 = 12x$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:
 $x^2 + 20 = 12x \Leftrightarrow (x - 6)^2 = 36 - 20 \Leftrightarrow (6 - x) = 4 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$
ولا يُعطي الخوارزمي الجذر الآخر $x = 10$.

(٥٣) ص. ٢٠٩، س. ٧- ص. ٢١٠، س. ٣:

المسألة <٢١>: المعادلة هي التالية: $\left[x - \left(\frac{1}{3}x + 3 \right) \right]^2 = x$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\left[x - \left(\frac{1}{3}x + 3 \right) \right]^2 = x \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}x - 3 \right)^2 = x \Leftrightarrow \frac{4}{9}x^2 + 9 = 5x \Leftrightarrow x^2 + \frac{81}{4} = \frac{45}{4}x$$

ويترك الخوارزمي للقارئ إكمال حساب الجذور، الذي يُعطي:

$$x = \frac{45 \pm 27}{8}, \text{ أي: } x = 9 \text{ أو } x = \frac{9}{4}.$$

(٥٤) ص. ٢٠٩، ص. ١٥-١٦:

راجع الملاحظة الإضافية [٣] (في الفصل اللاحق).

(٥٥) ص. ٢١٠، ص. ٤-٦:

المسألة <٢٢>: المعادلة هي التالية: $\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}x = x$ ويحلها الخوارزمي كما يلي:

$$\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}x = x \Leftrightarrow \frac{1}{12}x^2 = x \Leftrightarrow x^2 = 12x \Rightarrow x = 12 = \sqrt{144}$$

(٥٦) ص. ٢١٠، ص. ٧-٨، ص. ١١١، ص. ٤:

المسألة <٢٣>: المعادلة هي التالية: $\left(\frac{x}{3}+1\right)\left(\frac{x}{4}+2\right)=x+13$ ويحلها الخوارزمي

كما يلي:

$$\left(\frac{x}{3}+1\right)\left(\frac{x}{4}+2\right)=x+13 \Leftrightarrow \frac{x^2}{12}+\frac{11}{12}x+2=x+13$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{12}=11+\frac{x}{12} \Leftrightarrow x^2=x+132$$

ويترك الخوارزمي للقارئ إكمال حساب الجذور، الذي يُعطي

جذرين بإشارتين مختلفتين: $x = -11$ ، $x = 12$.

(٥٧) ص. ٢١١، ص. ٥-١١:

المسألة <٢٤>: المعادلة هي التالية: $\frac{3}{x+1}=2x$ ويحلها الخوارزمي كما يلي:

$$\frac{3}{x+1}=2x \Leftrightarrow 2x+2x^2=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x+x^2=\frac{3}{4} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

ولا يُعطي الخوارزمي الجذر الآخر السالب $x = -\frac{3}{2}$.

(٥٨) ص. ٢١١، ص. ١٢ - ص. ٢١٣، ص. ١٣ :

المسألة <٢٥>: المعادلة هي التالية: $\left(\frac{5}{12}x - 4\right)^2 = x + 12$ وبحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\begin{aligned}\left(\frac{5}{12}x - 4\right)^2 = x + 12 &\Leftrightarrow \frac{25}{144}x^2 - \frac{40}{12}x + 16 = x + 12 \\ \Leftrightarrow \frac{25}{144}x^2 + 4 &= \left(4 + \frac{1}{3}\right)x \Leftrightarrow x^2 + 23 + \frac{1}{25} = \left(24 + \frac{24}{25}\right)x\end{aligned}$$

(وهي معادلة من الصنف الخامس)

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \left(x - \left(12 + \frac{12}{25}\right)\right)^2 &= \left(12 + \frac{12}{25}\right)^2 - \left(23 + \frac{1}{25}\right) = 132 + \frac{444}{625} \\ \text{وهي معادلة ذات جذرين } x = 24 \text{ و } x &= \frac{24}{25}.\end{aligned}$$

بحسب الخوارزمي الجذر $x = 24$ ، وبعد ذلك يتحقّق من كونه جذراً للمعادلة. أنظر أيضاً المسألة <٢٩>.

(٥٩) ص. ٢١٢، ص. ٣-١ :

راجع الملاحظة الإضافيّة [٤].

(٦٠) ص. ٢١٣، ص. ١٤-١٨ :

المسألة <٢٦>: المعادلة هي التالية: $x \times \frac{2}{3}x = 5$ أي $x^2 = \frac{15}{2}$.

(٦١) ص. ٢١٤، ص. ٦-١ :

المسألة <٢٧>: المعادلة هي التالية: $\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$ أي $\frac{1}{2}x + 1 = x$ ، فيكون $x = 2$.

(٦٢) ص. ٢١٤، ص. ٧- ص. ٢١٥، ص. ٣:

المسألة <٢٨>: إذا فرضنا x عدد الرجال، تكون المعادلة هي التالية:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x^2 + x = 6$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6 = \frac{25}{4},$$

ويحصل على $x = 2$. (راجع المسألة <٨>).

(٦٣) ص. ٢١٤، ص. ١٠-١١:

"النقصان الذي بينهم": "النقصان الذي بين حصصهم".

٦٤- ص. ٢١٤، ص. ١٣:

"السلس الذي بينهم": "السلس الذي بين حصصهم".

(٦٥) ص. ٢١٥، ص. ١:

"فيكون ربعا" لأن عدد الجنود (أي مُعامل x) هو واحد ونصفه $\frac{1}{2}$.

(٦٦) ص. ٢١٥، ص. ٤-٩:

المسألة <٢٩>: يُعالج الخوارزمي المسألة ٢٦ عنها، وهو هنا يعتمد إلى

حساب أكثر صراحة:

$$x \times \frac{2}{3}x = 5 \Leftrightarrow x^2 = \frac{15}{2}$$

ويبدأ بالتعبير عن $\frac{2}{3}x$ كحذر لـ: $\frac{4}{9}x^2 = \frac{4}{9} \times \frac{15}{2} = \frac{30}{9}$ ، فيكون

$$\left(x \times \frac{2}{3}x\right)^2 = \frac{15}{2} \times \frac{30}{9} = 25$$

ومنها

$$x \times \frac{2}{3}x = 5$$

(٦٧) ص. ٢١٥، س. ١٠-١٢:

المسألة <٣٠>: يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّها كالتالي:

$$x^2 \times 3x = 5x^2 \Leftrightarrow x^2 \times x = \frac{5}{3}x^2$$

ويحصل على: $x^2 = 2 + \frac{7}{9}$ فيكون $x = \frac{5}{3}$.

هذه هي المرّة الثانية التي نصادف فيها، في كتاب الخوارزمي، معادلة تكعيبيّة.

ولكنّ الخوارزمي يتحاشى بشكل لافت ذكر "الكعب" الذي لم يُحدّد، ويعطى

القيمتين $x = \frac{5}{3}$ و $x^2 = 2 + \frac{7}{9}$ مباشرة.

(٦٨) ص. ٢١٥، س. ١٣-١٦، ص. ٢:

المسألة <٣١>: يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّها كالتالي:

$$\frac{2}{3}x^2 \times 3x = x^2 \Leftrightarrow 2x^2 \times x = x^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

هذه هي المرّة الثالثة التي نصادف فيها معادلة تكعيبيّة. (راجع الملاحظة في نهاية

المسألة السابقة).

(٦٩) ص. ٢١٦، س. ٣-٧:

المسألة <٣٢>: يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّها كالتالي:

$$\frac{x^2 - 4x}{3} = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 12x \Leftrightarrow x^2 = 16x \Leftrightarrow x = 16 \Rightarrow x^2 = 256$$

(٧٠) ص. ٢١٦، س. ٨-١٤:

المسألة <٣٣>: تعود هذه المسألة إلى المعادلة: $\sqrt{x^2 - x} + x = 2$ ، فيكون

$x > 2$ و $x < 2$. يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّها كالتالي (من اليسار إلى

اليمين):

$$\sqrt{x^2 - x} + x = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = x^2 + 4 - 4x \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{16}{9}$$

(٧١) ص. ٢١٦، س. ١٥-١٨:

المسألة <٣٤>: يضع الخوارزمي المعادلة ويحلها كالتالي:

$$(x^2 - 3x)^2 = x^2 \Rightarrow x^2 - 3x = x \Rightarrow x = 4 \Rightarrow x^2 = 16$$

نلاحظ أن المعادلة هنا رباعية (أي "تربيعية مضاعفة") ولكن

الخوارزمي يتحاشى التوسع لأنه لم يُحدد مال المال (أو مربع المربع)، ويحل فقط معادلة الدرجة الثانية الناتجة من المعادلة الرباعية.

"باب المعاملات"

(٧٢) ص. ٢١٧، س. ١-١٣:

يُعالج الخوارزمي في هذا الفصل مسائل يُدخل فيها التناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ،

حيث: a هو (العدد) المسعر، b هو السعر، c هو المُثْمَن و d هو الثَمَن. يبدأ بإعطاء القاعدة التالية:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

والقاعدة التي تنتج منها والتي نحسب أيًا من الكميات الأربع المذكورة (إذا كانت مجهولة) بالنسبة إلى الثلاث الأخرى:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c \Leftrightarrow a = \frac{b \cdot c}{d} \Leftrightarrow b = \frac{a \cdot d}{c} \Leftrightarrow c = \frac{a \cdot d}{b} \Leftrightarrow d = \frac{b \cdot c}{a}$$

(٧٣) ص. ٢١٨، س. ١-٨:

تعود المسألة إلى المعادلة: $\frac{10}{6} = \frac{x}{4}$ ، ومنها: $x = 6 + \frac{2}{3}$.

(٧٤) ص. ٢١٨، س. ٩-١٦:

تعود المسألة إلى المعادلة: $\frac{10}{8} = \frac{4}{x}$ ، ومنها: $x = 3 + \frac{1}{5}$.

(٧٥) ص. ٢١٩، س. ٢-٤:

الملاحظة التي يعطيها الخوارزمي هنا تُعطي الحلّ بغنى عن الطريقة التي يُتبعها لها.

(٧٦) ص. ٢١٩، س. ٦-٩:

تعود المسألة إلى المعادلة: $\frac{30}{10} = \frac{6}{x}$ ، ومنها: $x = 2$.

"باب المساحة"

(٧٧) ص. ٢٢٠، س. ١-٧:

المقصود بالـ "سطح متساوي الأضلاع والزوايا"، الشكل المربع.

(٧٨) ص. ٢٢٠، س. ١-١١:

يبدأ الخوارزمي هذا الفصل بإدخال مفهوم وحدة المساحة ("الواحد"): إذا كان ضلع المربع ذراعاً واحداً فإن مساحته تكون واحداً ("السطح كله واحد")، وسُيَعتبر وحدة مساحة. فإذا كان ضلع المربع 2 تكون مساحته أربعة أضعاف وحدة المساحة؛ وإذا كان الضلع $\frac{1}{2}$ ، تكون المساحة $\frac{1}{4}$ ؛ وقس على ذلك بالنسبة إلى الأضلاع التي يُعبر عنها بعدد صحيح أو بكسر.

(٧٩) ص. ٢٢٠، س. ١٢-١٨:

يُعطي الخوارزمي مساحة المستطيل (ضرب الطول في العرض) والمثلث (ضرب العمود في نصف القاعدة التي يقع عليها) ومساحة المعين (ضرب أحد القطرين في نصف الآخر).

(٨٠) ص. ٢٢١، س. ١-٧:

يُعطي الخوارزمي الطول (المحيط) p للدائرة ذات القطر d : في صيغ

ثلاث:

$$p = d \times \left(3 + \frac{1}{7}\right) = \sqrt{10d^2} = d\sqrt{10} = d \times \frac{62832}{20000} = (d \times 3,1416)$$

(٨١) ص. ٢٢١، ص. ٨-١١:

يُعطي الخوارزمي صيغة المساحة s للدائرة ذات القطر d :

$$s = \frac{1}{2}d \times \frac{1}{2}p$$

وهو يستنتج ذلك من مساحة المضلع المنتظم ذي المحيط p ومن العايد $\frac{d}{2}$ (العايد هو طول العمود المُسقط من مركز الدائرة المحيطة بالمضلع إلى أحد الأضلاع، وهو نصف قطر الدائرة المحاطة بالمضلع). فإذا استبدلنا المحيط p بـ $d\left(3 + \frac{1}{7}\right)$ ، نحصل على:

$$s = \frac{d^2}{4} \left(3 + \frac{1}{7}\right) = d^2 \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{28}\right) = d^2 \left(1 - \frac{3}{14}\right) = d^2 \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{14}\right)$$

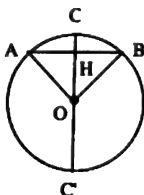
(٨٢) ص. ٢٢١، ص. ١٢-١٣، ص. ٢٢٢، ص. ٣:

القطعة من الدائرة: كل قوس \widehat{AB} من الدائرة يُحدّد قطعتين منها، سهم إحداها CH وسهم الأخرى $C'H$ ، بحيث يكون CC' القطر العمود على الوتر AB . يُعطي الخوارزمي الصيغة التالية: التي تحدّد العلاقة بين الوتر والسهم والقطر:

$$\frac{AH^2}{CH} + CH = 2R \quad (١)$$

حيث R يُشير إلى شعاع الدائرة. ففي المثلث CAC' ، يكون

$$\frac{AH^2}{CH} + CH = HC' + CH = CC' = 2R \text{، ومنها } AH^2 = CH \cdot C'H$$



ومن الصيغة (١) يستنتج قطر الدائرة من الوتر والسهم.

(٨٣) ص. ٢٢٢، س. ٤-١٠:

مساحة القطعة من الدائرة: يمكن للقطعة من الدائرة أن تكون أكبر من نصف الدائرة أو أصغر منه أو مساوية له. في حالة كونها أصغر من نصف الدائرة، تكون مساحتها: مساحة القطاع $OACB$ - مساحة المثلث OAB . فإذا فرضنا أن قيمة الزاوية \widehat{AOB} بالراديان ($radians$) تساوي 2α ، فمساحة القطعة ACB تساوي:

$$seg.(ACB) = R \cdot \alpha R - OH \cdot AH = [\alpha R^2 - R^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha]$$

(٨٤) ص. ٢٢٢، س. ١١:

"مجمّع مربع": يُضمّر الخوارزمي أن الزوايا كلّها قائمة أي أن المقصود منشور قائم بقاعدة مستطيلة.

٨٥- ص. ٢٢٢، س. ١١-١٣:

"... عمقه على الاستواء والموازاة": المقصود منشور قائم أو أسطوانة قائمة. يقصد الخوارزمي أن ارتفاع الجسم خطّ موازٍ للحروف. حجم ذلك المنشور هو ضرب أبعاده الثلاثة: الطول والعرض وارتفاع.

وعندما تكون القاعدة كثرة الأضلاع أو دائرة (أي عندما يكون المنشور قائماً) يكون الحجم مساوياً لضرب مساحة القاعدة في الارتفاع.

(٨٦) ص. ٢٢٢، س. ١٥-١٦:

حجم الهرم الذي قاعدته مثلث أو مربع أو دائرة (المخروط) يساوي ثلث ضرب مساحة القاعدة في الارتفاع.

(٨٧) ص. ٢٢٢، س. ١٧-ص. ٢٢٣، س. ١٨:

يعطي الخوارزمي هنا النصّ البياني العام لمبرهنة فيثاغوراس. ولكنّه يقيم

البرهان في حالة مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين.

(٨٨) ص. ٢٢٣، س. ٢:

"ثم نُخرِجه إلى ز": بموازية ا ب.

(٨٩) ص. ٢٢٣، س. ٣:

"ونُخرِجه إلى ح": بموازية ا ج.

(٩٠) ص. ٢٢٣، س. ١-١٧:

البرهان هو التالي: نأخذ المربع $ABDC$ والنقط E, I, G, H ، منتصف CA ،

AB ، BD ، DC ، على التوالي. الخطان $EG \perp IH$ يقسمان المربع إلى أربعة مربعات

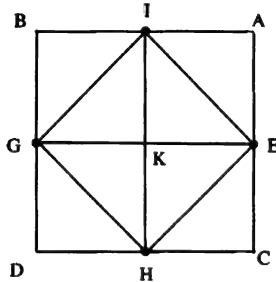
متساوية، كلٌّ منها بدوره مقسوم إلى مثلثين قائمي الزاوية متساويي الساقين مساحته

s تساوي $\frac{1}{8}$ مساحة $(ABDC)$. ويكون لدينا:

$$4s = \text{مساحة } (EIGH) = EI^2 \quad \text{و} \quad AI^2 = AE^2 = 2s$$

ومنها $EI^2 = AI^2 + AE^2$.

هذا البرهان لا يصحّ إلا في المثلثات قائمة الزاوية متساوية الساقين.



"مسائل المساحات"

(٩١) ص. ٢٢٦، س. ٤:

لا يُعطي الخوارزمي تعبير مساحة متوازي الأضلاع. ولكن الشكل

الهندسي المرفق يقسمه إلى مثلثين ومستطيل بحيث يُصبح حساب المساحة يديهياً.

(٩٢) ص. ٢٢٦، ص. ٥-٦:

يُذكر الخوارزمي بأن مساحة أي رباعي أضلاع يمكن حسابها من خلال تقسيمه إلى مثلثين عن طريق وصل أحد قطريه.

(٩٣) ص. ٢٢٧، ص. ١٠:

ليكن ABC مثلثاً أضلاعه a و b و c ، بحيث يكون $a > b > c$ لدينا:

$$\hat{A} \text{ قائمة} \Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2$$

$$\hat{A} \text{ حادة} \Leftrightarrow b^2 + c^2 > a^2$$

$$\hat{A} \text{ منفرجة} \Leftrightarrow b^2 + c^2 < a^2$$

مساحة المثلث قائم الزاوية هي: $s = \frac{1}{2}b \cdot c = \frac{1}{2}a \cdot h$ ، حيث h هو

الارتفاع على الوتر.

مساحة المثلث "حاد الزاوية" هي: $s = \frac{1}{2}b \cdot h$ ، حيث b هو الضلع

المعتبر قاعدة و h هو الارتفاع عليها.

إذا كان المثلث متساوي الساقين أو متساوي الأضلاع، فإن مسقط

الارتفاع (أو "مسقط حَجَرِه" بحسب تعبير الخوارزمي) يكون منتصف القاعدة.

حالة المثلث المتساوي الأضلاع ذي الضلع 10. يُحسب الارتفاع h :

$$h^2 = 10^2 - 5^2 = 75, \text{ فتكون مساحته: } s = \frac{1}{2}b \cdot h = 5\sqrt{75} = 25\sqrt{3}.$$

ملاحظة: بحسب الخوارزمي $s^2 = 25 \times 75 = 1875$ ، فتكون

$$s = \sqrt{1875}$$

(٩٤) ص. ٢٢٩، س. ٦:

يستخدم الخوارزمي هنا كلمة "شيء" بمعناها الجبري: "مجهول"، أو قطعة مجهولة من مستقيم.

(٩٥) ص. ٢٢٩، س. ١٨:

لتعبر "مسقط الحجر" معنيان: إما نقطة السقوط، وإما إحدى القطعتين اللتين تفصل بينهما هذه النقطة.

(٩٦) ص. ٢٣٠، س. ١:

كلمة "عمود" تتضمن هي أيضاً فكرة الخط المستقيم (الشاقول).

(٩٧) ص. ٢٣٠، س. ٦:

في مثلث "حاد" الزوايا أيّاً كان: على سبيل المثال $a=15$ و $b=14$ و $c=13$ ؛ نريد أن نحسب العمود BH على الضلع b .

نجعل $h=BH$ و $x=AH$ ، فيكون لدينا

$$h^2 + x^2 = 169 \text{ و } h^2 + (14-x)^2 = 225$$

فيكون

$$169 - x^2 = 225 - (14-x)^2$$

ومنها

$$169 = 29 + 28x \text{ و } x=5 \text{ و } h=12$$

فيكون لدينا $s=7 \times 12 = 84$.

(٩٧) ص. ٢٣١، س. ٣:

في مثلث منفرج الزاوية أيّاً كان: الارتفاع المنطلق من رأس الزاوية المنفرجة يقع على نقطة من الضلع المواجه، وهو الضلع الأكبر. ومسقط حجر كلٍّ من الارتفاعين الآخرين يوجد على امتداد القاعدة الموافقة.

مثال على ذلك، إذا كان: $a=9$ و $b=6$ و $c=5$ ، يجري حساب العمود h على القاعدة a كما في المثل السابق.

(٩٨) ص. ٢٣١، س. ١٤:

مساحة الدائرة: إذا كان القطر ٧ أذرع، والمحيط ٢٢ ذراعاً، فإن المساحة تكون

$$s = \frac{7}{2} \times \frac{22}{2} = 38,5$$

أو أيضاً

$$s = d^2 \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{14} \right) = 49 \left(1 - \frac{3}{14} \right) = 49 - \frac{21}{2} = 38,5$$

(٩٩) ص. ٢٣٢، س. ١-٢:

المقصود بالـ "مخروط": الهرم، وبـ "رأس" الهرم: القاعدة الصغرى للهرم مقطوع الرأس.

(١٠٠) ص. ٢٣٢، س. ١٥:

حجم الهرم مقطوع الرأس، الذي نعرف قاعدتيه المربعتين وأضلاعهما على التوالي 4 و 2، ونعرف ارتفاعه، 10، هو التالي (نشير إليه بحرف V):

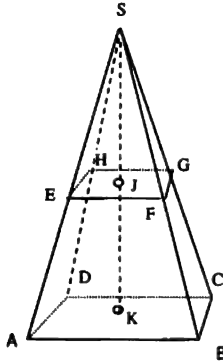
$$V = \text{حجم}(S, ABCD) - \text{حجم}(S, EFGH)$$

لدينا

$$\frac{SJ}{SK} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}$$

لكن $JK = 10$ ، فيكون $SK = 20$ و $SJ = 10$ ، ويكون

$$V = \frac{1}{3} \cdot 4 \times 4 \times 20 - \frac{1}{3} \cdot 2 \times 2 \times 10 = 106 + \frac{2}{3} - \left(13 + \frac{1}{3} \right) = 93 + \frac{1}{3}$$



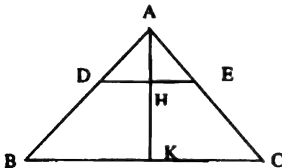
ملاحظة: في حالة مخروط قاعدته دائرية، يذكر الخوارزمي فقط بحساب مساحة دائرة القاعدة.

(١٠١) ص. ٢٣٢، س. ١٨:

"تكسره" يعني مساحته، أي مساحة القاعدة الدائرية.

(١٠٢) ص. ٢٣٤، س. ٢:

الطريقة هي التالية: المثلث المُعطى متساوي الساقين، فيكون حساب الارتفاع فوراً، $h=8$ وتكون مساحة المثلث $s=48$. ليكن x ضلع المربع الذي نبحث عنه؛ فتكون مساحته x^2 ؛ مساحة المثلث الأساسي هي مجموع مساحات المربع والمثلثات الثلاثة



$$48 = x^2 + \frac{x}{2}(12-x) + \frac{x}{2}(8-x) = 10x$$

من هنا $x=4,8$.

لنذكر أنّ الخوارزمي يعمل بطريقة تجزئة الشكل. وكان بإمكانه الحصول على

النتيجة مباشرة لو أنه عمل بواسطة التشابه؛ فلدينا $\frac{AH}{AK} = \frac{DE}{BC}$ ، لذا يكون

$$\frac{8-x}{8} = \frac{x}{12} \Leftrightarrow 20x = 96$$

فيكون $x = 4,8$.

"كتاب الوصايا"

"باب من ذلك في العَيْن والدين"

(١٠٣) ص. ٢٣٥، س. ٥:

"الذي يُستخرج" هو الحصة من الميراث العائدة للابن المديون.

(١٠٤) ص. ٢٣٥، س. ٥-١٢:

الفرق بين المبلغ المتوجّب على الابن وحصته من الميراث (وهي

$10-x$) سيحتفظ به الابن كهبة من الوالد.

تشكّل الحصة الموصى بها ثلث الميراث، كذلك تكون حصة كلٍّ من

الابنين ثلث الميراث. لحساب الحصص، تُضاف حصة الابن المديون إلى المبلغ؛

والدين المتوجّب عليه يُحسم فيما بعد من حصته.

لتكن x حصة كلٍّ واحد منهم، يصبح المبلغ $10+x$ ؛ فيكون لدينا

$$x = \frac{10+x}{3} \text{، ومن هنا يكون } x = 5.$$

ينال الغريب 5 دراهم، وكذلك أحد الابنين، والابن المديون لا يحصل

على شيء، فيصبح دينه $10-5=5$.

ملاحظة: إحدى الحصص هي بالضرورة أقل من ١٠؛ فلو أخذنا بالاعتبار

الدين، يكون أقصى ما يُقسّم هو ٢٠. ويمكن كتابة الحساب الذي أجراه

الخوارزمي على الشكل التالي:

$$3 + \frac{1}{3} + \frac{x}{3} = x \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = 3 + \frac{1}{3}$$

ولكي يجد x ، لا يضرب بـ $\frac{3}{2}$ ، بل يزيد إلى كلِّ طرفٍ من طرفي

المعادلة نصفه فيحصل على:

$$.x = \frac{2x}{3} + \frac{x}{3} = 3 + \frac{3}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 5$$

(١٠٥) ص. ٢٣٦، س. ١١:

الحصة x العائدة إلى الابن المديون تُضاف إلى المبلغ، الذي يصبح

$10+x$. والحصة الموصى بها هي إذاً $\frac{10+x}{5} + 1$ ويبقى

$$، \frac{4}{5}(10+x) - 1 = 7 + \frac{4}{5}x \quad (*)$$

فيكون

$$، 2x = 7 + \frac{4}{5}x \quad (١)$$

وبالتالي $6x = 35$ و $x = 5 + \frac{5}{6}$ ، وهذه حصة الابن (غير المديون). الحصة الموصى بها

تكون إذاً $4 + \frac{1}{6}$. والابن المديون لا يحصل على شيء، ويصبح دينه

$$10 - \left(5 + \frac{5}{6}\right) = 4 + \frac{1}{6} \text{ درهماً.}$$

ملاحظة: يستتج الخوارزمي من (١): $x = 3 + \frac{1}{2} + \frac{2}{5}x$ ، ومنها

$\frac{3}{5}x = 3 + \frac{1}{2}$. وبدل أن يضرب بـ $\frac{5}{3}$ ، يزيد إلى كل طرف من طرفي

المعادلة ثلثيه، فيحصل على $x = 3 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 5 + \frac{5}{6}$.

(١٠٦) ص. ٢٣٧، س. ٤-٥:

يجب إضافة $\frac{4}{11}$ من $\left(\frac{11}{15}\right)x$ وليس $\frac{4}{11}$ من x (أي $\left(\frac{4}{11}\right)\left(\frac{11}{15}\right)x$)

وليس $\frac{4}{11}x$.

(١٠٧) ص. ٢٣٧، س. ٧:

لتكن x حصة كل من الأبناء. بما أن الوصايا هي $1 - \frac{10+x}{5}$ ، يبقى
 $\frac{4(10+x)}{5} + 1 = 9 + \frac{4x}{5}$ ، للتقسيم بين الأبناء الثلاثة؛ فيكون
 $3 + \frac{x}{5} + \frac{x}{15} = \frac{1}{3} \left(9 + \frac{4}{5} \right) x = x$. وبدل أن يضرب
الخوارزمي بـ $\frac{15}{11}$ ، فإنه يزيد إلى كل طرف من طرفي المعادلة الـ $\frac{4}{11}$ منه،
فيحصل على $x = 4 + \frac{1}{11}$.

(١٠٨) ص. ٢٣٧، س. ٨:

في الفصول اللاحقة، لا يعطي الخوارزمي قيمة عددية للمبلغ المتروك
كميراث. إذا أشرنا بـ C إلى هذا المبلغ وبـ x إلى مبلغ الوصية، أو إلى
حصة من حصص الميراث، فستعود المسألة إلى معادلة متحانسة من الصنف
(١) $aC = bx$ ، حيث a و b عددين صحيحين معلومين. نستطيع إذا التعبير
عن الوصايا والحصص، إمّا بواسطة كسور من C ، إمّا بأن نجعل
 $\begin{cases} C = bt, \\ x = at \end{cases}$
والتعبير عن الوصايا والحصص تبعاً للمعامل t نفسه. وكانت هذه بشكل عام
طريقة الخوارزمي الذي يختار t بحيث تكون النتائج المطلوبة أعداداً صحيحة
(أي أضعافاً صحيحة من t).

١٠٩- ص. ٢٣٧، س. ١١:

"فريضتهم": المقصود ما يعود إليهم وفقاً للشريعة الإسلامية في
الميراث: الـ $\frac{1}{4}$ للمرأة، الـ $\frac{1}{6}$ للأُم، $\frac{1}{2}$ الباقي للأخ، $\frac{1}{4}$ الباقي لكل
أخت.

١١٠- ص. ٢٣٧، س. ١٦:

أنظر الملحوظة الإضافية [٦] (الفصل اللاحق).

(١١١) ص. ٢٣٨، س. ١١:

الوصية هنا هي $C \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{7} \right)$ ، أي $\frac{15}{56}C$. الباقي، أي $\frac{41}{56}C$ ،
للقسمة: $\frac{1}{4}$ الباقي للزوج، $\frac{3}{20}$ منه لكل ابنة و $\frac{6}{20}$ للابن، أي على التوالي:
 $\frac{5}{20}$ ، $\frac{3}{20}$ ، $\frac{3}{20}$ ، $\frac{3}{20}$ ، $\frac{6}{20}$ من $\frac{41}{56}C$. فالـ $\frac{41}{56}C$ توافق إذا ٢٠
سهماً. فإذا مثلنا كل سهم بـ x ، يكون لدينا:

$$20x = \frac{41}{56}C \quad (١)$$

يزيد الخوارزمي إلى الطرفين الـ $\frac{15}{41}$ منه، فيكون
 $C = 20x + \frac{15}{41} \times 20x = \frac{1120}{41}x$ ويكون $x = \frac{41}{1120}C$. يضع الخوارزمي
 $x = 41t$ فيحصل على $C = 1120t$ وحصة الموصى له $300t$ ويبقى $820t$
للقسمة بين الورثة.

(١١٢) ص. ٢٣٩، س. ٣:

نصادف هنا الحالة التي لا يقبل الورثة كلهم بوصايا المتوفى. في هذه
المسألة، تبلغ الوصايا الـ $\frac{13}{20} = \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$ من الميراث. يوافق الابن على إعطاء
الـ $\frac{13}{20}$ من حصته؛ وتعطي الأم نصف حصتها ويعطي الزوج ثلث حصته.
حصة الميراث هي $\frac{1}{4}$ للزوج، $\frac{1}{6}$ للأم و $\frac{7}{12}$ للابن. إذا قُسم المبلغ إلى ١٢
سهماً، يأخذ منها الزوج ٣، فيعطي واحداً ويحتفظ باثنين؛ وتأخذ منها الأم
٢، فتعطي واحداً وتحتفظ بالآخر؛ ويأخذ منها الابن ٧، فيعطي الـ $\frac{13}{20}$
منها.

لنفرض أن المبلغ هو $C = 12 \times 20t = 240t$. يأخذ الزوج $60t$ ،

يعطى منها $20t$ للوصيتين؛ تأخذ الأم $40t$ ، تعطى منها $20t$ للوصيتين؛
 ويأخذ الابن $140t$ ، ويعطى منها $91t$ للوصايا. فيكون مجموع الوصيتين
 $131t$ ؛ وحصل الموصى لهما تكون توالياً $\frac{8}{13} \times 131t$ و $\frac{5}{13} \times 131t$. لكي
 يتم التعبير عن هاتين الوصيتين بعددين صحيحين، يجب أخذ $t = 13$ (أو
 مضاعفاً لـ 13)؛ عند أخذ $t = 13$ ، يكون $C = 3120$.

(١١٣) ص. ٢٤٠، س. ١٣:

الوصية هي نفسها؛ يوافق الابن على الـ $\frac{2}{5}$ للموصى له الأول،
 ولكنه لا يوافق على شيء للآخر؛ توافق الأم على الربع للثاني، لكنها لا
 توافق على شيء للأول، ويوافق الزوج على الثلث للابنتين؛ فتكون وصية
 قيمتها ثلث المال المتروك مفروضة على الثلاثة.

إذا كان المبلغ C ، فإن $\frac{1}{3}C$ يُقْطَع إلزامياً للوصيتين ويقسّم بحسب
 إشارة الوصية، أي بنسبة 8 إلى 13 و 5 إلى 13؛ فتكون الوصيتان $\frac{8}{39}C$ و
 $\frac{5}{39}C$. وهذا ما يوافق إرادة الأب. لكن الأم كانت تريد إعطاء ربع ممتلكاتها
 للموصى له الثاني، فيتوجب عليها إعطاء $\frac{19}{156} = \frac{1}{4} - \frac{5}{39}$ من حصتها. فبما
 أن إرث الأم 156 (سهماً)، والموصى له استوفى 20 (سهماً) فعليها أن تعطيه
 19 ليبلغ الربع الذي هو 39. أراد الابن إعطاء $\frac{2}{5}$ من حصته للموصى له
 الأول، فعليه أن يدفع له $\frac{38}{195} = \frac{2}{5} - \frac{8}{39}$ من حصته. وبما أن ميراث الابن
 195، وسبق للموصى له الأول أن حصل 40، فإن الابن يدفع له 38 ليصل
 إلى الـ $\frac{2}{5}$ من حصته، أي 78 (سهماً).

(١١٤) ص. ٢٤٠، س. ١٦:

"لكل واحد بقدر حصته": يُقسّم الثلث إلى قسمين بالنسبة التي توافق الوصية.

(١١٥) ص. ٢٤٠، س. ١٦-١٧:

"صاحب الربع من خاصة حصتها" هو الموصى له الثاني.

(١١٦) ص. ٢٤١، س. ٦:

"الذي له": أي الذي للموصى له بالخُمسين.

(١١٧) ص. ٢٤١، س. ٩:

ملاحظة: قُسّم ثلثا المبلغ بين الورثة. وكانت الحصص توالياً على الشكل التالي:

$$\text{للزوجة، } \frac{2}{3}C \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}C$$

$$\text{للأم، } \frac{2}{3}C \times \frac{1}{6} = \frac{1}{9}C$$

$$\text{للإبن، } \frac{2}{3}C \times \frac{7}{12} = \frac{7}{18}C$$

$$\text{للموصى له الأوّل، } \frac{8}{39}C$$

$$\text{للموصى له الثاني، } \frac{5}{39}C$$

دفعت الأم أيضاً للموصى له الثاني $\frac{19}{156} \times \frac{1}{9}C$ ؛ ودفع الابن أيضاً

$$\text{للموصى له الأوّل } \frac{38}{195} \times \frac{7}{18}C = \frac{19}{195} \times \frac{7}{9}C$$

ولكي تتمثل كل الحصص بأعداد صحيحة، يجب التعبير عن C

بواسطة مضاعف لـ 156×9 ولـ 195×9 ؛ يجب إذاً جعل

$C = 5 \times 2^2 \times 3^3 \times 13 = 7020$ ، أو بشكل عام $C = 7020t$. يحصل الزوج

على 1170r، تحصل الأم على 780r، يحصل الابن على 2730r ويحصل الموصى لهما: أولاً على 1440r و 900r. تعطي الأم فيما بعد 95r للموصى له الثاني ويعطي الابن 532r للموصى له الأول. إذا أخذنا $t = 31$ ، نجد $C = 217620$ ، وهو الرقم الذي وجدته الخوارزمي.

"في وجه آخر من الوصايا"

(١١٨) ص. ٢٤٢، س. ٧:

ال ٣٥ هو العدد الإجمالي للأسهم في الميراث.

(١١٩) ص. ٢٤٢، س. ٩:

عدد الحصص هو هنا ٣٢، تُمنها للزوجة، أي ٤ حصص، والباقي للأبناء الأربعة، أي ٧ لكل منهم.

إذا أشرنا إلى المبلغ بـ C وإلى السهم الشرعيّ بـ x ، تكون الوصية $7x - 4x = 3x$. لدينا إذا $C = 35x$ أو $x = \frac{C}{35}$. فتكون الحصص إذا $3x = \frac{3C}{35}$ للموصى له، $4x = \frac{4C}{35}$ للزوجة و $7x = \frac{C}{5}$ لكل ابن.

(١٢٠) ص. ٢٤٢، س. ١٥:

عدد الأسهم لابنين وبنات، هو ٥. لو كان هناك ابن ثالث، لكان عدد الحصص ٧، منها ٢ لكل ابن.

إذا كان المبلغ (التركة، الميراث) C والوصية x ، يكون $(C - x) = \frac{2}{7}x$ ؛ فيكون $\frac{2}{7}C = \frac{9}{7}x$ ويكون $x = \frac{2}{9}C$. يبقى $\frac{7}{9}C$ تُقسّم بين الابنين والبنات. كل ابن ينال $\frac{14}{45}C = \frac{2}{5} \times \frac{7}{9}C$ والبنات تنال $\frac{1}{5} \times \frac{7}{9}C = \frac{7}{45}C$.

إذا فَرَضْنَا $C = 45t$ ، ينال الموصى له $10t$ ، وينال كلُّ ابن $14t$ وتنال البنت $7t$.

(١٢١) ص. ٢٤٣، س. ٧:

إذا كان الورثة الأم وثلاثة أبناء وبنت، فإنَّ حصص الميراث هي $\frac{1}{6}$ للأم، $\frac{5}{42}$ للبنت و $\frac{10}{42}$ لكلِّ ابن. إذا كان هناك بنت أخرى، فإنَّ حصص الميراث هي $\frac{1}{6}$ للأم، $\frac{5}{48}$ لكلِّ بنت و $\frac{10}{48}$ لكلِّ ابن.

لتكن x الوصية؛ لدينا

$$x = \frac{45}{336}(C-x) \quad \text{أي} \quad (C-x)\left(\frac{10}{42} - \frac{5}{48}\right) = x$$

فيكون $381x = 45C$ و $x = \frac{45C}{381}$ ؛ ويكون أيضاً $C - x = \frac{336}{381}C$.

حصّة الأم $\frac{1}{6}(C-x) = \frac{56}{381}C$ ؛ وحصّة البنت $\frac{5}{42}(C-x) = \frac{40}{381}C$ ؛

و حصّة كلِّ ابن $\frac{10}{42}(C-x) = \frac{80}{381}C$.

(١٢٢) ص. ٢٤٤، س. ٨:

إذا كان هناك ثلاثة أبناء، فإنَّ عدد الأسهم يكون ٣؛ وإذا كان هناك ثلاثة أبناء وبنت، فإنَّ عدد الأسهم يكون ٧. لتكن x حصّة الابن في الحالة

الأولى، فتكون حصّة البنت في الحالة الثانية $\frac{3}{7}x$ وتكون الوصية

$$\frac{4}{7}x + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}C - \frac{4}{7}x\right) = \frac{C}{9} + \frac{8}{21}x$$

من هنا تأبي المعادلة

$$C - \left(\frac{C}{9} + \frac{8}{21}x\right) = 3x$$

ومنها

$$.C = \frac{213}{56}x = 3x + \frac{45}{56}x \quad \text{و} \quad \frac{8}{9}C = 3x + \frac{8}{21}x \quad (١)$$

إذا أخذنا $C = 213$ ، يكون $x = 56$ ، ويكون الجزء $\left(\frac{1}{3}C - \frac{4}{7}x\right)$ من

الوصية مساوياً لب 13 ، وتكون الوصية إذاً 45 ؛ يبقى 168 للأبناء الثلاثة. وتبعاً

لب C يمكن تكون حصّة كل ابن $\frac{56}{213}C$ وكامل الوصية يكون $\frac{45}{213}C$.

ملاحظة: يزيد الخوارزمي إلى كل طرف من طرفي المعادلة (١) ثُمته.

(١٢٣) ص. ٢٤٤، س. ٩:

في المسائل الثلاث اللاحقة، تموت امرأة، تاركة زوجها، وأُمّها وابنتين.

يشير النص إلى أن الميراث يُقسّم إلى ١٣ سهماً. يُعطى النصّ البياني الأول سهمين للأم، لكنه لا يحدّد الحصة الأخرى. هذه الحصة أُعطيت في المسألة الثانية كما يلي: ٣ أسهم للزوج و٤ لكل من البنتين.

"وفي وجه آخر من الوصايا"

(١٢٤) ص. ٢٤٥، س. ٢:

ليكن C المبلغ وليكن x السهم. تكون الوصيتان $2x$ و $\frac{1}{9}C$. لدينا إذاً

$$\frac{8}{9}C - 2x = 13x \quad \text{ومنها نحصل على المعادلة}$$

$$\frac{8}{9}C = 15x \quad (١)$$

يزيد الخوارزمي إلى كل طرف من طرفي المعادلة (١) ثُمته، فيحصل

على

$$.C = 15x + x + \frac{7}{8}x = \frac{135}{8}x$$

الوصية الأولى هي $\frac{1}{9}C = \frac{15}{8}x$ ؛ والوصية الأخرى هي

$2x = 2 \times \frac{8}{135}C$ وهي كذلك حصّة الأم. لم يجرِ حساب حصص الأب والبتين. وللحصول على نتائج يُعبّر عنها بأعداد صحيحة، نجعل $C = 135t$ ، فيكون $x = 8t$ ؛ الوصيّة الأولى تكون $16t$ ، مثل حصّة الأم، والوصيّة الثانية تكون $15t$.

(١٢٥) ص. ٢٤٥، س. ١٤:

الورثة هم أنفسهم كما في الحالة السابقة فيكون عدد الأسهم إذاً ١٣، يعود ٣ منها إلى الزوج. ليكن x السهم، فتكون الوصيّة $3x + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right)C$ من هنا تأتّى المعادلة

$$\frac{31C}{40} = 16x \text{، أي } C = 13x + 3x + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right)C$$

يزيد الخوارزمي إلى كلّ طرفٍ من طرفيّ المعادلة $\frac{9}{31}$ منه، فيحصل على $C = \frac{640}{31}x$. إذا جعلنا $C = 640t$ ، يكون لدينا $x = 31t$ و $3x = 93t$. ولدينا $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right)C = \frac{9}{40}C = 144t$ يبقى $640t - (144 + 93)t = 403t$ للتقسيم: $93t$ للزوج، و $62t$ للأُم و $124t$ لكل بنت.

(١٢٦) ص. ٢٤٦، س. ١٠:

ليكن x السهم؛ الوصيّة هذه المرّة هي $3x - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)(C - 3x)$ ومعادلة المسألة هي إذاً $13x = (C - 3x) + \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)(C - 3x)$ ، من هنا $\frac{109}{90}C = 16x + \frac{19}{30}x$ ، من هنا $C + \frac{19}{90}C - \frac{19}{90} \times 3x = 16x$ يطرح الخوارزمي من كلّ طرفٍ من طرفيّ المعادلة $\frac{19}{109}$ منه، فيكون

$C = 1497t$ يكون $x = 109t$ ، إذا جعلنا $C = 13x + \frac{80}{109}x = \frac{1497}{109}x$ وتكون حصّة الزوج هي $327t$.

(١٢٧) ص. ٢٤٦، س. ٢٠:

ترك رجل زوجته وأخته. حصص الميراث تتساوى؛ لنجعل كل

واحدة منها x . لتكن y الوصية؛ لدينا $y = x - \frac{1}{8}(C - y)$ ، فيكون

$$. x = y + \frac{1}{8}(C - y) = \frac{1}{8}C + \frac{7}{8}y$$

لكن $C = 3x + y$ ، فيكون $C = \frac{3}{8}C + 3y + \frac{5}{8}y$ ، ومنها $\frac{5}{8}C = 3y + \frac{5}{8}y$

و $C = \frac{29}{5}y$ إذا جعلنا $C = 29t$ ، يكون $y = 5t$ و $x = 8t$. يعتبر الخوارزمي هنا y وسيطاً، والمسألة محدّدة.

(١٢٨) ص. ٢٤٧، س. ١٨:

نأخذ بالاعتبار هنا أربعة ورثة، أربعة أبناء، حصصهم متساوية. لتكن x إحدى هذه

الحصص. الوصية الأولى هي x ، والوصية الثانية

$$+ \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}C - x \right) = \frac{1}{12}C - \frac{1}{4}x$$

يبقى إذاً من الثلث الأوّل:

$$. \frac{1}{3}C - x \left(\frac{1}{12}C - \frac{1}{4}x \right) = \frac{1}{4}C - \frac{3}{4}x$$

ومعادلة المسألة هي:

$$، \frac{2}{3}C + \frac{1}{4}C - \frac{3}{4}x = 4x$$

ومنها:

$$. C = \frac{57}{11}x \text{ و } \frac{11}{12}C = 4x + \frac{3}{4}x$$

يزيد الخوارزمي إلى كل طرفٍ من طرفي المعادلة $\frac{1}{11}$ منه. وإذا جعلنا $C = 57t$ ، يكون $x = 11t$. نتحقق من أن: $\frac{1}{3}C = 19t$ و $\frac{1}{3}C - x = 8t$. الوصية الأولى تكون $11t$ ، والوصية الثانية $2t$ ؛ يبقى $44t$ لحصص الميراث الأربع، أي $11t$ لكل حصّة.

(١٢٩) ص. ٢٤٨، س. ١٤:

لتكن x حصّة الابن من الميراث؛ الوصية هي $x - \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}C - x\right)$. يبقى من الثلث:

$$\frac{1}{3}C - x + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}C - x\right) = \frac{2}{5}C - \frac{6}{5}x$$

فتكون المعادلة $\frac{2}{3}C + \frac{2}{5}C - \frac{6}{5}x = 4x$ ، ويكون

$$C = \frac{39}{8}x \quad \text{و} \quad \frac{16}{15}C = \frac{26}{5}x \quad (١)$$

للحصول على C انطلاقاً من (١)، يطرح الخوارزمي من كل طرفٍ من طرفي المعادلة $\frac{1}{16}$ منه. إذا جعلنا $C = 39t$ ، يكون $x = 8t$ وتكون الوصية $7t$.

(١٣٠) ص. ٢٤٩، س. ١٧:

ليكن C المبلغ و x حصّة الميراث للابنة. الوصية الأولى هي x ؛ والوصية الثانية هي $\left(\frac{2}{7}C - x\right)\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = \frac{11}{30}\left(\frac{2}{7}C - x\right)$. حصّة كل ابن هي $2x$ ؛ ومعادلة المسألة تكون

$$\frac{5}{7}C + \left(\frac{2}{7}C - x\right) - \frac{11}{30}\left(\frac{2}{7}C - x\right) = 7x$$

ومنها

$$\frac{5}{7}C + \frac{19}{7 \times 15}C = 7x + \frac{19}{30}x \quad \text{و} \quad \frac{5}{7}C + \left(\frac{2}{7}C - x\right) \times \frac{19}{30} = 7x$$

فيكون

$$C = \frac{7 \times 229}{2 \times 94}x = \frac{1603}{188}x \quad \text{و} \quad \frac{94}{105}C = \frac{229}{30}x \quad (١)$$

ملاحظة: انطلاقاً من (١)، يزيد الخوارزمي إلى كل طرف من طرفي المعادلة $\frac{11}{94}$ منه، فيحصل على

$$\frac{94}{105}C \left(1 + \frac{11}{94}\right) = \frac{229}{30}x \left(1 + \frac{11}{94}\right)$$

$$C = \frac{1603}{188}x \quad \text{فيكون}$$

فإذا جعلنا $C = 1603t$ و $x = 188t$ ، تكون حصّة الابنة من الميراث $188t$ ، وحصّة الابن $376t$ ، والوصيّة الأولى تكون $188t$ ، والوصيّة الثانية تكون $99t$.

(١٣١) ص. ٢٥٠، س. ١٥:

لنكن x حصّة البنات من الميراث. الوصيتان هما

$$x + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \left(\frac{2}{5}C - x\right) = \frac{9}{50}C + \frac{11}{20}x$$

$$C - \frac{9}{50}C - \frac{11}{20}x = 7x$$

ومنها

$$\frac{41}{50}C = 7x + \frac{11}{20}x \quad (١)$$

فيكون

$$C = \frac{755}{82}x \quad \text{و} \quad \frac{41}{50}C = \frac{151}{20}x$$

ونجعل $x = 82t$ ، فيكون $C = 755t$ ، ويكون

$$\frac{2}{5}C - x = 302t - 82t = 220t$$

ويكون

$$\frac{2}{5}C - x - \frac{9}{20}\left(\frac{2}{5}C - x\right) = 220t - 99t = 121t$$

لكن $\frac{3}{5}C = 453t$ ، فتكون حصّة البنت $7x = 574t$ و $x = 82t$ ؛ وتكون حصّة الابن $164t$.

(١٣٢) ص. ٢٥١ ، س. ١٤ :

لتكن x حصّة البنت و $2x$ حصّة كلّ ابن ؛ فتصبح الوصيّة

$$2x - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{2}{5}C - 2x\right) = 2x - \frac{9}{50}C + \frac{9}{10}x$$

وتكون المعادلة

$$C + \frac{9}{50}C - 2x - \frac{9}{10}x = 7x$$

$$\frac{59}{50}C = \frac{99}{10}x$$

لإيجاد C ، يطرح الخوارزمي من كلّ طرفٍ من طرفي المعادلة $\frac{9}{59}$ منه ،

فيحصل على $C = \frac{495}{59}x$. إذا افترضنا $x = 59t$ ، يكون $C = 495t$ ، ويكون

$$\frac{2}{5}C = 198t ، \text{ و } \frac{2}{5}C - 2x = 80t ، \text{ و } \frac{9}{20}\left(\frac{2}{5}C - 2x\right) = 36t ، \text{ وتكون الوصيّة}$$

$$82t = 118t - 36t ؛ \text{ فيبقى } 495t - 82t = 413t \text{ لبـ } 7x ؛ \text{ فتكون حصّة البنت } 59t ،$$

وحصّة الابن $118t$.

(١٣٣) ص. ٢٥٢ ، س. ١١ :

لتكن x حصّة كلّ بنت و $2x$ حصّة كلّ ابن . يبقى من $\frac{1}{3}C$ بعد

الوصية الأولى:

$$\frac{1}{3}C - x + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}C - x\right) = \frac{6}{15}C - \frac{6}{5}x = \frac{2}{5}C - \frac{6}{5}x$$

وبعد الوصية الثانية يبقى:

$$\frac{2}{5}C - \frac{6}{5}x - x + \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}C - \frac{6}{5}x - x\right) = \frac{18}{15}C - 2x - \frac{14}{15}x$$

وبعد الوصية الثالثة يبقى:

$$\frac{8}{15}C - \frac{1}{12}C - 2x - \frac{14}{15}x = \frac{27}{60}C - 2x - \frac{14}{15}x$$

ومن هنا تأني المعادلة:

$$C + \frac{7}{60}C = 8x + \frac{14}{15}x$$

يطرح الخوارزمي من كل طرفٍ من طرفي المعادلة $\frac{7}{67}$ منه،

فيحصل على $C = 8x$ ، وإذا جعلنا $x = 201t = 67 \times 3t$ ، يكون $C = 1608t$.

نلاحظ أن الخوارزمي أخذ $x = 201$ بدل 67، يُعبر عن ثلث C

بعدد صحيح من الأسهم.

(١٣٤) ص. ٢٥٣، س. ١٢:

نعمل أيضاً x حصّة البنت من الميراث. يبقى من $\frac{1}{3}C$ بعد الوصية

الأولى:

$$\frac{1}{3}C - x - \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}C - x\right) = \frac{4}{15}C - \frac{4}{5}x$$

ويبقى من $\frac{1}{4}C$ بعد الوصية الثانية:

$$\frac{1}{4}C - x - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}C - x\right) = \frac{1}{6}C - \frac{2}{3}x$$

ولدينا $C - \frac{1}{3}C - \frac{1}{4}C = \frac{5}{12}C$ ، فتكون المعادلة:

$$\frac{5}{12}C + \frac{4}{15}C + \frac{1}{6}C - \frac{4}{5}x - \frac{2}{3}x = 6x$$

$$\text{ومنها: } \frac{17}{20}C = 7x + \frac{7}{15}x$$

نزيد إلى كلِّ طرفٍ من طرفَي المعادلة $\frac{3}{17}$ منه، فنحصل على

$$C = \frac{448}{51}x$$

إذا كان $x = 153t = 51 \times 3t$ ، يكون $C = 1344t$.

الوصية الأولى هي:

$$153t + \frac{1}{5}(448t - 153t) = 153t + 59t$$

والوصية الثانية هي:

$$153t + \frac{1}{3}(336t - 153t) = 153t + 61t$$

نلاحظ أنَّ خيار $x = 153t$ أخذ ليعبر عن ثلث C وعن رُبْعِه بعددين

صحيحين من الأسهم، وهما توالياً $448t$ و $336t$.

(١٣٥) ص. ٢٥٣ ، س. ١٥ :

المقصود بـ "الوصيتين الأولتين" هو الوصية الأولى التي تضم جزئين.

(١٣٦) ص. ٢٥٤ ، س. ١٢ :

ليكن C المبلغ، و x حصة كلِّ من الأبناء الستة من الميراث. الوصية

الأولى هي $\frac{1}{20}C + \frac{4}{5}x$ ؛ $x + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{4}C - x\right) = \frac{1}{20}C + \frac{4}{5}x$ ؛ والوصية الثانية

$x - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C - \frac{1}{20}C - \frac{4}{5}x - x\right)$. يبقى من الثلث الأوَّل للميراث:

$$\frac{1}{3}C - \frac{1}{20}C - \frac{4}{5}x - x + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C - \frac{1}{20}C - \frac{4}{5}x - x\right)$$

أي:

$$\frac{5}{4} \left(\frac{1}{3}C - \frac{1}{20}C - \frac{9}{5}x \right) = \frac{17}{48}C - \frac{9}{4}x$$

فتكون المعادلة $\frac{2}{3}C + \frac{17}{48}C - \frac{9}{4}x = 6x$ ، أي:

$$C + \frac{1}{48}C = \frac{33}{4}x$$

ومنها

$$C = \frac{396}{49}x \quad \text{و} \quad \frac{49}{12}C = 33x$$

إذا كان $C = 396t$ ، تكون $x = 49t$. الوصية الأولى تكون

$49t + 10t$ ، والوصية الثانية تكون $49t - 6t$.

ملاحظة: يدخل الخوارزمي $\frac{1}{3}C = 80$ في جزء من العمليات الحسابية، ثم

يعود إلى استخدام C : $\left(\frac{1}{3}C = 80 \Rightarrow \frac{1}{3}C - \frac{1}{20}C = 68 \right)$ ، فيكون:

$$\frac{2}{3}C = 160 \quad \text{و} \quad \frac{5}{4} \left[\frac{1}{3}C - \frac{1}{20}C - \frac{9}{5}x \right] = 85 - \frac{9}{4}x$$

وتكون المعادلة

$$\left(\frac{160}{3} + 85 \right) - \frac{9}{4}x = 6x$$

بعد ذلك يستبدل الخوارزمي $160 + 85$ بـ $C + \frac{1}{48}C$ ويجد المعادلة الأولية.

(١٣٧) ص. ٢٥٥، ص. ٩:

ليكن C المبلغ، و x حصة كل من الأبناء الأربعة من الميراث. الوصية

هي $x + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}C - x \right) + d = \frac{1}{12}C + \frac{3}{4}x + d$ ؛ يبقى من ثلث المبلغ

* الحرف d يشير هنا إلى الدرهم.

نضيف الثلاثين: $\frac{1}{4}C - \frac{3}{4}x - d = 4x$ ، فنحصل على معادلة المسألة

$$(١) \quad \frac{11}{12}C = 4x + \frac{3}{4}x + d \quad \text{أي} \quad 11C = 57x + 12d$$

ومنها: $x = \frac{11C - 12d}{57}$ ، مع الملاحظة بأن $11C > 12d$.

ملاحظة: ليكون C عدداً صحيحاً، نطلق الخوارزمي من (١) ويزيد إلى كل طرف من طرفي المعادلة $\frac{1}{11}$ منه:

$$C = \frac{57}{11}x + \frac{12}{11}d = 5x + \frac{2}{11}x + d + \frac{1}{11}d$$

إذا أخذنا d كوسيط، نطلق مجدداً من (١) ونجعل $C = 12d$

فنحصل على $10d = \frac{19}{4}x$ ، المكافئة لـ $x = 2d + \frac{2}{19}d$. عندما يكون

$d = 1$ ، يكون $C = 12$ ، ويكون $x = \frac{40}{19} = 2 + \frac{2}{19}$. فلنعي يعود الخوارزمي إلى وسيط واحد، نراه يفرض شرطاً إضافياً.

(١٣٨) ص. ٢٥٥، س. ١١:

"فإن أردت أن تُخرج الدرهم صحيحاً، فلا تُكمل مالك، ولكن إطرح من الأحد عشر واحداً بالدرهم": بهذه العبارة يريد الخوارزمي القول بأننا نُحوّل المال إلى دراهم عن طريق فرض أنه اثنا عشر درهماً.

(١٣٩) ص. ٢٥٥، س. ١٧ - ص. ٢٥٧، س. ٤:

ليكن C المبلغ، و x حصّة كل من الأبناء الخمسة من الميراث. الوصيّة

الأولى هي $d + \left(\frac{1}{3}C - x\right)$ ؛ يبقى من الثلث $\frac{2}{9}C - \frac{2}{3}x - d$. والوصيّة

الثانية هي $d + \frac{1}{4}d - \frac{1}{6}x - \frac{1}{18}C$ ؛ يبقى من الثلث $\frac{1}{6}C - \frac{1}{2}x - d - \frac{3}{4}d$

$$\frac{5}{6}C - \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}d = 5x$$

ومنها

$$\frac{5}{6}C = \left(5 + \frac{1}{2}\right)x + \left(1 + \frac{3}{4}\right)d$$

يزيد الخوارزمي إلى كل طرف من طرفي المعادلة خمسة؛ فيحصل على

$$C = \left(6 + \frac{3}{5}\right)x + \left(2 + \frac{1}{10}\right)d \quad (١)$$

إذا كان $x = 10t$ ، $d = 10t$ ، تكون $C = 87t$. إذا أخذنا d كوحدة

أو كوسيط، نجعل $\frac{1}{3}C = \left(7 + \frac{1}{2}\right)d$ ، نحصل على $\frac{2}{9}C = 5d$ ، والباقي

الأول يكون $4d - \frac{2}{3}x$. الوصية الثانية $2d - \frac{1}{6}x$ ، $\frac{1}{4}\left(4d - \frac{2}{3}x\right) + d = 2d - \frac{1}{6}x$

يقي من الثلث $2d - \frac{1}{2}x$. ولكن لدينا $\frac{2}{3}C = 15d$. فتكون المعادلة

$$17d - \frac{1}{2}x = 5x \quad \text{ويكون} \quad 17d = \frac{11}{2}x \quad \text{أي:} \quad x = \frac{34}{11}d = 3d + \frac{1}{11}d$$

ملاحظة: لا يشرح الخوارزمي خيار $\frac{1}{3}C = \left(7 + \frac{1}{2}\right)d$. وربما كان قصده أخذ d كوسيط.

(١٤٠) ص. ٢٥٨، س. ٧:

ليكن C المبلغ، و x حصّة كل من الأبناء الأربعة. الوصية الأولى هي

$$x - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C - x\right) + d = \frac{5}{12}C - \frac{5}{4}x - d$$

الوصية الثانية هي: $\frac{5}{36}C - \frac{5}{12}x + \frac{2}{3}d$ ؛ يقي من الثلث:

$$\frac{5}{18}C - \frac{5}{6}x - \frac{5}{3}d$$

$$\frac{17}{18}C - \frac{5}{6}x - \frac{5}{3}d = 4x$$

$$\frac{17}{18}C = \left(4 + \frac{5}{6}\right)x + \frac{5}{3}d$$

يزيد الخوارزمي إلى كل طرفٍ من طرفي المعادلة $\frac{1}{17}$ منه، فيحصل على:

$$C = \left(5 + \frac{2}{17}\right)x + \left(1 + \frac{13}{17}\right)d$$

إذا وضعنا $x = 17t$ و $d = 17t$ ، نحصل على $C = 117t$.

نذكر أنَّ الخوارزمي اختار أن يتخلص من مقام الكسر (أو يخرجها) فأخذ x و d مضاعفين لـ 17 (بالمضاعفة نفسها).

"باب التكملة"

(١٤١) ص. ٢٦٠، س. ٩:

أي مجموع الوصيتين الأولى والثانية.

(١٤٢) ص. ٢٦٠، س. ١٠:

أنظر الملاحظة الإضافية [٧] (الفصل اللاحق).

(١٤٣) ص. ٢٦١، س. ٦:

في هذه المسألة، لدينا ١٣ سهماً: سهمٌ لكلٍّ من البنات الثماني، وسهم للأم وثلاثة للزوج. ليكن C المبلغ، وليكن x السهم؛ الوصية الأولى هي

$\frac{1}{5}C - x$ ؛ الوصية الثانية $\frac{1}{4}C - 2x$. فيكون الباقي $\frac{11}{20}C + 3x$ ومعادلة

المسألة تُكتب على الشكل التالي:

$$\frac{11}{20}C + 3x = 13x$$

فيكون $\frac{11}{20}C = 10x$ و $\frac{200}{11}x = 18x + \frac{2}{11}x$. $C =$

إذا جعلنا $x = 11t$ ، نحصل على $C = 200t$ وتكون الوصيتان توالياً
 $29t$ و $28t$.

(١٤٤) ص. ٢٦١، ص. ١٧:

ليكن C المبلغ، وليكن x السهم. الوصية الأولى هي $\frac{1}{3}C - 3x$ ،
 والثانية هي $\frac{1}{4}C - 2x$ ، والثالثة $\frac{1}{5}C - x$. وبمجموع الوصايا يكون
 $\frac{47}{60}C - 6x$. تُكتب معادلة المسألة على الشكل

$$\frac{13}{60}C + 6x = 13x \quad (١)$$

أي

$$\frac{13}{60}C = 7x$$

ونستنتج منها: $C = \frac{420}{13}x = 32x + \frac{4}{13}x$. وإذا جعلنا $x = 13t$ ، يكون
 لدينا $C = 420t$.

نذكر أن الخوارزمي، في هذه المسألة، ضَرَبَ طَرَفَيَّ المعادلة (١) بـ

$$\frac{60}{13}$$

(١٤٥) ص. ٢٦٢، ص. ٧:

ليكن C المبلغ، و x السهم؛ لدينا ١٣ سهماً (كما رأينا). الوصية
 الأولى هي $\frac{1}{4}C - 2x$ ، والثانية هي $\frac{3}{20}C - \frac{3}{5}x$ ،
 $\frac{1}{5}\left(\frac{3}{4}C + 2x\right) - x = \frac{3}{20}C - \frac{3}{5}x$ ، أي $\frac{3}{5}C + 2x + \frac{3}{5}x = 13x$ ، فيكون
 $C = \frac{52}{3}x$. إذا كان $x = 3$ ، يكون $C = 52$ ؛ وإذا كان $x = 3t$ ، يكون
 $C = 52t$. فتكون الوصية الأولى $7t$ والثانية $6t$.

(١٤٦) ص. ٢٦٢، س. ١٦ :

ليكن C المبلغ، و x السهم؛ لدينا أيضاً ١٣ سهماً. الوصية الأولى هي $\frac{1}{5}C - 2x$ ، والثانية هي $\frac{1}{6}\left[C - \left(\frac{1}{5}C - 2x\right)\right]$ والمجموع يكون $\frac{1}{6}C + \frac{5}{6}\left(\frac{1}{5}C - 2x\right) = \frac{1}{3}C - \frac{5}{3}x$ ؛ يبقى إذاً $\frac{2}{3}C + \frac{5}{3}x$. فتكتب معادلة المسألة $\frac{2}{3}C + \frac{5}{3}x = 13x$ ، ومنها $C = 17x$. إذا جعلنا $x = t$ ، يكون $C = 17t$ ؛ الوصية السولى هي $\frac{7}{5}t$ والثانية $\frac{13}{5}t$. يأخذ الخوارزمي $t = 5$ ، فيحصل على $x = 5$ و $C = 85$ ؛ فتكون الوصية الأولى 7 والثانية 13؛ يبقى 65 للورثة (الأسهم الثلاثة عشر).

(١٤٧) ص. ٢٦٣، س. ٤ :

ليكن C المبلغ، و x السهم؛ لدينا (كما رأينا) ١٣ سهماً. الوصية هي:

$$\frac{1}{3}C - 2x - \left[\frac{1}{4} \left(\frac{2}{3}C + 2x \right) - x \right] = \frac{1}{6}C - x - \frac{1}{2}x$$

معادلة المسألة تُكتب على الشكل التالي:

$$\frac{5}{6}C + x + \frac{1}{2}x = 13x$$

ومنها $\frac{5}{6}C = 11x + \frac{1}{2}x$ ؛ فيكون $C = \frac{69}{5}x$. إذا كان $x = 5t$ ، يكون $C = 69t$ وتكون الوصية 4t.

(١٤٨) ص. ٢٦٣، س. ١٦ :

الورثة هم ابن وخمس بنات؛ فيكون عدد الأسهم ٧. ليكن C المبلغ،

وليكن x السهم؛ الوصية هي:

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) C - 2x - \frac{1}{4} \left[\frac{1}{3}C - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) C + 2x \right] = \frac{3}{8}C - \frac{5}{2}x$$

تُكتب معادلة المسألة: $\frac{5}{8}C = 7x - \frac{5}{2}x$ ، فيكون $C = \frac{36}{5}x$.

إذا كان $x = 5t$ ، يكون $C = 36t$ وتكون الوصية t . نذكر أن الخوارزمي

يكتب $\left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{6}\right) = \frac{4}{120}$ ويحتفظ بالمقام (المخرج) 120 في جزءٍ من عملياته الحسابية.

(١٤٩) ص. ٢٦٤، س. ١٤:

المقصود بـ "سهم الفريضة" المبلغ بأكمله (بالأسهم).

(١٥٠) ص. ٢٦٤، س. ١٧:

الورثة هم الأم، الزوجة وأربع أخوات. فيكون لدينا، بحسب الشريعة،

١٣ سهماً. يوضح النص أن الزوجة وإحدى الأخوات أخذتا منها ٥، دون

تحديد الحصص الخاصة بكل منهما. الوصية هي

$$\frac{1}{2}C - 5x - \frac{2}{7} \left[\frac{1}{3}C - \left(\frac{1}{2}C - 5x \right) \right] = \frac{1}{2}C - 5x - \frac{2}{7} \left(5x - \frac{1}{6}C \right) = \frac{23}{42}C - 5x - \frac{10}{7}x$$

معادلة المسألة هي

$$\frac{19}{42}C + 5x + \frac{10}{7}x = 13x$$

ومنها: $\frac{19}{42}C = 6x + \frac{4}{7}x$ فيكون

$$C = \frac{276}{19}x \quad \text{أي} \quad \frac{19}{42}C = \frac{46}{7}x \quad (١)$$

إذا كان $x = 19t$ ، يكون $C = 276t$. يختار الخوارزمي هنا $t = 7$ ويجعل

$x = 133$ ، فيكون $C = 1932$. تكون الوصية إذن: $203 = 1932 - 301$. ومن الجائز أن

الخوارزمي قد اختار $t = 7$ لكي يكون كل من الحدين $5x$ و $\frac{1}{6}C$ ، في حساب

الوصية، قابلاً للقسمة على 7. لنلاحظ أن باعتبار $t = 1$ ، يكون $x = 19$ و

$C = 276$ ؛ وهذان العددان لا ينقسمان على 7، إنما الفرق بينهما $5x - \frac{1}{6}C = 49$ ،

وهو عدد ينقسم على 7؛ نجد عند ذلك للوصية: $29 = 43 - 14$.

نلاحظ أيضاً أنّ الخوارزمي أشار إلى أنّه في حساب العبارة
 $\left[\frac{1}{3}C - \frac{1}{2}C + 5x \right]$ ظهر فرق "سالب"، $\frac{1}{3}C - \frac{1}{2}C = -\frac{1}{6}C$ ؛ فكتب العبارة على
 الشكل: $5x - \frac{1}{6}C$.

"حساب الدور"

"باب منه في التوزيع في المَرَض"

(١٥١) ص. ٢٦٥، س. ٧:

مال الرجل هو ١٠٠ درهم، والمهر ١٠ دراهم. ليكن x المبلغ، المقتر
 بالدرهم، الذي أوصت به الزوجة؛ يبقى للزوج $90 - x$ ومملك الزوجة
 $x + 10$. وبعد وفاة الزوج، يكون الميراث

$$90 - \left(x - \frac{1}{3} \cdot (10 + x) \right) = (90 - x) + \left(3 + \frac{1}{3} + \frac{x}{3} \right)$$

من هنا تأتي معادلة المسألة:

$$93 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x = 2x$$

فيكون

$$.x = \frac{280}{8} = 35$$

(١٥٢) ص. ٢٦٦، س. ٨:

معطيات هذه المسألة هي معطيات المسألة السابقة نفسها، لكن الزوجة
 هذه المرأة، كانت استدانّت مبلغاً يساوي مهرها. وتُصبح معادلة المسألة،
 بديهيّاً:

$$90 - x + \frac{x}{3} = 2x$$

ومنها

$$.x = 33 + \frac{3}{4}$$

نُذَكِّر أنَّ على الزوج، عند وفاة زوجته، أن يسدّد دينها وكذلك وصيّتها؛ كما أنه يرث نصف مال زوجته.

(١٥٣) ص. ٢٦٦، س. ٢٠:

نفترض كما في السابق، أنَّ الوصية هي x ، يبقى للزوج $90 - x$ وللزوجة $10 + x$ ، حيث نصف ما بقي لها يعود بالمرث إلى زوجها، أي $5 + \frac{x}{2}$. سبق للزوج أن قدّم وصية تساوي الوصية الأولى. بمجموع الوصيتين، أي $2x$ ، يجب أن يكون ثلث مال الزوج، فما يبقى للورثة يساوي $4x$ ؛ من هنا تكون المعادلة

$$،(90 - x) + \left(5 + \frac{x}{2}\right) - x = 4x$$

فيكون $11x = 190$ و $x = 17 + \frac{3}{11}$.

(١٥٤) ص. ٢٦٧، س. ١٤:

اقتطع من مال الزوج الذي هو ١٢٠ درهماً، المهرُ البالغ ١٠ دراهم، والوصية x التي هي ثلث مال الزوجة. يبقى إذاً $110 - x$. مال الزوجة هو $10 + 10 + x$. ثلث مالها وصية؛ ثلث آخر يعود لورثتها والثلث الأخير لورثة زوجها. لكن هذا الأخير عمل وصية أخرى هي، كما في المسألة السابقة، مساوية لوصية زوجته؛ بمجموع الوصيتين يكون $2x$. فُكِّبَ معادلة المسألة:

$$،110 - x + \frac{1}{3}(20 + x) - x = 4x$$

ومنها $5x + \frac{2}{3} = 116$ ، فيكون $x = 20 + \frac{10}{17}$.

"باب العتق في المَرَض"

(١٥٥) ص. ٢٦٨، س. ١-٢:

"وما بقي من بعد ذلك": المقصود ما بقي من مال العبد المتوفى.

(١٥٦) ص. ٢٦٨، س. ٣:

المقصود هنا اتفاقٌ عربيٌّ بين العبد المُعتَق والسَيِّد. وهذا العُرف يعطى، في حال وفاة السَيِّد قبل العبد، حقّاً لابن السَيِّد.

(١٥٧) ص. ٢٦٨، س. ٣:

"وليس للابنة شيء": أنظر الملاحظة الإضافية [٨] (الفصل اللاحق).

(١٥٨) ص. ٢٦٨، س. ٩-١٠:

أنظر الملاحظة الإضافية [٩] (الفصل اللاحق).

(١٥٩) ص. ٢٦٨، س. ١٣:

"وصية العبد": مبلغٌ يقبل السَيِّد أن يحسمه من الفدية.

(١٦٠) ص. ٢٦٨، س. ١٧:

"وذلك شيان": أنظر الملاحظة الإضافية [١٠] (الفصل اللاحق).

(١٦١) ص. ٢٦٨، س. ٢٠:

"مائة ومائون": أنظر الملاحظة الإضافية [١١] (الفصل اللاحق).

(١٦٢) ص. ٢٦٩، س. ١٦:

"وذلك ما كان للعبد": (ما كان له من الوصية). أنظر الملاحظة الإضافية [١٢] (الفصل اللاحق).

(١٦٣) ص. ٢٧٠، س. ٥:

أنظر الملاحظة الإضافية [١٣] (الفصل اللاحق).

(١٦٤) ص. ٢٧١، س. ٣:

أنظر الملاحظة الإضافية [١٤] (الفصل اللاحق).

(١٦٥) ص. ٢٧١، س. ١٥:

لئن العبدین هو نفسه: ٣٠٠ درهم؛ الوصیتان متساویتان، کلّ منهما x . بموت العبد الأول ويترك مبلغ ٥٠٠ درهم. كلفة إعتاقه $200 + x = 300 - x - 500$ ، نصف لا بته ونصف للسيد. فتكون معادلة المسألة

$$، (300 - x) + (300 - x) + 100 + \frac{x}{2} = 4x$$

$$. x = \frac{1400}{11} = 127 + \frac{3}{11} \text{ ويكون}$$

(١٦٦) ص. ٢٧٢، س. ١٣:

للسيد عبدٌ منه ٣٠٠ درهم؛ تلقى السيد سلفة تبلغ ٢٠٠ درهم لعنته. الوصية هي x ؛ يبقى أن يفي ليعتق $100 - x = 300 - x - 200$. يبلغ مال العبد عند وفاته $300 - (100 - x)$ ، إذ إنه ترك إضافة إلى ذلك ٣٠٠ درهم. وهذا المبلغ يقسم مناصفةً

بين ابنته والسيد. فتكون معادلة المسألة $2x = 100 - x + 100 + \frac{x}{2}$ ، ويكون $x = 80$.

يكون بدل العتق إذاً ٢٢٠ درهماً.

يتحقق الخوارزمي فيما بعد من الحساب: ميراث العبد يبلغ نظرياً ماله (300) + السلفة المدفوعة للسيد (200) - بدل العتق (280 = 300 + 200 - 220)، نصف هذا المبلغ مقتطع للابنة (140)؛ يبقى إذاً 160، ضعفا الوصية.

(١٦٧) ص. ٢٧٢، س. ١٧:

لحساب مقدار تركة حصص الميراث، نضيف المبلغ المقدم سلفاً للسيد إلى المال الحقيقي للعبد.

(١٦٨) ص. ٢٧٣، س. ٢:

المقصود هنا المال الحقيقي.

(١٦٩) ص. ٢٧٣، س. ١٢:

لئن العبد ٣٠٠ درهم. وهذا الأخير يملك ١٠٠٠ درهم؛ وكان سلف السيد ٥٠٠ درهم، فيكون ماله إذاً ١٥٠٠ درهم. نحسم الوصية x من بدل العتق؛ يبقى $300 - x$. فتركته إذاً $1200 + x$ ، منها $600 + \frac{x}{2}$ لابنته؛ يبقى (من الألف التي تركها العبد) مبلغ $400 - \frac{x}{2}$ العائد للسيد. من هذا المبلغ ندفع دينه، ٢٠٠ درهم. يعود الباقي للورثة؛ أي $200 - \frac{x}{2}$ ؛ فتكون معادلة المسألة $2x = 200 - \frac{x}{2}$ ويكون $x = 80$. ويتحقق الخوارزمي، بعد ذلك، من الحساب.

(١٧٠) ص. ٢٧٤، س. ١٤:

لئن العبد ٥٠٠ درهم. وهذا الأخير ترك قبل وفاته، ١٧٥٠ درهماً
وديناً يبلغ ٢٠٠ درهم. وكان قد سلف سيده ٦٠٠ درهم. بدّل العتق
يساوي $x - 500$. فتكون التركة

$$1750 - 200 + 600 - (500 - x) = 1650 + x$$

للتقسيم بين أمّه وسيده بنسبة $\frac{1}{3}$ للأم و $\frac{2}{3}$ للسيد. يعود للأم $550 + \frac{x}{3}$ ، ويبقى
 $700 - \frac{x}{3}$. فتكون معادلة المسألة $2x = 700 - \frac{x}{3}$ ويكون $x = 300$.
ويتحقق الخوارزمي بعد ذلك من الحساب.

١٧١ - ص. ٢٧٥، س. ٧:

يُقتطع بدّل العتق من مال العبد؛ يبقى إذاً $x = 300 - (300 - x)$.
فيكون $\frac{x}{2}$ لابنته و $\frac{x}{2}$ للسيد. تموت البنت، ومألها هو $300 + \frac{x}{2}$ ، ونصفه
 $150 + \frac{x}{4}$ ، يعود لزوجها والنصف الآخر للسيد. فيكون مال السيد:

$$300 - x + \frac{x}{2} + 150 + \frac{x}{4} = 450 - \frac{x}{4}$$

فتكون معادلة المسألة $2x = 450 - \frac{x}{4}$ ويكون $x = 200$.

(١٧٢) ص. ٢٧٦، س. ١٣:

أنظر الملحوظة الإضافية [١٥] (الفصل اللاحق).

(١٧٣) ص. ٢٧٦، س. ١٤:

"وهب" تعني إذاً، في هذه المسألة وفي المسائل اللاحقة، تخلّى عن العبد (أو
الجارية) إلى آخر مُقابل مبلغ أقلّ من ثمنه (أو ثمنها)؛ فيقلّ المهر (أو العقر) عند
ذلك بالنسبة نفسها.

(١٧٤) ص. ٢٧٧، س. ٧:

أنظر الملحوظة الإضافية [١٦] (الفصل اللاحق).

(١٧٥) ص. ٢٧٧، س. ١١:

"بينهما": أي بين الموصى لهما الاثنين.

(١٧٦) ص. ٢٧٨، س. ٣:

كما في المسألة السابقة، ثمن العبد هو وصية. الوصيتان الأخريان متساويتان. مجموع الوصايا يكون إذاً $100 + x + x$. تُكتب معادلة المسألة إذاً:

$$(500 - x) + \left(100 - \frac{x}{5}\right) - x = 2(100 + 2x)$$

فيكون

$$. x = \frac{2000}{31} = 64 + \frac{16}{31}$$

(١٧٧) ص. ٢٧٨، س. ١٩:

لتكن x الوصية من قيمة الجارية؛ فالوصية الثانية تكون $\frac{3}{4}x$. معادلة المسألة تُكتب إذاً:

$$، (500 - x) + \left(100 - \frac{x}{5}\right) - \frac{3}{4}x = 2\left(100 + x + \frac{3}{4}x\right)$$

أي

$$، 300 - \frac{39}{40}x = 100 + \frac{7}{4}x$$

فيكون

$$. x = 73 + \frac{43}{109}$$

"باب العقر في الدور"

(١٧٨) ص. ٢٧٩، س. ٤:

المقصود بالكلمة "هبة"، فمن العبد (راجع التعليق السابق، ١٧٣ من هذا الفصل).

(١٧٩) ص. ٢٧٩، س. ٥:

"الانتقاص للعقر": ما يبقى بعد الطرح.

(١٨٠) ص. ٢٧٩، س. ١٠:

لتكن x الوصية من ثمن امرأةٍ جارية، ثمنها ٣٠٠ درهم ومهرها (عقرها) ١٠٠ درهم. يعود للورثة $300 - x + 100 - \frac{x}{3}$ ، وهذا يوافق ضعف الوصية. معادلة المسألة تُكتب إذاً: $400 - \frac{4}{3}x = 2x$ ، فيكون $x = 120$.
وبحسب الشريعة، $\frac{x}{3}$ هو المهر لأنَّ الموهوب له ساكنَ الجارية.

(١٨١) ص. ٢٧٩، س. ١٨:

كما في المسألة السابقة، يدفع الموهوب له $300 - x$ للجارية؛ لكنَّ الواهب، وبما أنَّه ساكنها، عليه أن يدفع ثلث الوصية كمهر. لتكن x الوصية؛ معادلة المسألة تُكتب: $300 - x - \frac{x}{3} = 2x$ ، فيكون $x = 90$.

(١٨٢) ص. ٢٨٠، س. ٣:

المقصود بـ "الانتقاص" هو الفرق.

(١٨٣) ص. ٢٨٠، س. ١١ :

"إليه": المقصود إلى الموصى له، كما تؤكد المسألة اللاحقة؛ فالوصية بأكملها تكون إذا شيئاً مع ثلث الشيء.

(١٨٣) ص. ٢٨٠، س. ١١-١٢ :

أنظر الملاحظة الإضافية [١٧] (الفصل اللاحق).

(١٨٤) ص. ٢٨٠، س. ١٤ :

"بينهما": أي بين الذي يستلم العبد والموصى له.

(١٨٥) ص. ٢٨٠، س. ١٧ :

"لآخر": من السياق، يبدو أن المقصود هو رأي أبي يوسف، تلميذ أبي حنيفة.

(١٨٦) ص. ٢٨٠، س. ١٣-٢٣ :

أنظر الملاحظة الإضافية [١٨] (الفصل اللاحق).

(١٨٧) ص. ٢٨١، س. ١-٨ :

يتوجب على الموهوب له أن يُعيد $\left(100 - \frac{x}{3}\right) + (300 - x)$. لكن الواهب ساكن الجارية؛ فعليه أن يسدّد $\frac{x}{3}$. فالوصية تكون إذا $x + \frac{x}{3}$. يبقى للورثة:

$$\cdot \left(400 - x - \frac{x}{3}\right) - \frac{x}{3} - \left(x + \frac{x}{3}\right) = 400 - 3x$$

معادلة المسألة تُكتب: $400 - 3x = 2\left(2x + \frac{2}{3}x\right)$ ، ويكون $x = 48$.

(١٨٨) ص. ٢٨٢، س. ١٠ و ١٢ و ١٥ :

"ورّد العقر": المقصود أنّه ردّ جزءاً من المهر (أو العقر).

(١٨٩) ص. ٢٨٢، س. ٢٠ :

ليكن A الواهب و B الموهوب له. يوصي A لـ B بـ x على الـ ٣٠٠ درهم، ثمن الجارية. مهر هذه الأخيرة هو ١٠٠ درهم. فعلى B إذاً أن يعيد إلى ورثة A المبلغ $300 - x$ ، وكذلك "جزءاً" من x ؛ ليكون y هذا الجزء. يمتلك B إذاً $x - y$ ، لكنّ عليه أيضاً أن يسدّد $100 - \frac{x}{3}$ ، ويقتطع من هذا المبلغ $\frac{1}{3}(x - y)$. لدينا إذاً معادلة أولى هي:

$$x - y - 100 + \frac{x}{3} + \frac{1}{3}(x - y) = 2y$$

ومنها

$$y = \frac{x}{2} - 30$$

يعود إذاً لورثة A:

$$300 - x + y + \left(100 - \frac{x}{3}\right) - \frac{1}{3}(x - y)$$

أي $360 - x$. وهذا المبلغ يساوي

$$2\left[x + \frac{1}{3}(x - y)\right] = 2\left(\frac{7}{6}x + 10\right)$$

تُكتب معادلة المسألة إذاً على الشكل:

$$180 - \frac{x}{2} = \frac{7}{6}x + 10$$

فيكون

$$x = 102 \quad \text{و} \quad y = 21$$

"باب السلم في المرض"

(١٩٠) ص. ٢٨٣، س. ٥:

"ثرد الكر وقيمته عشرة دراهم": المقصود هنا دها إلى الورثة.

(١٩١) ص. ٢٨٣، س. ١٠:

يسدّد A المريض لـ B ٣٠ درهماً من أجل كَيْلٍ من الغذاء يساوي ١٠ دراهم. يموت A. كمّ على B أن يعيد إلى الورثة؟ أو، بشكلٍ آخر، كمّ كان على A أن يترك لـ B؟

إذا أعطى B الكَيْل، يبقى ٢٠ درهماً؛ إذا أرجعها للورثة، فله على هؤلاء وصيّة قيمتها x ، بحيث يكون $10 + 20 - x = 2x$ فتكون $x = 10$. في الحقيقة، يكون B قد أرجع $20 - x = 10$.

(١٩٢) ص. ٢٨٤، س. ١٠:

يسدّد A لـ B ٢٠ درهماً من أجل كَيْلٍ من الغذاء يساوي ٥٠ درهماً. رجع عن قوله خلال مرضه ومات. على B أن يعيد إلى الورثة $\frac{4}{9}$ الكَيْل و $\frac{5}{9}$ من الـ ٢٠ وهي السُلْفَة المدفوعة، وهذا يجب أن يُشكّل ثُلثي الـ ٥٠.

إذا جعلت الوصية x على الـ ٢٠ درهماً السلفة لـ A، يجب أن

نقتطع الكمية $\left(2x + \frac{x}{2}\right)$ من المبلغ وأن نُسَدِّد للورثة. يعود للورثة:

$$20 - x + \left(2x + \frac{x}{2}\right) = 20 + \frac{3x}{2}$$

ونصف ذلك يساوي ثلث المبلغ:

$$10 + \frac{3}{4}x = \frac{1}{3} \times 50 \quad \text{و} \quad x = 8 + \frac{8}{9}$$

فيكون $\frac{x}{20} = \frac{4}{9}$ ، ويكون، بالتالي:

$$2x + \frac{x}{2} = 50 + \frac{4}{9} = 22 + \frac{2}{9} \quad \text{و} \quad 20 - x = 20 \times \frac{5}{9} = 11 + \frac{1}{9}$$

والكمية المردودة للورثة هي $33 + \frac{1}{3}$ ، وهي ثلثا الـ ٥٠ درهماً. فيكون إذاً B قد دفع

أكثر بكثير من السلفة التي تلقاها.

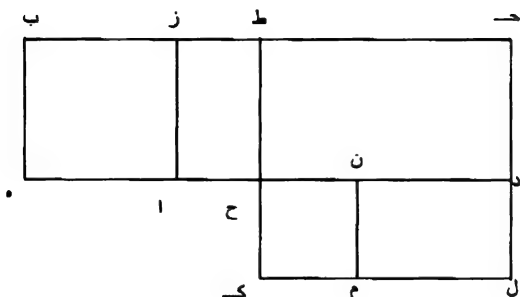
ملحوظات إضافية

[١: ص. ١٧٦، س. ١٣ - ص. ١٧٧، س. ٨].

النص يختلف في الترجمة اللاتينية عنه في المخطوطات العربية الأخرى. هذه هي ترجمة النص اللاتيني لجيمار دو كريمون حسب تحقيق ب. هوغز (B. Hughes)، ص. ٢٣٩، س. ٦٦-٨٠:

"ولنعمل بعد ذلك سطحاً مربعاً متساوي الأضلاع والزوايا على ح كـ،
وليكن سطح م ح. وقد بينا من قبل أن ح ط مساو لـ ه ب. ولكن ه ب
مساو لـ آ ه، ف ح ط مساو لـ آ ه. ولكن ط كـ مساو لـ ح ط مساو لـ ح
ه، ف ح آ الباقي مساو لـ ح كـ الباقي. ولكن ح كـ مساو لـ م ن،
ف م ل مساو لـ ح آ. وكان ط كـ مساوياً لـ كـ ل، وح كـ
مساو لـ م كـ، ف م ل الباقي مساو لـ ح ط الباقي، فسطح ل ن
مساو لسطح ط آ. ولقد بينا من قبل أن سطح ل ط هو خمسة وعشرون،
ولهذا فمن البين أن سطح ح ح الذي زاد عليه سطح ل ن مساو لسطح
جـ آ، الذي هو واحد وعشرون.

فلما نقصنا من سطح ل ط سطح جـ ح وسطح ن ل، اللذين هما
واحد وعشرون، بقي لنا سطح صغير، وهو سطح ن كـ، وهو فضل ما
بين واحد وعشرين وخمسة وعشرين، وهو أربعة، وجذرها ح كـ، وهو
مساو لـ ح آ، وهو اثنان. ولكن ح ه هو نصف الأضلاع، وهو خمسة. وقد
نقصنا منه ح آ، وهو اثنان، فبقي ثلاثة وهو خط آ ه الذي هو جذر المال،
والمال تسعة؛ وذلك ما أردنا أن نبين."



وفيما يلي النصّ اللاتيني

"Post hoc faciamus super *hk* superficiem quadratam equalium laterum et angulorum, que sit superficies *mh*. Et iam scivimus quod *ht* est equalis *eb*. Sed *eb* est equalis *ae*. Ergo *ht* est equalis *ae*. Sed *tk* iam fuit equalis *he*. Ergo *ha* reliqua est equalis relique *hk*. Sed *hk* est equalis *mn*. Ergo *mn* est equalis *ha*. Sed *tk* iam fuit equalis *kl*, et *hk* est equalis *mk*. Ergo *ml* reliqua est equalis *ht* relique. Ergo superficies *ln* est equalis superficiei *ta*. Iam autem novimus quod superficies *lt* est viginti quinque. Nobis itaque patet quod superficies *gh* addita sibi superficiei *ln* est equalis superficiei *ga* que est viginti unum. Postquam ergo minuerimus ex superficiei *lt* superficiem *gh* et superficiem *nl*, que sunt viginti unum, remanebit nobis superficies parva que est superficies *nk*. Et ipsa est superfluum quod est inter viginti unum et viginti quinque. Et ipsa est quattuor cuius radix est *hk*. Sed ipsa est equalis *ha* et illud est duo. Sed *he* est medietas radicum, que est quinque. Cum ergo minuerimus ex ea *ha* que est duo, remanebit tres qui est linea *ae* que est radix census. Et census est novem. Et illud est quod demonstrare voluimus".

[٢: ص. ١٩٦، ص. ٧].

كتب ناسخ المخطوطة [أ] في الهامش من نسخة أخرى: "قياسه أن تعلم أنك إذا ضربت ثلث شيء في ربع شيء صار نصف سلس مال يعدل". وهذه العبارة هي التي يبدأ بها كل من مخطوطتي [ب، ع]. وهي العبارة التي يبدأ بها أيضاً [ل]، يقول:

Cuius regula est quoniam tu nosti quod cum tu multiplicas tertiam rei in quartam rei, provenit medietas sextet census que est equalis ... (تحقيق هوغز، éd. Hughes, p. 249, 83-85).

وفي [ح] نجد: "قياسه: أنك إذا ضربت ثلث شيء في ربع شيء صار نصف سلس مال يعدل ...". وهي نفس العبارة. ولكن ينقصها فقط "أن تعلم".

[٣: ص. ٢٠٩، ص. ١٥-١٦].

فأكمل مآلك، وهو أن تضرب الأربعة الأمتساع في اثنين وربع، فيكون مالا:

Cum ergo vis ut multiplices quattuor nonas donec reintegres censum tuum, multiplica igitur omne quattuor in duo et quartam, et multiplica novem in duo et quartam (تحقيق هوغز éd. Hughes, p. 254, 142-144).

وهو قريب من [ب، ع].

[٤: ص. ٢١٢، ص. ١-٣].

نجد في المخطوطة [ك] بدلاً من "فتكون الأجزاء الخمسة خمسة وعشرين جزءاً، وتضرب الاثني عشر في مثلها فتكون مائة وأربعة وأربعين. فذلك خمسة وعشرون من مائة وأربعة وأربعين من مال":

Erunt ergo quinque partes in se multiplicatae, viginti quinque partes centessime quadragessime quarte census (تحقيق هوغز éd. Hughes, p. 259, 81-82).

[٥: ص. ٢٨٢، س. ٧ - ١٨].

يتبع الخوارزمي هنا كعاداته مذهب أبي حنيفة. يقول الخزاعي: "وعلى مذهب أبي يوسف وزفر يكون الشيء مائة وعشرين درهماً وذلك وصية الواهب للموهوب له، ووصية الموهوب له للواهب نصف ذلك إلا ثلاثين درهماً وذلك ثلاثون درهماً، وعلى مذهب محمد <الشيبياني> الشيء مائة وستة وعشرون درهماً وأثنا عشر جزءاً من ثلاثة عشر من درهم، وذلك وصية الواهب للموهوب له، ووصية الموهوب له للواهب ثلث ما بقي بعد رفع العقر الذي لزمه" (٩٤-٩).

[٦: ص. ٢٣٧، س. ١٦].

ليكن C المال. تبلغ قيمة الوصية $\frac{1}{9}C$ ، فيبقى $\frac{8}{9}C$ لتوزع بين الورثة. ومنها تأخذ الزوجة الـ $\frac{1}{4}$ والأم الـ $\frac{1}{6}$ ، فتأخذ الاثنتان الـ $\frac{5}{12}$ ؛ فيبقى الـ $\frac{7}{12}$ لتوزع بين الأخ، الذي يجب أن يأخذ نصفها، أي $\frac{7}{24}$ ، والأختين، فتأخذ كل منهما الـ $\frac{7}{48}$. تُوافق الـ $\frac{8}{9}C$ إذا ٤٨ حصّة، ومنها المعادلة $\frac{8}{9}C = 48x$ ، فيكون $C = 54x$ (بدل أن يضرب الخوارزمي كلّ طرفٍ بـ $\frac{9}{8}$ يضيف لكل طرفٍ ثمنه). إذا اعتبرنا x وسيطاً، تكون الوصية $6x$ ، وتكون الحِصص على التوالي: $12x$ للزوجة، $8x$ للأم، $14x$ للأخ و $7x$ لكل واحدة من الأختين. إذا اعتبرنا C وسيطاً، تكون الوصية $\frac{C}{9}$ ، وتكون الحِصص على التوالي: $\frac{2}{9}C$ ، $\frac{4}{27}C$ ، $\frac{7}{27}C$ و $\frac{7}{54}C$.

[٧: ص. ٢٦٠، س. ١٠].

في هذه المسألة، يُقسّم الإرث بين ثلاثة أبناء، وابنتين وأربع وصايا.

(أ) ليكن C المال، و x حصّة الابنة و $2x$ حصّة الابن. يأخذ الخوارزمي أولاً الدرهم d كوحدة أو كوسيط ويضع $C = 24d$. فتكون الوصية الأولى $x + d$ والوصية الثانية $\frac{1}{5}(6d - x - d) + d = 2d - \frac{x}{5}$. ويكون الثلث $8d$ ؛ فيبقى إذاً من الثلث $5d - \frac{4}{5}x$ ، والوصية الثالثة هي $\frac{1}{4}(5d - \frac{4}{5}x) + d = \frac{9}{4}d - \frac{1}{5}x$. ويبقى إذاً من الثلث $\frac{11}{4}d - \frac{3}{5}x$. وتكون الوصية الرابعة $3d$ ، ولدينا

$$\left(\frac{11}{4}d - \frac{3}{5}x\right) - 3d = -\left(\frac{1}{4}d + \frac{3}{5}x\right)$$

والذي ينقص (أي) $\left(\frac{11}{4}d - \frac{3}{5}x\right) = 3d - \left(\frac{1}{4}d + \frac{3}{5}x\right)$ سوف يؤخذ من الثلثين، أي على $16d$ ؛ عندئذٍ، تُكتب المعادلة على النحو التالي

$$16d - \left(\frac{1}{4}d + \frac{3}{5}x\right) = 8x$$

أي

$$15d + \frac{3}{4}d = 8x + \frac{3}{5}x$$

فيكون

$$\frac{63}{4}d = \frac{43}{5}x \quad \text{و} \quad \frac{315}{172}d = d + \frac{143}{172}d \quad \text{(حيث } d = \frac{1}{24}C \text{)}$$

(ب) مع المعطيات عنها، تكون الوصية الأولى $x + d$ ؛ والوصية الثانية

$$\frac{1}{5}\left(\frac{1}{4}C - x - d\right) + d \quad \text{ويكون المجموع} \quad \frac{1}{20}C + \frac{4}{5}x + \frac{9}{5}d. \quad \text{يبقى من الثلث:}$$

$$\frac{1}{3}C - \frac{1}{20}C - \frac{4}{5}x - \frac{9}{5}d = \frac{17}{60}C - \frac{4}{5}x - \frac{9}{5}d$$

بعد الوصية الثالثة، يبقى من الثلث:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{17}{60}C - \frac{4}{5}x - \frac{9}{5}d\right) - d = \frac{17}{80}C - \frac{3}{5}x - \frac{27}{20}d - d$$

والوصية الرابعة هي $\frac{C}{8}$ ، فتكون معادلة المسألة:

$$\frac{2}{3}C - \frac{C}{8} + \frac{17}{80}C - \frac{3}{5}x - \frac{27}{20}d - d = 8x$$

أي

$$\frac{181}{240}C = \frac{47}{20}d + \frac{43}{5}x \quad (١)$$

ونستنتج منها $C = \frac{564}{181}d + \frac{2064}{181}x$. فإذا كان $x = 181t$ و $d = 181t$ ، يكون

$C = 2628t$. وهكذا، إذا كان $t = 2$ ، يكون $x = 362$ ، $d = 362$ و $C = 5256$ ، وهي

قيم أعطاهما الخوارزمي. في هذه الحالة، يكون لدينا: الوصية الأولى $x + d = 724$ ؛

والوصية الثانية $480 = d + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{4}C - 724\right)$. فيكون مجموع هاتين الوصيتين 1204؛

الوصية الثالثة هي $499 = d + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C - 1204\right)$ ؛ والرابعة هي $657 = \frac{1}{8}C$ ؛ ومجموع

الوصايا يكون 2360. نتحقق من أن $C - S = 8x$ ؛ أي $2896 = 8 \times 362$.

ملاحظة: إذا اعتبرنا d وحدة أو وسيطاً، تكون المعادلة (١) معادلة من الدرجة الأولى

مجهولين؛ أي أنها غير محدّدة ويكون أحد المجهولين تابعاً للمجهول الآخر؛ على سبيل المثال

$$x = \frac{181C - 564d}{2064} \quad (٢) \quad \text{أو} \quad C = \frac{2064x + 564d}{181} \quad (٣)$$

انطلاقاً من (٣)، إذا وضعنا $C = 24d$ ، نجد $x = \frac{315}{172}d$ ، وهي نتيجة أ. انطلاقاً من

(٢)، يعطي الخوارزمي قيمة عددية لـ x و لـ d ، مما يتيح حساب C والوصايا.

[٨: ص. ٢٦٨، س. ٣].

نقتطع من مال العبد، ثلثي ثمنه وما يجب أن يؤدّيه العبد الآخر لسيّده ليعتقه؛

ليكن s مجموع المبلغين و r الباقي. توجد حالتان:

الحالة الأولى: إذا مات العبد قبل السيّد، يعود للسيّد $\frac{r}{2}$ وعند وفاة هذا الأخير يجب أن نقسّم $s + \frac{r}{2}$ بين ابن السيّد وابنته: $\frac{2}{3}(s + \frac{r}{2})$ للابن و $\frac{1}{3}(s + \frac{r}{2})$ للابنة. فيبقى إذاً $\frac{r}{2}$ لابنة العبد.

الحالة الثانية: إذا مات العبد بعد السيّد، نقسّم s بين ابن السيّد وابنته: $\frac{2}{3}s$ للابن و $\frac{1}{3}s$ للابنة. يبقى أن نقسّم الباقي r بين ابنة العبد وابن السيّد، $\frac{r}{2}$ لكل منهما.

[٩: ص. ٢٦٨، س. ١٠].

إذا أعتق رجلٌ عبداً منه p ، دون أن يملك شيئاً آخر، فعلى العبد أن يسدّد $\frac{2}{3}p$. إذا سبق للسيّد أن حصل على هذا المبلغ قبل وفاته، فعلى العبد حينئذٍ أن يدفع ثلث الباقي (أي $\frac{1}{9}p$) لورثته. إذا سبق للعبد أن دفع p ، فلا يتوجّب عليه شيء.

[١٠: ص. ٢٦٨، س. ١٧].

في هذه المسألة وفي المسائل اللاحقة، يُفترض أن تبلغ الوصية (أو الوصايا) ثلث ما يملك السيّد؛ فيبلغ ما بقي للورثة ضعف ما بلغت الوصية (أو الوصايا).

[١١: ص. ٢٦٨، س. ٢٠].

في هذه المسألة، كما في كلّ المسائل التي تحتوي على وصية (أو وصايا)، يجب ألا تتجاوز هذه الوصية (أو مجموع هذه الوصايا)، حسب القانون، ثلث قيمة الإرث. ومعادلة هذه المسألة تُكتب على النحو التالي: $2x = (300 - x) + \frac{x}{2}$ ، من هنا $x = 120$. فالوصية إذاً هي 120 والثلث المدفوع من قبل العبد هو 180.

[١٢: ص. ٢٦٩، س. ١٦].

ليكن ثمن العبد 300 درهماً، ولتكن الوصية x ، فكلفة عتق العبد $300 - x$. لكن العبد يملك 400 درهماً وعليه دين قيمته 10 دراهم. فيكون إرثه $90 + x = 400 - (300 - x) - 10$. أوصى منه بالثلث، فيبقى $60 + \frac{2}{3}x$ يُقسَم إلى ثلاثة أجزاء متساوية بين السيد وابني العبد. ومعادلة المسألة هي:

$$300 - \frac{7}{9}x = 2x \quad \text{أي} \quad (300 - x) + \left(20 + \frac{2}{9}x\right) - 20 = 300 - \frac{7}{9}x$$

فيكون $x = 108$.

[١٣: ص. ٢٧٠، س. ٥].

ليكن ثمن العبد 300 درهماً. لا يملك السيد سوى عبدَيْن. تقاضى السيد سلفاً 200 درهماً كدفعة على الحساب لإعتاق عبد. لحظة وفاة السيد، بلغت قيمة ما يملك $400 = 300 + 100$ درهماً (ثمن العبد الآخر والـ 100 درهماً المتوجبة على الأول). على ثلث هذا المبلغ (الوصية) أن يتوزع بين العبدَيْن؛ يعود لكل واحدٍ منهما $66 + \frac{2}{3}$. فلم يعد متوجباً على العبد الأول سوى $33 + \frac{1}{3} = 66 + \frac{2}{3} - 100$ وعلى الثاني سوى $\frac{1}{6} + 233 = 300 - \left(66 + \frac{2}{3}\right)$.

[١٤: ص. ٢٧١، س. ٣].

ليكن ثمن عبد من العبدَيْن 300 درهماً و ثمن العبد الثاني 500 درهماً؛ الوصيتان متناسبتان: x و $\frac{5}{3}x$ ؛ ويبلغ ثمن الإعتاق $300 - x$ و $500 - \frac{5}{3}x$ على التوالي. يموت العبد

الأول ويترك مبلغاً من 400 درهماً. من هذا المبلغ، نقتطع ثمن العتق؛ يبقى $100 + x$ ، ليتوزع مناصفةً بين ابنته وورثة السيد. معادلة المسألة هي:

$$(300 - x) + \left(500 - \frac{5}{3}x\right) + \left(50 + \frac{1}{2}x\right) = 2\left(x + \frac{5}{3}x\right)$$

من هنا يكون

$$x = \frac{1700}{15} = 113 + \frac{1}{3}$$

وهي الوصية الأولى. والوصية الثانية تكون $500 - \frac{5}{3}x = 188 + \frac{2}{3}$. كان على العبد الأول

أن يدفع $300 - x = 186 + \frac{2}{3}$ والثاني $113 + \frac{1}{9}$.

[١٥: ص. ٢٧٦، ص. ١٣].

يملك العبد مبلغاً قيمته 500 درهماً، ولئن عتقه يبلغ $300 - x$ ؛ يبقى عنده

$200 + x$. أوصى بثلث هذا المبلغ، أي $66 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x$. فبرث كل من الابنة والسيد

الثلث بالتساوي. يملك الابنة إذاً $366 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x$ ؛ أوصت بالثلث، أي $122 + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}x$

فيبقى $244 + \frac{4}{9} + \frac{2}{9}x$. ترث الأم ثلث هذا المبلغ، أي $81 + \frac{4}{9} + \frac{1}{27} + \frac{2}{27}x$ ، ويرث السيد

الثلثين، أي $162 + \frac{8}{9} + \frac{2}{27} + \frac{4}{27}x$. ويعود مجموع المبالغ المحصلة من قبل السيد إلى ورثته:

$$(300 - x) + \left(66 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x\right) + 162 + \frac{8}{9} + \frac{2}{27} + \frac{4}{27}x$$

يلغ هذا المجموع ضعف الوصية للعبد. فتكون معادلة المسألة كما يلي:

$$529 + \frac{17}{27} - \frac{14}{27}x = 2x$$

أي

$$x = 264 + \frac{22}{27} - \frac{7}{27}x$$

$$x = 210 + \frac{5}{17}$$

[١٦: ص. ٢٧٧، ص. ٧].

يبلغ لمن الجارية 500 درهماً، فيكون لمن عتقها $500 - x$ ؛ تدل x ، كما هي الحال دائماً، على الوصية. يبلغ لمن العبد 100 درهماً؛ وسبق له أن أعتق. يُعتَبَرُ ثمنه وصية؛ فيبلغ مجموع ما أوصي به $100 + x$. تُخَفَّضُ عقر الجارية إلى $100 - \frac{1}{5}x$.

وبما أن مجموع ما أوصي به، $(100 + x)$ ، ثلث ما يملك السيد، فإن ما بقي للورثة يبلغ ضعف هذا المجموع. فتكون معادلة المسألة كما يلي:

$$(500 - x) + \left(100 - \frac{x}{5}\right) = 2(100 + x)$$

$$x = 125.$$

ملاحظة: في هذه المسألة، كما في المسائل الخمس اللاحقة، وحده التخفيض x اللاحق بثمان العبد يُعتَبَرُ وصية لتكوين المعادلة: لا يُعتَبَرُ تخفيض العقر وصية. لكن هذا لا ينطبق على المسائل التي تلي هذه المجموعة.

[١٧: ص. ٢٨٠، ص. ١٢].

لقد ساكنت الجارية الواهب والموهوب له؛ يدفع هذا الأخير $300 - x$ مقابل الجارية و $100 - \frac{x}{3}$ مقابل العقر، لكن الواهب يعطيه $\frac{x}{3}$ ، حيث x هي الوصية. تُكْتَبُ معادلة المسألة كما يلي:

$$، (300 - x) + \left(100 - \frac{x}{3}\right) - \frac{x}{3} = 2x$$

$$. 300 - x = 109 + \frac{10}{11} \text{ ويكون } x = 109 + \frac{1}{11}$$

ملاحظة: ينسب الخوارزمي هنا صراحةً إلى الفقيه الشهير أبي حنيفة مؤسس الفقه الشرعي الإسلامي - حساباً جبرياً. وكذلك يأتي على ذكر حلّ أعطاه قانوني آخر لم يذكر اسمه. وهذه شهادة ترتدي أهمية خاصة.

[١٨: ص. ٢٨٠، س. ٢٣].

لقد ساكن الواهب الجارية، فعلى الموهوب له أن يعيد $300 - x - \frac{x}{3}$ فتكون الوصية إذاً $x + \frac{x}{3}$. فيبقى بين يدي الورثة $300 - 2x - \frac{2x}{3}$ ، وهذا يجب أن يساوي ضعف مجموع الوصايا. فتكتب معادلة المسألة كما يلي:

$$، 300 - 2x - \frac{2}{3}x = 2\left(2x + \frac{2x}{3}\right)$$

$$. \text{ ويكون } x = 37 + \frac{1}{2}$$

مُعْجَم مفردات الكتاب

تُقدِّم في ما يلي لائحة بالكلمات والتعابير التي استخدمها الخوارزمي في كتابه وما يقابلها في الترجمة الفرنسية للنص والموجودة في الصيغة الفرنسية لكتابنا:

Al-Khwārizmī, Le Commencement de l'algèbre - Texte établi, traduit et commenté par R. Rashed; Blanchard, Paris 2007,

وهي الصيغة الأصلية التي وُضِعَ فيها والتي نُقِلَ منها إلى العربية في كتابنا هذا.

toujours	أبد أبداً: ١٨٣، ٢٠١، ٢١٧، ...
achever; parvenir	أتى أتى: ١٧٢، ١٧٩
unités	أحد أحاد: ١٨٠
prendre; (on prend)	أخذ أخذ (الجزر): ١٦٩، ١٧٠ مأخوذ: ٢٠١
belles lettres hommes de lettres	أدب أدب: ١٦٦ أهل الأدب: ١٦٦
mener; rembourser; rendre	أدى أدى: ١٧٤، ١٨٤، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧٠
composer	ألف ألف: ١٦٦
moins	إلا
premier; début	أول أول م أولى: ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤، ... ٢٠٥
nécessairement; devoir	بد لا بد: ١٧٩، ١٨٠، ١٩١، ...
Commencer	بدأ بدأ: ٢٧٦

démonstration	برهان بُرْهَان: ٢٢٣
Après, une fois	بعد بَعْد: ١٨٨, ١٨٧, ١٨٣, ...
partie	بعض بَعْض: ٢٨٢, ٢٨١
certain; quelques	بعض: ٢٣٨, ٢١١, ١٦٧
les uns par les autres; les uns aux autres	بعضها في بعض, إلى بعض: ١٨٠, ١٨١, ٢٢١
il faut que	ينبغي يَنْبَغِي أَنْ: ١٨٥, ١٨٤, ١٦٩, ...
rester	بقي بَقِيَ: ١٧١, ١٧٠, ١٦٩, ...
reste, qui reste	باق بَاق: ١٨٨, ١٨٧, ١٦٢, ...
parvenir; obtenir	بلغ بَلَغ: ١٧٣, ١٧٠, ١٦٩, ...
aussi loin que l'on aille,	بالغا ما بلغ: ١٨٥
somme, produit	مبلغ: ٢٢٨, ١٧٢
construction	بناء بِنَاء: ١٧٤
chapitre;	باب بَاب
procédé;	باب ج أبواب: ١٨٤, ١٨٠, ...
sorte	١٦٩, ١٧١, ... ١٧٢, ١٧١
clair	بين بَيْن: ١٨٩
montrer	بين: ٢٣٢, ١٨١, ١٧٢
Ce qu'il fallait démontrer	و ذلك ما أردنا أن نبين: ١٧٧, ١٧٩, ...
qui montre	مبين: ١٨٤
non proportionnel	مباين: ٢١٩, ٢١٨, ٢١٧
être clair	تبين: ١٨٨, ١٧٨, ١٧٦
non proportionnel	متباين: ٢١٨, ٢١٧
faire suivre	تبع اتَّبَعَ: ١٩١

laisser	ترك: ٢٣٧، ٢٣٦، ٢٣٥ ...
succession	تركة: ٢٧٥، ٢٧٣، ٢٧١
neuvième	تسع تسع ج اتصاع: ١٨٦، ١٩٢ ...
achever; compléter; rendre entier	تم
complément	تم (تمام): ١٦٧، ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥ ...
complet; entier	تمام: ٢٢٩ تام: ١٦٨، ١٧٠، ٢٥١، ٢٠٦
tiers	ثلث
trois fois; triple	ثلث ج اثلث: ١٦٧، ١٨٢ ...
troisième	ثلاثة أمثال (انظر أمثال)
tripler	ثالث: ٢٢٤، ٢٣٠
triangle	ثلث: ١٦٧
- aigu	مثلث، مثلثة ج ات: ٢٢٠، ٢٢١ ...
- équilatéral	- حادة: ٢٢٦، ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٣١
- obtus	- متساوي الأضلاع: ٢٢٠، ٢٢٨
- rectangle	- منفرجة: ٢٢٦، ٢٢٧
triangulaire	- قائم (قائمة) الزاوية: ٢٢٢، ٢٢٦، ٢٢٧
terrain triangulaire	مثلث، مثلثة: ٢٢٢، ٢٣٣ قطعة أرض مثلثة: ٢٣٣
prix	ثمن
quantité évaluée	ثمن: ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩ مثن: ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩
deuxième	ثني
doubler	ثان: ١٩٢، ٢١٨، ٢٢٤
diminuer; soustraire; retrancher; enlever	ثني: ١٦٧
ce qui est à soustraire	استثنى: ١٨١، ٢٣٦، ٢٤٥ ...
diminué ; retranché ; ce qui est soustrait	استثناء: ٢٦٣، ٢٦٤ مستثنى: ١٨٠، ١٩٠، ٢٥١
se présenter	جاء جاء: ١٧١

restaurer	جبر
al-jabr et al-muqābala	جبر: ١٩٠، ١٩١، ١٩٣ ... الجبر و المقابلة: ١٦٦، ١٦٧، ١٩١
racine	جذر جذر ج جنور، أجزار: ١٦٧، ١٦٨ ...
partie	جزأ جزء ج اجزاء: ١٨٢، ١٩٢ ...
solide carré	جسم مجسم مربع: ٢٢٢
poser; faire	جعل جعل: ١٧٥، ١٧٧، ١٧٨ ...
noble	جل جليل: ١٦٦
additionner, réunir	جمع جمع: ١٦٩، ١٨٠، ...، ١٧٧
addition	جمع: ١٨٤
additionné; somme	مجموع: ١٨٤، ١٨٧، ١٨٩، ٢٢٢، ٢٢٣
tout; tout entier; somme	جميع: ١٦٦، ١٦٧، ...، ١٧١، ٢١٤
à la fois, réuni	جميعاً: ١٧١، ١٧٥
obtenir	اجتمع: ١٦٧، ١٧١، ٢١٤
résultat ; somme ; produit	ما اجتمع: ٢٠١، ٢٠٣، ١٧٦، ١٨٤ ...
de part et d'autre	جنب على جنبتي: ...، ١٧٤، ١٧٥، ٢٣٣
côté	جانب ج جوانب: ٢٢٠، ٢٢٤، ٢٢٥ ...
étranger	أجنبي: ٢٣٤
genre	جنس جنس ج اجناس: ١٦٩، ٢٢٤، ...
inconnu	جهل مجهول: ١٧٣، ١٧٥، ١٧٧، ٢١٧، ٢١٨
arbitrages	جود تجارات: ١٦٦
accepter; pouvoir; être permis	جوز جاز: ٢٣٩، ٢٦٥، ٢٠٣

imposé	جائز: ٢٣٨، ٢٤٠
surpasser	جاوز: ١٦٧
consentir; accepter	أجاز: ١٦٦، ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١ ...
à l'intérieur	جوف في جوف: ٢٣٠، ٢٣٣
désirer	هـب أحب: ٢٢٧، ٢٣١
favoriser	هـب حابي: ٢٨٣
faveur	محابة: ٢٨٣
aigu	هد حاذ (انظر مثلث):
déterminé	مُحدّد: ٢٣٢
engendrer	هـث خنت: ١٧٣، ١٧٦، ١٧٨، ٢٢٣
figure non sensible	هـص صورة لا تُحسن: ١٨٩
part; lot	هـص حصّة: ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١، ٢٧٤
calculer	هـسب حسب: ٢٢٦، ٢٢٧
calcul	حساب: ١٦٦، ١٦٧، ١٧٩، ١٩١ ...
en prévision d'une récompense	احتساباً للأجر: ١٦٥
mieux	هـسن أحسن: ٢٥٨
qui enferme	هـصر حاصر: ١٦٥
obtenir; venir aux mains	هـصل حصل (في يد): ٢١٢، ٢٧٦، ٢٨٢
ramener	هـظ حظ: ٢٧٦
lot	هـظ حظ: ٢٦٧، ٢٦٨

retenir	حفظ حفظ: ٢٢٢، ٢٣٣
jugement	حكم حكم: ٢٣٨
sagesse	حكمة: ١٦٥
arbitrages	احكام: ١٦٦
avoir nécessairement besoin avoir besoin, être nécessaire	هوج لزم... من الحاجة إلى: ١٦٥ احتاج إلى: ١٦٧، ١٧١، ١٧٢ ... ٢٣٧
obtenir	هوز حاز: ٢٨١، ٢٨٣
entourer	حوط أحاط: ٢٢١، ٢٣١
qui entoure	ما يحيط به: ٢٢١
périmètre	محيط: ٢٢٧
dans tous les cas selon le même état nécessairement qui l'entoure être impossible	حول على كل حال: ٢٣٨، ٢٤٠ على حالها: ٢٤٥، ٢٤٩، ٢٥٠، ... لا محالة: ١٧١، ١٩٣ الذي حوله: ١٧٣ استحال: ١٧٢
affirmer	خير لخير: ١٧٢
qui enseigne	مخير: ١٨٠
amener; mener; prolonger	لخرج أخرج: ١٧١، ١٧٦ ... ١٧٩، ١٩١
tenir lieu	- مخرج: ١٦٧
en dehors	خارج: ٢٣١
après avoir soustrait	بعد إخراج: ٢٤١
déterminer ; enlever	استخرج: ١٨٧، ٢٣٥، ٢٣٧، ٢٣٨
enlevé	مستخرج: ٢٣٥
pyramide; cône	خرط مخروط: ٢٢٢، ٢٣٢
devenir une pyramide	انخرط: ٢٣٢

en propre	خاص: ٢٤٠، ٢٤١
concis	مختصر: ١٦٦
droite	خط: ١٧٧، ١٧٦ ...
distinct	خالف: ٢٢٨
être inégal	اختلف: ٢٢٨
différent; divers; inégal	مختلف: ١٨٩، ١٩٧، ٢٢٤، ٢٢٩، ٢٣٠
cinquième	خمس: ١٦٨، ١٩٢ ...
cinquième	خامس: ١٩٥، ٢٢٤
pentagones	مخمسات: ٢٢١
inclus; qui empiète	داخل: ١٦٧، ٢٣٨
ce qu'on saisit	درك: ١٦٧
dirham	درهم: ١٦٩، ١٧٠، ١٧١ ...
preuve	دليل: ٢٢١
décélér	استقل: ١٧٢، ١٨١
circonférence	دور: ٢٢١، ٢٣١
demi-circonférence	نصف دور: ٢٢١
retour<légal>	دور: ٢٦٥، ٢٧٩
cercle	دائرة: ٢٢١، ٢٢٢
circulaire; cercle	مدور: ٢٢٢، ٢٢٢، ٢٣٢
cercle	منورة: ٢٢١، ٢٢٢، ٢٣١
demi-cercle	نصف منورة: ٢٢١، ٢٢٢
au-dessous	لونه: ١٦٧
dette	دين: ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧ ...

coudée	فردع ذراع ج أنزع: ١٧٤، ٢٢٠، ٢٢٤ ...
considérer; mentionner	نكر نكر: ١٦٩، ١٧١ ...
fils	نكر: ٢٦٧، ٢٦٨
annuler	ذهب ذهب: ١٨٣، ١٩٠
sommet	رأس رأس: ٢٣٢
capital	رأس المال: ٢٨٣، ٢٨٤
faire voir	رأى أرى: ١٨٦
quart	ربع ربع ج أرباع: ١٧٠، ١٧٢، ١٧٣ ...
quadruple; quatre fois	أربعة أمثال (انظر أمثال)
quatrième	رابع: ١٩٤، ٢٢٤
carrer la surface	تربيع السطح: ١٧٣
qui n'est pas carré	على غير تربيع: ٢٢٢
carré	مربع ج ات: ١٧٣، ٢٢٢
carré	مربعة: ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥ ...
terrain carré ;	أرض مربعة: ٢٠٦، ٢٢٤، ٢٣٣
terrain rectangulaire	نصف مربعة: ٢٢٧
demi-rectangle	مربعات: ٢٢٤، ٢٢٦
quadrilatères	- مستوية الأضلاع قائمة الزوايا: ٢٢٤
de côtés égaux et d'angles droits	- قائمة الزوايا مختلفة الأضلاع: ٢٢٤
d'angles droits et de côtés inégaux	تربيع: ١٧٦
devenir carré	
peut-être	ربما: ٢١٨
rendre; revenir	رجع رجع: ٢٥١، ٢٥٣، ٢٥٨، ٢٥٩ ...
ramener	رد رد إلى: ١٦٨، ١٦٩، ١٧٢ ...
que l'on ramène	مردود: ٢٤٧
répéter	تردد: ١٦٧
enlever	رفع رفع: ٢٣٢، ٢٤٧، ٢٥٠ ...

s'élever	ارتفع: ٢٣٢
hauteur	ارتفاع: ٢٣٢
se composer	ركب تركب: ١٦٧
vouloir; chercher	رود آراد (انظر أيضاً بين): ١٦٩، ١٧٠، ١٧٢ ...
Angle	لوي زاوية ج زوايا (انظر أيضاً مثلث؛ مربع؛ سطح): ١٧٣، ١٧٤، ٢٢٤ ...
- aigu	- حادة: ٢٢٩
- obtus	- منفرجة: ٢٣٠
- droit	- قائمة: ٢٢٣، ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٣٠، ٢٣٣
augmenter; ajouter	زيد
ou plus ou moins; pour plus... ou moins;	زاد: ١٦٨، ١٦٩، ١٧٠ ...
ce qui augmente ou diminue; pour...plus	ما زاد أو نقص: ١٨٤، ١٨٥، ١٨٧، ٢٢٠
grand ou plus petit	زيادة: ١٧٢، ١٧٣، ١٧٨، ١٨٣، ١٩٨، ٢٢٠
le fait d'ajouter; l'additif; addition;	وزيادة: ١٩٦، ٢٠٧، ٢٠٨ ...
excédent	بالزيادة: ١٧١
plus	زائد: ١٦٨، ٧٨٨٤، ١٨٠، ١٨٢ ...
en ajoutant	مزيد: ١٧٦، ١٧٨، ١٨٩
qui excède; ajouté; additif	سلى
auquel on ajoute; ajouté	سلى: ٢٢٦
autres	سلى
quelqu'un interroge	سلى سلى: ١٩٧، ٢١٧، ٢١٩
demandeur	سائل: ٢١٧
problème	مسألة: ١٦٩، ١٧١، ١٧٢ ...
septième	سبع سبع ج اسباع: ٢٠٦، ٢٢١، ٢٣٢ ...
sixième	سئس سئس ج اسداس: ١٨٢، ١٨٧ ...

surface	سطح سطح ج مسطح: ١٧٤، ١٧٣ ...
- carrée	- مربع: ١٧٦، ١٧٥ ...
- rectangle	- متوازي الاضلاع: ١٧٥
- surface de côtés égaux	- متساوي الاضلاع: ١٧٣، ٢٢٠
- dont les côtés et les angles sont égaux	- متساوي الاضلاع و الزوايا: ١٧٦، ١٧٧، ٢٢٣، ٢٢٠، ١٧٨
- surface à angles droits	- قائم الزوايا: ٢٢٠
prix; taux	سعر سعر: ٢١٨، ٢١٧، ٢٠٣
quantité d'évaluation	مستقر: ٢١٩، ٢١٨، ٢١٧
rembourser	معنى ما معنى: ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧١
ce qui reste du prix de l'affranchissement	سعاية: ٢٧١، ٢٧٠ ...
base; base inférieure	أسفل أسفل: ٢٢٢، ٢٣٢
pied (de la perpendiculaire)	مسطح الحجر: ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠، ٢٣١
négliger	أسقط: ٢٨٢
avance <du prix>	سلم سلم: ٢٨٣
délivrer	أسلم: ٢٨٣
appeler; nommer	سمي سمي: ٢٢٤، ٢٣٠، ٢٥٨
flèche; part	سهم سهم ج سهام: أسهم: ٢٢١، ٢٢٢، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩
le fait d'être égal; exactement	متوا متوا: ١٧٢، ١٨٤، ٢٢١، ٢٢٨
valoir	متاوى: ٢٨٣
égal	متساو: ١٧٣، ٢٢٣، ٢٢٤، ٢٢٩، ٢٣٣
égal ; droit	مستوي: ٢٢٨، ٢٢٤
être égal ; s'égaliser	استوى: ٢٠٤، ٢٢٨، ٢٢٤
selon la rectitude	على الاستواء: ٢٢٢

semblable	شبهه شبيهه: ٢٢١
achat	شري شراء: ٢١٧
mois	شهر شهر: ٢١٩
vouloir	شي شاء: ٢٢٩، ٢٠٣، ١٧١
chose	شيء ج أشياء: ١٦٧، ١٦٩، ١٨٠ ...
être; devenir entier; revenir	صح صح: ٢٤٠، ٢٤٥، ٢٦٥
véritable; entier	صحيح ج صحاح: ١٧٢، ٢٥٥، ٢٥٦
rendre entier	٢٥٨، ٢٥٩ صحيح: ٢٤٠، ٢٤١
associé; celui à qui revient; celui qui a; propriétaire	صاحب صاحب: ٢١٧، ٢٤٠، ٢٤١ ...
introduction	صنتر صنتر: ١٧٢، ١٧٩، ١٩١، ٢١١، ٢٣١
taux; change	صريف صريف: ٢٠٣، ٢١٧، ٢١٩
être petit	صغير صغير: ٢٢٠
petit	صغير: ١٧٧
convention	صلح اصطلاح: ٢٢١
irrationnel	صم اصم: ١٨٤، ١٨٥
composer	صنف صنف: ١٦٥
sortes	صنوف: ١٦٥
exactitude	صواب صواب: ١٧١
parvenir à la vérité; chercher à	اصاب: ١٨٦، ٢١١، ٢١٤، ٢١٩، ٢٣٥
atteindre ; revenir à	

figure; forme représenter faire; façonner	صور صورة ج صور: ١٧٢، ١٧٣، ١٨٤ ... تُصور: ١٨٩ صوّر: ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤
nécessité	ضر اضطرار: ١٧٢، ١٨٩، ٢٢١
multiplier; emporter; imposer multiplier par lui-même produit; multiplication; mode multiplié	ضرب ضرب في: ١٧٣، ١٨٠، ١٨١ ... ضرب... في مثله، في نفسه: ١٦٩، ١٧٠ ... ضرب ج ضروب: ١٧٤، ١٧٨، ١٨٠ ... ضرب ج ضروب: ١٦٧، ١٦٩، ١٧١ مضروب: ١٦٧، ١٧٦ ...
double multiples doubler tripler doubler; augmenter lors de l'opération de multiple additionner (doubler) triple	ضعف ضعف ج أضعاف: ١٨٥، ٢٤٩، ٢٥٠، ٢٦٤ أضعاف: ١٨٤ ضعف: ١٧٠ ضعف... ثلاث مرات: ١٨٥ أضعف (أضعاف): ١٨٤، ١٨٥، ... ١٨٥ في عمل الأضعاف: ١٨٦ ضاعف: ١٨٠ مضاعفاً ثلاث مرات: ١٨٥
côté	ضلع ضلع ج أضلاع (انظر أيضاً زاوية؛ سطح): ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥ ...
joindre	ضم ضم: ١٧٥، ٢٧٥
ajouter ajouté	ضيف أضاف: ٢٧٤ مضاف: ٢٧٠، ٢٧٦
éliminer; enlever; soustraire; retrancher; ôter	طرح طرح: ١٨٣، ١٨٧، ٢٤٣، ٢٤٦، ٢٤٨ ...
extrémité	طرف طرف: ١٧٣

voie	طريق طريق: ١٨٥
chercher	طلب طلب: ٢١٣
le fait de chercher	طلب: ١٨٤
longueur	طول طول: ١٧٣, ١٧٤, ١٧٥ ...
plus long	اطول: ٢٣٠, ٢٢٧, ٢٢٢
évident	ظاهر ظاهر (عدد): ٢١٧, ٢١٨, ٢١٩
affranchissement	عق عق: ٢٦٧
affranchir	اعتق: ٢٦٧, ٢٦٨, ٢٦٩ ...
prendre comme avance; par anticipation	عجل تعجل: ٢٦٨, ٢٦٩, ٢٧٠ ...
nombre	عد عدد ج أعداد: ١٦٧, ١٦٩ ...
nombre simple	عدد مفرد: ١٦٧
être égal	عدل عتل: ١٦٧, ١٦٨ ...
être égal	عائل: ١٦٨, ١٧٠, ١٧١, ١٨٩, ٢٥٣
largeur	عرض عرض ج عروض: ١٧٣, ١٧٤, ٢١١ ...
connaître	عرف عرف (معرفة): ١٧٣, ١٧٩, ٢٢٢ ...
écarter; séparer	عزل عزل: ٢٠٩, ٢١١, ٢١٣ ...
dixième	عشر عشر ج اعشار: ٢٧٩
donner	عطى اعطى (اعطاء): ٢٦٥, ٢٦٦, ٢٦٧ ...
plus grand	عظم اعظم: ١٧٣, ١٧٤, ١٧٥, ٢٣٤

	عقد
rang	عقد: ١٦٧
dizaines	عقود: ١٨٠
	عقر
dot	عقر: ٢٧٦، ٢٧٧، ٢٧٧ ...
	عل
cause	علة: ١٧٢، ١٧٣، ١٨٤
	علم
savoir	علم: ١٦٩، ١٧٢، ١٧٣ ...
science	علم: ١٦٥، ١٦٦
les savants du temps passé	الطماء في الأزمنة الخالية: ١٦٥
on sait que	معلوم أن: ٢٠١
connu	معلوم: ١٨٤، ١٨٥، ١٨٨، ٢١٧
	علو
supérieur (triangle)	علوا (مثلثة): ٢٣٣
	عمد
hauteur; perpendiculaire; tronc	عمود: ٢٢٠، ٢٢٢، ٢٢٧ ...، ٢٣٢
	عمق
profondeur	عمق: ٢٢٢
	عمل
faire procéder; travailler	عمل: ١٧١، ١٧٩، ١٨٦ ...
traiter; faire des transactions	تعامل: ١٦٦، ٢١٩
transactions	معاملات: ٢١٧، ٢١٩
	عني
sens; notion	معنى: ١٨١، ١٨٤، ٢٢٠
c'est-à-dire	معناه: ١٦٩، ١٧٠، ١٧١
	عود
retrouver	عاد: ١٩٦، ٢٠٢، ٢٠٤ ...
	عين
avoir	عين: ٢٣٥، ٢٣٦
lui-même	بعينه: ١٧٢
losange	مُعيّنة: ٢٢٩، ٢٣١
-à côtés égaux	- متمساوية الأضلاع: ٢٢٠، ٢٢٥
semblable au losange	المشبهة بالمعيّنة: ٢٢٤، ٢٢٦

se contenter	غنى استغنى: ١٧٤
fin	غوي غاية: ١٦٧
obtus	فرج منفرج (انظر زاوية):
Simple (nombre)	فرد
seul	مُفرد (انظر عدد) منفرد: ١٨٠
droit (parts)	فرض لريضة (سهام): ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩ ...
achever	فرغ فرغ: ٢٣١
expliquer explication; commentaire	فسر فسر: ٢٠٥ تفسير: ١٧٧، ١٧٩
rester excédent; différence	فضل فضل: ١٧٦، ١٧٨ فضل: ١٧٦، ١٧٧، ١٩٨، ١٩٩ ...
faire; procéder	فعل فعل: ١٦٧، ١٦٨، ١٨٧
sortes	فن فنون: ١٦٦
disparaître	فنى فنى: ٢٣٢
comprendre	فهم فهم: ٢٥٤
au-dessus	فوق فوق: ١٦٧، ٢٢١، ٢٣٣
auparavant; avant	قبل قبل: ١٩١، ١٩٨، ١٩٩ ...
à partir de; à l'aide de ; d'après	من قبل: ٢٢٦، ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠
réduire	قابل مقابلة (انظر جبر)

rapport	قدر
autant de fois; en rapport avec; selon	قدر: ٢٢٢ بقدر على قدر: ١٨٠, ٢١٩, ٢٤٣, ٢٧٨
présenter	قدم
présenté précédemment	قدم: ١٩١ متقدم: ١٩١
être accessible à la compréhension proche	قرب
	يقرب من الفهم: ١٩١ قريب: ٢٢١
partager; diviser	قسم
division; quotient; partie	قسم, قسم: ١٧٦, ١٨٦, ١٩١ ... قسم: ١٨٦, ١٩١, ١٩٢ ... ١٩٣, ٢٠٢ ...
divisé; partagé	مقسوم: ٢٠١, ٢١١, ٢١٤
diviseur	المقسوم عليه: ١٩٣, ٢٠٢, ٢٠٤
partages	مقاسمات: ١٦٦
se partager; être divisible	انقسم: ٢٣٩, ٢٤٣
plus petit	قصير
petit	أقصير: ٢٢٢, ٢٢٧, ٢٣١, ٢٣٣ قصير: ٢٢٧
rembourser; rendre	قضى
	قضى: ٢٦٦, ٢٦٩, ٢٧٣, ٢٧٤
diagonale; diamètre; hypoténuse	قطر
	قطر ج أقطار: ٢٢٠, ٢٢١, ٢٢٢, ٢٢٥
demi-diamètre	٢٢٦, ٢٢٧, ٢٢٧, ٢٣١, ٢٣٢ نصف قطر: ٢٢١, ٢٢٢, ٢٣١
couper; retrancher	قطع
portion	قطع: ١٧٨, ١٧٦ ... قطعة: ٢٢١
base	قاعدة
moitié / milieu de la base	٢٢٠, ٢٢٨, ٢٢٩, ٢٣١, ٢٣٣ نصف قاعدة: ٢٢٧, ٢٢٨, ٢٣٠, ٢٣٣
mesure (de blé ou d'orge)	قفز
	قفز ج أفضة (حنطة أو شعير): ٢٠٣

être moindre	قل: ١٦٨
petit	قليل: ٢٢٨, ٢١٤, ٢٠٤
moindre; moins	أقل: ١٧٢, ١٦٩, ١٦٨ ...
arc	قوس: ٢٢٢, ٢٢١
demi-arc	نصف قوس: ٢٢٢
dire	قول: ١٧٦, ١٧٣, ١٧٠ ...
proposition; le fait de dire; termes	قول: ٢٢١, ١٦٨, ١٦٧ ...
terme de celui qui parle	قول القائل: ٢١٨, ٢١٧
si quelqu'un dit	إن قال قائل: ٢٣٢
dédire	أقل: ٢٨٣
valeur; prix	قوم: ٢٦٨, ٢٦٧, ٢٣٥ ...
établir	أقام (سهام الفريضة): ٢٣٨, ٢٣٧ ...
convenir	استقام: ١٨٩
prolongement	استقامة: ١٧٦
se conformer à	قيس: ١٨٤
mode d'inférence;	قياس: ١٩١, ١٨٢, ١٧٢ ...
le fait d'inférer ; règle	٢٧٧, ٢١٩, ٢١٩
être grand	كبر: ٢٢٠
plus grand	أكبر: ١٧٣
écrire	كتب: ١٦٥
livre	كتاب ج كتب: ١٧٢, ١٦٦, ١٦٥ ...
être nombreux	كثر: ١٦٨
grand	كثير: ٢٠٤
plus; plus grand	أكثر: ١٧٢, ١٦٩ ...
mesure de victuailles	كر (من طعام): ٢٨٤, ٢٨٣

percée des canaux	كرو كرو الأنهار: ١٦٦
fraction	كسر كسر ج كسور: ١٦٧، ٢٢٠
aire	تكسير: ٢٢٠، ٢٢٢ ...
Tout, tout entier	كل كل: ١٦٩، ١٧٥، ١٧٧، ١٧٩، ١٨٩، ٢٠٦
combien	كم كم: ٢١٨، ٢١٩، ٢٣٢ ...
compléter	كمل كمل: ١٦٨، ١٧٠، ١٩٦ ...
compléter	أكمل (إكمال): ١٩٤، ٢٠٩ ...
le fait de compléter;	تكملة: ٢٣٥
complément	٢٦٠، ٢٦١، ٢٦٢ ...
comment	كيف كيف: ١٨٠
mesure; évaluation	كيل كيل: ٢٠٣، ٢١٩
exiger	لزم لزم (انظر أيضا حلجة): ٢٧٩، ٢٨٠
subtil	لطف لطيف: ١٦٦
exprimer; prononcer	لفظ لفظ ب: ١٦٧، ٢١٧
expression	لفظ: ١٨٩
qu'on exprime	ملفوظ: ١٦٧
ôter	لقي القي: ١٩٤، ١٩٥ ...
une fois ôté	بعد إلقاء: ١٨٨
égal;	مثل مثل: ١٦٧، ١٦٨
comme; par exemple;	١٦٩، ١٧١ ...
double; deux fois	مائلان: ١٨٤، ١٨٧ ...

triple	ثلاثة أمثال: ٢٠٨، ١٨٤
quadruple; quatre fois	أربعة أمثال: ٢٢٠، ٢٠٧، ١٩١
exemple	مثال ج أمثلة: ١٨٥، ١٨٤ ...
vérifier	محن امتحان: ١٧١
fois	مر
double; deux fois	مرة ج مرات: ١٧٣، ١٨٠، ١٩٢، ٢٠٢
quadruple	مركب: ٢٨٣، ٢٧٢، ٢١٢
six fois	أربع مرات: ١٩١
maladie	ست مرات: ١٩٢
mariage en état de maladie	مرض
dernière maladie	مرض: ٢٦٧، ٢٦٥ ...
mesurer	تزويج في المرض: ٢٦٥
mesure; menuration	مرض موته: ٢٨١، ٢٧٩، ٢٦٨، ٢٦٥
arpentage des terres	مصح
procéder	مصح: ٢٢٢
pouvoir	مساحة: ٢٢٣، ٢٢٢، ٢٢٠
dot	مساحات الأرضين: ١٦٦
carré;	مضى
bien	امضى: ٢٧٦
astronomes	مكن
par exemple	مكن: ١٨٩
de la manière	مهر
séparer	منهر: ٢٦٧، ٢٦٦، ٢٦٥
	مول
	مال ج أموال: ١٦٨، ١٦٧ ...
	١٩٣، ١٩٤، ١٩٦ ...
	نجم
	أهل النجوم: ٢٢١
	نحو
	نحو: ١٦٩، ١٧١، ١٧٢، ١٩١
	على نحو: ٢١١
	نزع
	نزع: ٢٣٧

être rapporté sans qu'il soit rapporté	نسب نسب: ١٦٧ بلا نسبة: ١٦٧
héritage	نصيب نصيب ج انصباء: ٢٤٠، ٢٤١ ...
Moitié; demi	نصف نصف (أنظر أيضاً دور، قطر، قوس): ١٦٨، ١٦٩، ١٧٠ ...
partager en deux moitiés	نصف: ١٦٩، ١٧٠ ...
partition ; le fait de partager en deux moitiés	تنصيف: ١٧١، ١٧٢، ٢١٠
examiner en vue de	نظر نظر: ١٦٧، ٢١٧، ٢٤٢ ... نظراً: ١٦٥
lui-même	نفس نفسه (أنظر أيضاً ضرب): ١٦٧، ١٩١ ...
soustraire; retrancher; manquer	نقص نقص: ١٦٩، ١٧٠، ١٧١ ... ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٧ ...
le soustractif; soustraction ; diminution ; différence	نقصان: ١٧٢، ١٨٣، ١٨٤، ١٩٨، ٢١٤، ٢٢٢
en diminuant ; en retranchant	بالنقصان: ١٧١، ١٨٥
retranché ; soustractif ; ... moindre ; diminué ; soustrait	نقص: ١٦٨، ١٧٣، ١٨٠ ١٨٠، ١٨١، ١٨١، ١٨١ ...
soustrait	منقوص: ١٨١، ١٨٣ ...
soustraire ; déduire	انتقص: ٢٧٩، ٢٨١
différence	انتقاص: ٢٧٩، ٢٨٠
ce qui reste après soustraction, différence	منتقص: ٢٧٩، ٢٨٠
point	نقط نقطة: ١٧٦، ١٧٨ ...
espèce	نوع نوع: ٢٤٧
consommer	هلك استهلك: ٢٦٨، ٢٦٩ ...
consommé	مستهلك: ٢٧٢

les Indiens	هند أهل الهند: ٢٢١
mensuration	همنس همنسة: ١٦٦
avoir pour hypoténuse demi-corde	وتر وتر: ٢٢٣ نصف وتر: ٢٢٢، ٢٢١
trouver réel	وجد وجد: ١٦٧، ١٦٩ ... موجود: ٢٧٤
aspects; choses; modes; sorte; moyen; cas	وجه وجه ج وجوه: ١٦٥، ١٦٦، ١٩١، ٢١٨ ٢٤٢، ٢٤٤، ٢٤٧، ٢٤٨، ٢٥٨
Unité, un; seul; ...	وحد واحد: ١٦٧، ١٦٨، ١٦٩ ... ١٧٦، ١٧٢، ١٧٢
léguer héritiers héritage héritage	ورث ورث: ١٦٦ ورثة: ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٤٠ ... إرث: ١٦٦ ميراث ج موارث: ١٦٦، ٢٦٥، ٢٦٦ ...
rencontrer (un problème)	ورد ورد (مسألة): ١٧١
poids	وزن وزن: ٢١٩
parallélisme	وذي موازاة: ٢٢٢ متواز (انظر سطح)
plus grand	ومع أومع: ٢٢١
décrire description	وصف وصف: ١٧٢، ١٧٩، ١٨٧ ... صفة: ٢٣١

legs; testaments léguer légué celui à qui revient le legs; celui qui a le legs; légataire	وصي وصية ج وصايا: ١٦٦، ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٨ ... أوصى: ٢٣٧، ٢٣٦، ٢٣٥ ... موصى: ٢٧٧ موصى: ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٤٠ ... ٢٤٥، ٢٤٢ ...
cohabiter (avec une femme)	وطيء وطيء: ٢٧٦، ٢٧٧، ٢٧٨ ...
qui est en accord	ولف مولف: ٢٢١
rembourser	ولفى استوفى: ٢٦٨
tomber; être inscrit	وقع وقع: ٢٢٠، ٢٢١، ٢٢٧، ... ٢٣١
être du côté, dans la direction de par convention	ولى ولى: ٢١٦، ٢٢٩ بالولاء: ٢٦٨
faire don don donataire donateur	واهب واهب: ٢٧٦، ...، ٢٨١ هبة: ٢٧٩ موهوب: ٢٧٦، ٢٧٧ ... واهب: ٢٧٧، ٢٧٨ ...
posséder; être en possession abandonner	يدى ... فى يد: ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١ ... يخرج من يده: ٢٤٠
jour	يوم يوم ج أيام: ٢١٩

المصطلحات الرياضيّة في كتاب الخوارزمي

وما يقابلها باللاتينية

بنينا هذه اللاحقة من المصطلحات انطلاقاً من ترجمة جبرار دو كرىمون للجزء الأول من "جبر" الخوارزمي (ص. ١٦٥-٢١٩).

[أ]	
conductio	أجر
unitas	أحد
accipere (radicem)	أخذ (الجذر)
perducere	أدى
non ... nisi	إلما
[ب]	
residere, remanere	بقي
provenire, aggregari	بلغ
proventus	مبلغ
regula, capitulum	باب
manifestare, ostendere	بيّن
Et illud est quod demonstrare volumus	وذلك ما أردنا أن نبين
opponi, oppositio	مباين
Iam autem manifestum fuit nobis, fuit nobis manifestum	فقد تبين لنا، فتبين لنا
venditio et emptio	بيع وشراء
[ت]	
complere	تم

[ث]	
triplicare	ثَلَّثَ
deinde, postea	ثُمَّ
duplicare	ثَنَّى
excipere	اسْتَشَى
exceptus ex	مَسْتَشَى مِنْ
[ج]	
restaurare	جَبَّرَ
algebra et almuchabala	الجَبْرُ وَالْمُقَابَلَةُ
radix	جَنْدَر
pars	جُزْء
aggregare	جَمَعَ
coniungere	جَمَعَ (بَعَثَى أَضَافَ خَطاً إِلَى آخَرِ)
aggregation	جَمْع
totum	جَمِيع
genus	جَنْس
genera composita	أَجْنَاسٌ مُقْتَرَنَةٌ
ignotus (numerus, latus)	مَجْهُولٌ (عَدَدٌ، أَضْلَاحٌ)
[ح]	
computatio	حَسَبَ
computatio	حِسَاب
computatio in algebra et almuchabala	حِسَابُ الْجَبْرِ وَالْمُقَابَلَةِ
(esse) sensibilis	حَصٌّ
necessarius	لَا مُحَالَةَ
(esse) impossibilis	اسْتِحَالٌ (مُمَالَاةٌ)

[ح]	
protrahere	أخرج
linea	خط
[د]	
dragma	درهم ج دراهم
[ذ]	
preterire	ذهب
pretermittantur itaque addita cum diminutis	لذهبت الزيادة بالتقصيل
[ر]	
quadratura	تربيع
quadraturam complere; quadratum complere	تربيع المصطح
quadratus	مربع
superficies quadrata	سطح مربع
quadrare	تربع
reducere	رد
compositio	ركب
[ز]	
angulus	زواوية
augmentare; addere	زلا
augmentatus, additio	زيادة
[س]	
questio	مسألة
superficies	سطح
appretiatum	سفر
pretium	مسر

equaliter	متواء
	[ث]
res	شيء
res addita	شيء زائد
res diminuta	شيء ناقص
	[ص]
compar	صاحب
cambitio	سرق
surdus	أصم
forma	صورة
	[ض]
necessitas	اضطرار
multiplicare (multiplicatio)	ضرب في (ضرب)
modus	ضرب
duplum	ضعف
duplicatio	إضعاف
uplicare	ضاعف
latus	ضلع
adiungere	ضم
	[ط]
prohicere	طرح
extremitas	طرف
modus	طريق
longitudo	طول

[ظ]

manifestus, apparens (numerus)	ظاهر (عدد)
--------------------------------	------------

[ع]

numerus	عدد (انظر أيضاً مجهول، ظاهر، معلوم)
numerus simplex	عدد مفرد
equare	عدل، عادل
latitudo	عرض
proicere	عزل
maius	أعظم
articulus	عقد (العقود)
causa	علة
notus	معلوم (عدد)
conventiones negotiatorum	معاملات
significato, intentio	معنى

[غ]

ultimus	غاية
---------	------

[ف]

singularis	مفرد (انظر أيضاً عدد)
superfluum	فصل

[ق]

opponere	قابل مقابلة (انظر جبر، حساب)
quantitas	قدر
compono	للقترن
genera composita	مقترنة (الجنس)
dividere	قسم، قسم

divisio	قسم
divisor	مقسوم عليه
secare	قطع
minus	قل
similiter quoque quod fuerit maius censu aut minus	وكذلك ما كثر من الأموال أو قل
paucior	لقل
aut plures aut pauciores	أو أكثر أو أقل
regula, consideratio	قياس
[ك]	
maius	كثُر (انظر أيضاً قل)
fractio	كسر
totus, omni	كل
quantum	كم
reintegrare	أكمل
reintegratio	إكمال، كمل
qualiter	كيف
mensuratio	كَيْل
quicquid verbis exprimitur	كل ملفوظ به
[ل]	
prohicere	ألقي
proiectio	إلقاء
[م]	
equalis	مِثْل
verbi gratia, cuius exemplum	مثال ذلك
experire	امتحان

census	مال
census additus	مال زائد
census diminutus	مال ناقص
[ن]	
proportio	نسبة
medietas (census, radicum)	نصف
mediare	نصف
considerare	نظر
diminuere	نقص
diminutio	نقصان
diminutus	ناقص (النظر أيضاً شيء، مال)
punctum	نقطة
[و]	
modus	وجه
ponderatio	وزن

المراجع

١ - العربية

مخطوطات

ابن الفتح . سنان . «كتاب في المال والأعداد المتناسبة» . القاهرة ، دار الكتب ، رياضة ٢٦٠ ، الورقات ٩٥ - ١٠٤ .

أبو كامل . «كتاب في الجبر والمقابلة» . اسطنبول ، قره مصطفى باشا ٣٧٩ .

الخزاعي ، «شرح جبر الخوارزمي» . اسطنبول ، بني كامي ٨٠٣ .

الخوارزمي ، أبو عبد الله محمد بن موسى . «عمل الساعات في بسيط الرخامة» . اسطنبول ، سليمانيه ، آيا صوفيا ٤٨٣٠ ، الورقات ٢٣١ - ٢٣٥ .

_____ . «كتاب الجبر والمقابلة» . أوكسفورد ، Bod., Hunt 214 ، الورقات ١ - ٣٤ .

_____ . برلين ، لاندبرغ ١٩٩ ، الورقات ٦٠ - ٩٥ .

_____ . المدينة ، عارف حكمت ، ٤ - جبر ، الورقات ١ - ٦١ .

_____ . المدينة ، عارف حكمت ، ٦ - جبر ، الورقات ١ - ٣١ .

_____ . نيويورك ، كولومبيا ، New York, Columbia, Smith Or. 40 .

_____ . طهران ، مالك ٣٤١٨ ، الورقات ١٦ - ٢٣ .

_____ . «معرفة السميت بالأسطرلاب» . اسطنبول ، سليمانيه ، آيا صوفيا ٤٨٣٠ ، الورقات ١٩٨ - ١٩٩ .

مؤلف مجهول . «المراسلة في الجبر والمقابلة» . أوكسفورد ، Bod., Hunt 214 ، الورقات ٥٣ - ٧٥ .

كتب

- ابن أبي أصيبعة، أبو العباس أحمد بن القاسم. **عيون الأنباء في طبقات الأطباء**. شرح وتحقيق نزار رضا. بيروت: دار مكتبة الحياة، ١٩٦٥.
- ابن ترك، أبو الفصل عبد الحميد بن واسع. **الضرورات في المقترنات**. تحقيق وترجمة أيدين سايلي. أنقرة: [د. ن.]. ١٩٦٢.
- ابن تيمية الحراني، أبو العباس أحمد بن عبد الحلیم. **الرد على المنطقيين**. بومباي: المطبعة القيمة، ١٩٤٩.
- ابن خلدون، أبو زيد عبد الرحمن بن محمد. **مقدمة ابن خلدون**. القاهرة: [د. ن.، د. ت.].
- ابن دريد، أبو بكر محمد بن الحسن. **جمهرة اللغة**. تحقيق وتقديم رمزي منير بعلبكي. بيروت: دار العلم للملايين، ١٩٨٧. ٣ ج.
- ابن العماد الحنبلي، أبو الفلاح عبد الحي بن أحمد. **شذرات الذهب في أخبار من ذهب**. بيروت: [د. ن.، د. ت.]. ٤ ج.
- ابن قتيبة، أبو محمد عبد الله بن مسلم. **أدب الكاتب**. تحقيق علي فاعور. بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٨٨.
- ابن كثير، أبو الفداء إسماعيل بن عمر. **البداية والنهاية في التاريخ**. القاهرة: مطبعة السعادة، ١٩٣٢. ١٤ ج.
- ابن النديم، أبو الفرج محمد بن إسحق. **الفهرست**. تحقيق رضا محمد. طهران: مكتبة الأسد، ١٩٧١. ١٠ ج.
- أبو يوسف، يعقوب بن إبراهيم. **كتاب الخراج**. ترجمة وتعليق إ. فاغان. باريس: المكتبة الأثرية والتاريخية، بول غوتتر، ١٩٢١.
- الإسكندراني، ديوفنطس. **صناعة الجبر**. ترجمة قسطا بن لوقا؛ تحقيق رشدي راشد. القاهرة: الهيئة المصرية العامة للكتاب، ١٩٧٥. (التراث العلمي العربي؛ ١)
- الأصفهاني، حمزة بن الحسن. **كتاب التنبيه على حدوث التصحيف**. تحقيق أسعد طلس؛ راجعه أسماء الحمصي وعبد المعين الملوحي. بيروت: دار صادر، ١٩٩١.
- الباجي، أبو الوليد سليمان بن خلف. **إحكام الفصول في أحكام الأصول**. حققه وقدم له ووضع فهارسه عبد المجيد تركي. بيروت: دار الغرب الإسلامي، ١٩٩٥.

البغدادي، أبو منصور عبد القاهر بن طاهر. التكملة في الحساب مع رسالة في المساحة. تحقيق ودراسة مقارنة أحمد سليم سعيدان. الكويت: معهد المخطوطات العربية، ١٩٨٥.

البوزجاني، أبو الوفاء محمد بن محمد. حساب اليد: تحقيق لكتاب المنازل السبع، مع مقدمة ودراسة بالمقارنة بكتاب الكافي في الحساب لأبي بكر الكرجي الحاسب بقلم أحمد سليم سعيدان. عمان: جمعية عمال المطابع التعاونية، ١٩٧١. (تاريخ علم الحساب العربي؛ الجزء ١)

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. فهرست كتابهازي رازي. تحقيق مهدي محقق. طهران: [د. ن.]. ١٣٥٢.

— . كتاب البيروني في تحقيق ما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مرذولة. حيدر آباد الدكن: مطبعة مجلس دائرة المعارف العثمانية، ١٩٥٨. (السلسلة الجديدة؛ ١١)

الخطيب البغدادي، أبو بكر أحمد بن علي. تاريخ بغداد أو مدينة السلام منذ تأسيسها حتى سنة ٤٦٣ هـ. القاهرة: بولاق، [د. ت.]. ١٤ ج.

الخليل بن أحمد الفراهيدي. كتاب العين. تحقيق مهدي المخزومي وإبراهيم السامرائي. قم: دار الهجرة، ١٩٨٥ - ١٩٩٠. ٩ ج.

الخوارزمي، أبو عبد الله محمد بن موسى. كتاب الجبر والمقابلة. تحقيق وتعليق علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد. القاهرة: وزارة الثقافة، ١٩٣٩. (الجامعة المصرية؛ كلية العلوم)

— . جبر الخوارزمي = *Al-Kuwārazmī's Algebra*. قدّم له أيدين سايلي. إسلام آباد: مجلس الهجرة، ١٩٨٩.

ديوفنطس. صناعة الجبر لديوفنطس. نقله إلى العربية قسطا بن لوقا؛ تحقيق رشدي راشد. القاهرة: المكتبة الوطنية، ١٩٧٥.

راشد، رشدي. تاريخ الرياضيات العربية: بين الجبر والحساب. ترجمة حسين زين الدين. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٨. (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١)

— . ويبجان وهاب زاده. رياضيات همر الخيتام. ترجمة نقولا فارس. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ٢٠٠٥.

الزبيدي، أبو بكر محمد بن الحسن. طبقات النحويين واللغويين. تحقيق محمد أبو الفضل إبراهيم. القاهرة: دار المعارف، ١٩٧٣. (ذخائر العرب؛ ٥)

السّمؤال، بن يحيى بن عباس المغربي. الباهر في الجبر = *Al-Bahir en algèbre d'As-Samaw'al*. تحقيق وتحليل صلاح أحمد ورشدي راشد. دمشق: جامعة دمشق، ١٩٧٢. (سلسلة الكتب العلمية؛ ١٠)

السيوطي، جلال الدين عبد الرحمن بن أبي بكر. المزهري في علوم اللغة وأنواعها. ضبطه وصححه وعنون موضوعاته وعلق حواشيه محمد أحمد جاد المولى؛ علي محمد البجاوي ومحمد أبو الفضل إبراهيم. القاهرة: دار إحياء الكتب العربية، [د. ت.]. ٢ ج.
الشافعي، محمد بن إدريس. الأم. تحقيق رفعت فوزي عبد المطلب. المنصورة: [د. ن.]. ٢٠٠٤.

— الرسالة. تحقيق وشرح أحمد محمد شاكر. القاهرة: مكتبة ومطبعة مصطفى البابي الحلبي، ١٩٤٠.

الشياني، محمد بن الحسن. الأصل. تحقيق وتعليق شفيق شحانة. القاهرة: مطبعة جامعة القاهرة، ١٩٥٤.

صاعد بن أحمد الأندلسي، التعريف بطبقات الأمم = *The World History of Sciences and Scholars up to the 5th Century A. H*. حققه وقدم له غلام رضا جشيدنزاده. أقال. إيران، هجرة، ١٩٩٧.

الطبري، أبو جعفر محمد بن جرير. تاريخ الطبري: تاريخ الرسل والملوك. تحقيق محمد أبو الفضل إبراهيم. القاهرة: دار المعارف، ١٩٦٦. ١٠ ج. (ذخائر العرب؛ ٣٠)

الغزالي، أبو حامد محمد بن محمد. المستصفى من علم الأصول. تحقيق محمد عبد السلام عبد الشافي. بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٩٦. ٢ ج.

القارابي، أبو نصر محمد بن محمد. إحصاء العلوم. تحقيق وتقديم وتعليق عثمان أمين. القاهرة: دار الفكر العربي، ١٩٦٨.

— المنطق عند القارابي. تحقيق محمد مهدي. بيروت: دار المشرق، ١٩٦٨. ٣ ج.

قدامة بن جعفر، أبو الفرج. نقد النثر. حققه وعلق على حواشيه طه حسين وعبد الحميد العبادي. بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٨٢.

القفطي، أبو الحسن علي بن يوسف. تاريخ الحكماء: وهو مختصر الزوزني المسمى بالمنتخبات المنقطعات من كتاب أخبار العلماء بأخبار الحكماء. [تحقيق] يوليوس ليرت. ليبزيغ: ديتريخ، ١٩٠٣.

الكُرَجِي، أبو بكر محمد بن الحسن. الكافي في الحساب. تحقيق وشرح ودراسة سامي شلهوب. حلب: معهد التراث العلمي العربي، ١٩٨٦. (مصادر ودراسات في تاريخ الرياضيات العربية؛ ٥)

مالك بن أنس. الموطأ. إعداد محمد بن ناصر العجمي. الكويت: مركز البحوث والدراسات الكويتية، ١٩٩٧.

المخزومي، مهدي. الخليل بن أحمد الفراهيدي: أعماله ومنهجه. بيروت: [د. ن.].، ١٩٨٦.

مراياتي، محمد، محمد حسان الطيان ويحيى مير علم. علم التعمية واستخراج المعنى عند العرب. تقديم شاكر الغمام. دمشق: مجمع اللغة العربية، ١٩٨٧.

ج ١: دراسة وتحقيق لرسائل الكندي وابن عدلان وابن الدريم.

ج ٢: تحليل ثمان مخطوطات عربية وتحقيقها.

المقدسي، أبو عبد الله محمد بن أحمد. أحسن التقاسيم في معرفة الأقاليم. تحقيق ميخائيل جان دو غويه. لندن: بريل، ١٩٠٦.

موسوعة تاريخ العلوم العربية. إشراف رشدي راشد وريجيس مورلون. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٧. ج ٣. (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٤)

النشار، علي سامي. مناهج البحث عند مفكري الإسلام ونقد المسلمين للمنطق الأرسطاطاليسي. القاهرة: دار الفكر العربي، ١٩٤٧.

الهاشمي، علي بن سليمان. حلل الزيجات. صورة طبق الأصل للنص العربي الوحيد الموجود في المخطوطة Boldeain Arch. Seld. A.11 مع ترجمة إلى الإنكليزية قدمها فؤاد إ. حداد وإ. س. كينيدي شرح دافيد بينغري وإ. س. كينيدي. نيويورك: سكولارز أند ريزرنت، ١٩٨١.

دوريات

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. «كتاب تحديد نهايات الأماكن لتصحيح مسافات المساكن». تحقيق ب. بولفاكوف؛ مراجعة إمام إبراهيم أحمد. مجلة معهد المخطوطات العربية (القاهرة): السنة ٣، العددان ١-٢، ١٩٦٢.

راشد، رشدي. «تصور الجبر عند الخوارزمي». المستقبل العربي: السنة ٧، العدد ٧٤، نيسان/أبريل ١٩٨٥.

Books

- Abu Yusuf, Ya'qūb. *Livre de l'impôt foncier (Kitāb el-Kharādj)*. Traduit et Annoté par E. Fagnan. Paris: Paul Geuthner, 1921. (Bibliothèque archéologique et historique; I)
- Allard, André. *Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī: Le Calcul indien (Algorismus). Histoire des textes, édition critique, traduction et commentaire des plus anciennes versions latines remaniées du XI^e siècle*. Paris/Namur: Blanchard, 1992.
- Āryabhata of Āryabhata. Critically edited with introduction, English translation, notes, comments and indexes by Kripa Shankar Shukla in collaboration with K. V. Sarma. New Delhi: Indian National Science Academy, 1976. 3 vols.
- The Astronomical Tables of al-Khwārizmī*. Translation with Commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College MS 283, Hist. Filos. Skr. Dan. Vid. Selsk, 4, no. 2, Copenhagen, Ejnar Munksgaard, 1962.
- Atiyeh, G. N et I. M. Oweiss (eds.). *Arab Civilization: Challenges and Responses: Studies in Honor of Constantine K. Zurayk*. Albany, NY: State University of New York Press, 1988.
- Bashmakova, I. G. and G. S. Smirnova. *The Beginnings and Evolution of Algebra*. Translated from the Russian by Abe Shenitzer, with the editorial assistance of David A. Cox. Washington, DC: Mathematical Association of America, 2000. (Dolciani Mathematical Expositions; no. 23)
- Al-Bīrūnī, Muhammad Ibn Ahmad. *The Determination of the Coordinates of Cities*. trad. Jamil Ali. Beyrouth: American University of Beirut, 1966. (Centennial Publications)
- _____. *Fihrist Kitābhāy Rāzi*. Edited by Mahdī Moḥaqqiq. Téhéran: [n. pb.], 1352.
- Bombelli, Rafael. *L'Algebra*. Préface de E. Bortolotti et introduction de U. Forti. Milan: Feltrinelli, 1929.
- Brāhma-sphuṭa siddhānta with Vāsana Vijnāna and Hindi Commentaries*. Edited by a board of editors headed by Acharyavara Ramswarup Sharma Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research. New Delhi: [n. pb.], 1966.
- Brahmegupta. *Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanscrit of Brahmagupta and Bhāscara*. Translated by Henry Thomas Colebrooke. Londres: J. Murray, 1817.
- Colebrooke, Henry Thomas. *Classics of Indian Mathematics: Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanskrit of Brahmagupta and Bhaskara*. London: J. Murray, 1817.
- Das Kitāb Sūrat al-Ard des Abū Ġa'far Muḥammad ibn Mūsā al-Huwārizmī*, her-

- ausgegeben nach dem Handschriftlichen unikum der Bibliothèque de l'Université et régionale in Strassburg cod. 4247, von Hans von Mzik, Leipzig, Otto Harrassowitz, 1926.
- Diophante d'Alexandrie. *Les Arithmétiques*. Texte établi et traduit par R. Rashed. Paris: Les Belles Lettres, 1984. 2 vols. (Collection Universités de France)
- . *Les Six Livres arithmétiques et le livre des nombres polygones*. Œuvres traduites pour la première fois du grec en français, avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke, Nouveau triage. Paris: A. Blanchard, 1959.
- Encyclopedia of the History of Arabic Science*. London: Routledge, 1996.
- Euclide. *Les Œuvres d'Euclide: Les Eléments*. Traduites Littéralement par F. Peyrard. Nouveau tirage augmenté d'une importante Introduction par Jean Itard. Paris: Albert Blanchard, 1966.
- Gutas, Dimitri. *Greek Thought, Arabic Culture: The Graeco-Arabic Translation Movement in Baghdad and Early Abbāsid Society (2nd-4th/8th-10th Centuries)*. London; New York: Routledge, 1998.
- Al-Hāshimi, 'Alī Ibn Sulaymān. *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables (Kitāb fi 'Ilal al-zījār)*. A Facsimile reproduction of the unique Arabic text contained in the Bodleian MS Arch. Seld. A. 11 with a translation by Fuad I. Hadad and E. S. Kennedy and a commentary by David Pingree and E. S. Kennedy. New York Scholars' Facsimiles and Reprints, 1981. (Studies in Islamic Philosophy and Science)
- Heath, Thomas. *Diophantus of Alexandria: A Study in the History of Greek Algebra*. New York: Dover Publications, 1964.
- Histoire des sciences arabes*. Sous la dir. de Roshdi Rashed; avec la collab. de Régis Morelon. Paris: Seuil, 1997. 3 vols.
- Hughes, Barnabas B. *Robert of Chesters Latin Translation of al-Khwārizmī's al-Jabr: A New Critical Edition*. Edited by Barnabas Bernard Hughes. Stuttgart: Steiner Verlag Wiesbaden, 1989. (Coll. Boethius XIV)
- Ibn Turk, *Logical Necessities in Mixed Equations by al-Hamid ibn Turk and the Algebra of his Time (al-Darūrāt fi al muqtarināt)*. ed. et trad. Aydin Sayili. Ankara: 1962.
- Juschkevitsch, A. P. *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*. Leipzig: Teubner, 1964.
- Khuttali, Abd al Hamid Ibn Wasi ibn Turk. *Abdulhamid ibn Turk'un Katisik denklemlerde mantiki zaruretler adli yazisi ve zamanin cebri: Logical Necessities in Mixed Equations by 'Abd al Hamid ibn Turk and the Algebra of his Time*. [Hazirlayan] Aydin Sayili. Ankara: Turk Tarih Kurumu Basimevi, 1962. (Turk Tarih Kurumu Yayinlarindan; 7. Seri, no. 41)
- Khuwārizmī, Muhammad Ibn Musa. *The Algebra of Mohammed ben Musa*. Edited and translated by Frederic Rosen. Londres [n. pb.], 1831.

- _____. *Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen Nach al-Hwārizmī*. Edition, übersetzung und kommentar von Menso Folkerts, unter Mitarbeit von Paul Kunitzsch. Munich: Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 1997.
- _____. *Robert of Chester's Latin Translation of the Algebra of al-Khwarizmi*. With an introduction, critical notes and an English version by Louis Charles Karpinski. New York: Macmillan; London: Macmillan and Company Limited, 1915. (University of Michigan Studies. Humanistic Series; 11, pt. 1)
- Klein, Jacob. *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. Translated by Eva Brann; With an appendix containing Vieta's Introduction to the analytical art, translated by J. Winfree Smith. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1968.
- Libri, Guillaume. *Histoire des sciences mathématiques en Italie depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du 17^{ème} siècle*. Paris: Adamant Media Corporation, 1838.
- Mohammed ibn Musa Alchwarizmis *Algorismus: Das früheste Lehrbuch zum Rechnen mit indischen Ziffern*. Ed. Kurt Vogel. Aalen: Otto Zeller Verlagsbuchhandlungen, 1963.
- Montgomery, James E. (ed.). *Arabic Theology, Arabic Philosophy: From the Many to the One: Essays in Celebration of Richard M. Frank*. Louvain; Paris: Peeters, 2006. (Orientalia Lovaniensia Analecta; 152)
- Muhammad Ibn Musā al-Khwārizmī, *1200 ans*. Moscou: [n. pb.], 1983.
- Mrayāṭī, Mohammad, Yahya Meer Alam and M. Hassan At-Ṭayyān. *Origin of Arab Cryptography and Cryptanalysis*.
- Nallino, C. *Arabian Astronomy: Its History during the Medieval Times*. Rome: [s. n.], 1911.
- Nesselmann, G. H. F. *Die Algebra der Griechen*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1842.
- Neugebauer, O. *The Astronomical Tables of al-Khwārizmī*. Translation with Commentaries of the Latin Version edited by H. Suter. Copenhagen: Herausgegeben und Kommentiert, 1962. (Supplemented by Corpus Christi College MS 283)
- Prakash, Satya. *A Critical Study of Brahmagupta and his Works, a Most Distinguished Indian Astronomer and Mathematician of the Sixth Century A.D.* New Delhi, Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research, 1968.
- Al-Qifī, *Ta'rikh al-hukamā'*. Ed. J. Lippert. Leipzig: Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, 1903.
- Rashed, Roshdi. *The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra*. Translated by A. F. W. Armstrong. Dordrecht; Boston, MA: Kluwer Academic, 1994. (Boston Studies in Philosophy of Science; v. 156)
- _____. *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*. Paris: Société d'édition Les Belles lettres, 1984.

- _____. *Optique et Mathématiques: Recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe*. Aldershot: Variorum, 1992.
- _____. et B. Vahabzadeh. *Al-Khayyām mathématicien*. Paris: Librairie Blanchard, 1999.
- _____. (ed.). *Histoire des sciences arabes*. Paris: Seuil, 1997.
- _____. *Thabit Ibn Qurra: Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad*. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2009.
- Rosen, Frederic (ed.). *The Algebra of Mohammed ben Musa*. Londres: Oriental Translation Fund, 1831.
- Ruska, J. *Zur ältesten arabischen algebra und Rechenkunst*. Heidelberg: Akademie der Wissenschaften Philosophisch-historische, 1917.
- Sezgin, F. *Geschichte des arabischen Schrifttums, Band VI: Astronomie*. Leyde: Brill, 1978.
- Suter, Heinrich. *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Mūsā al-Khwārizmī, in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjrīfī*. Copenhagen: Herausgegeben und Kommentiert, 1914.
- Wild, Stefan. *Das Kitāb al 'Ain und die arabische Lexikographie*. Wiesbaden: Harrassowitz, 1965.

Periodicals

- Ahmedov, A. A., J. Al-Dabbāgh and B. A. Rosenfeld. «Istanbul Manuscripts of Al-Khwārizmī's Treatises.» *Erdem*: vol. 3, no. 7, 1987.
- Anbouba, Adil. «L'Algèbre arabe aux IX^{ème} et X^{ème} Siècles: Aperçu général.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 2, no. 1, 1978.
- Ben Miled, Marwan. «Les Commentaires d'Al-Mahani et d'un anonyme, du livre X des Eléments d'Euclide.» *Arabic Sciences and Philosophy*: vol. 9, 1999.
- Björnbo, A. A. «Gerhard von Cremonas Übersetzung von Alkwarizmis Algebra und von Euclids Elementen.» *Bibliotheca mathematica* (Leipzig): vol. 3, no. 6, 1905.
- Boilot, D. J. «L'Œuvre de Bērūnī: Essai bibliographique.» *MIDEO*: vol. 2, 1955.
- Frank, J. «Die Verwendung des Astrolabs nach al-Chwārizmī.» *Abhandl. z. Gesch. d. Nat. Wiss. u. Med.*: Heft III, Erlangen, 1922.
- Gandz, Solomon. «The Algebra of Inheritance.» *Osiris*: vol. 5, 1938.
- _____. «The Mishnat ha Middot and the Geometry of Muhammad Ibn Musa al-Khowarizmi.» *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abteilung A Quellen*, 2, 1932.
- _____. «The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra.» *Osiris*: vol. 3, 1938.
- _____. «The Sources of al-Khowārizmī's Algebra.» *Osiris*: vol. 1, 1936.

- Hughes, Barnabas B. «Gerard of Cremona's Translation of al-Khwārizmī's al-Jabr: A Critical Edition.» *Mediaeval Studies*: vol. 48, 1986.
- _____. «The Medieval Latin Translations of al-Khwarizmi's al-Jabr.» *Manuscripta*: vol. 26, 1982.
- Kennedy, E. S. «The Lunar Visibility of Ya'qūb ibn Tāriq.» *Journal of Near Eastern Studies*: vol. 27, January-October 1968.
- Khuwarizmi, Muhammad Ibn Musa. «Gerard of Cremona's Translation of al-Khwarizmi's al-Jabr: A Critical Edition.» Edited by B. Hughes. *Mediaeval Studies*: vol. 48, 1986.
- Marre, «Le Messahat de Mohammed ben Moussa al Kharezmi (Extrait de son Algèbre, traduit et annoté par A. Marre).» *Annali di matematica*: 1865.
- Pedersen, Fritz S. «Alkharizmi's Astronomical Rules: Yet Another Latin Version?» *Cahiers de l'institut du Moyen-Age grec et latin*: vol. 62, 1992.
- Pingree, David. «The Fragments of the Works of Ya'qūb ibn Tāriq.» *Journal of Near Eastern Studies*: vol. 27, January-October 1968.
- _____. «The Fragments of the Works of al-Fazārī.» *Journal of Near Eastern Studies*: vol. 29, January-October 1970.
- Rashed, R. «L'Idée de l'algèbre selon al-Khwarizmi.» *Fundamenta scientiae*: vol. 4, 1983.
- _____. «Problems of the Transmission of Greek Scientific Thought into Arabic: Examples from Mathematics and Optics.» *History of Science*: vol. 27, 1989.
- _____. «Al-Samaw'al, al-Biruni et Brahmagupta: Les Méthodes d'interpolation.» *Arabic Sciences and Philosophy: A Historical Journal*: vol. 1, 1991.
- Rodet, L. «L'Algèbre d'al-Khārizmi et les méthodes indienne et grecque.» *Journal asiatique*: janvier 1878.
- «Al-Samaw'al, al-Bīrūnī et Brahmagupta: Les Méthodes d'interpolation.» *Arabic Sciences and Philosophy: A Historical Journal*: vol. 1, 1991.
- Toomer, G. J. «Al-Khwārizmī.» *Dictionnaire of Scientific Biography* (New York): vol. 8, 1973.
- Youschkevitch, A. P. «Über ein Werk des Abū 'Abdallah Muḥammad ibn Mūsā al-Ḥwārizmī al Magusi zur Arithmetik der Inder.» *Schriftenreihe f. Gesch. d. Naturwis. Technik u. Medezin*, Beiheft z. 60 Gegurtstag v. G. Harigs, Leipzig, 1964.

Conference

- The Intersection of History and Mathematics*. Edited by Sasaki Chikara, Sugiura Mitsuo and Joseph W. Dauben. Basel; Boston, MA: Birkhäuser-Verlag, 1994. (Science Networks Historical Studies; v. 15)

فهرس

- أ -

- أرييهاطا: ١٢، ٧٢، ١٢٨، ١٣٤،
١٣٦، ١٣٨-١٤٣، ١٤٨،
آلارد، آندريه: ٣١
أبلونيوس: ٢٦
ابن الآدمي، الحسين بن محمد بن حميد:
١٣٢-١٣٣
ابن أحمد، أبو عبد الله الحسين: ١٥٤
ابن أسلم، أبو كامل شجاع: ٢١-٢٢،
٣٢-٣٤، ٥٣، ٥٧، ١٠٦، ١١١-
١١٢، ١١٥، ١٣٧، ١٣٩، ١٥١-
١٥٢، ١٥٧، ١٥٨، ١٦٠
ابن ترك، أبو الفضل عبد الحميد بن واسع:
٢٠، ٢٣، ٣٤، ١١٠-١١٢
ابن خلدون، أبو زيد عبد الرحمن بن محمد:
٧٥
ابن دريد، أبو بكر محمد بن الحسن: ٦٧
ابن سينا، أبو علي الحسين بن عبد الله:
١٦، ٤٠
ابن طارقي، يعقوب: ١٣١، ١٣٤، ١٤٨
ابن عراق، أبو نصر منصور بن علي: ٢٤
ابن فارس، أبو الحسين أحمد بن زكريا: ٦٨
ابن الفتح، سنان: ٢٠-٢٢، ٥٣
ابن قتيبة، أبو محمد عبد الله بن مسلم: ٥٢
ابن الليث، أبو الجود بن محمد: ٢٢، ٢٤
ابن منظور، أبو الفضل جمال الدين محمد بن
مكرم: ٦٨
ابن النديم، أبو الفرج محمد بن إسحق:
٢٠، ٥٣، ٧٤، ١١٨، ١٣١
ابن نصر، الليث: ١٣٤
ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن: ٢٤،
٢٦
أبو حنيفة النعمان: ١٤، ٤٩، ٦٠، ٧٣-
٧٥، ٢٨٠-٢٨١، ٣٥١، ٣٥٨،
٣٦٤
أبو الطيب، سند بن علي: ٢٠
أبو يوسف، يعقوب بن إبراهيم: ٤٩،
٧٤-٧٥، ٣٥١، ٣٥٨
الأجزاء الكسرية: ١٢٤
أحمد، محمد مرسي: ١٦٢
الأزياع: ٤٨-٤٩
الأسطرلاب: ٤٩
الاصطخري، أبو إسحق إبراهيم بن محمد:
٢٠
الأصم: ١٠٠-١٠١، ١٣٨

أصول الفقه: ٧٤

الأعداد: ٧١، ٨٢، ٨٧، ١٠٤، ١٢٤،
١٦٧، ١٦٩، ١٨٩، ٢١٧، ٢٨٧

الأعداد الصحيحة: ١٤٢

الأعداد المفردة: ١٧، ١٦٧

الأعداد المنطقية: ١٣٥-١٣٦، ١٤٠

إعدام تعبير المشتق: ٣٠

أقليدس: ١١، ١٩، ٢١-٢٣، ٢٦، ٤٨،
٥٧، ٦٠-٦١، ٨١-٨٣، ٨٥، ٨٨-
٨٩، ٩١-٩٤، ٩٦-٩٩، ١١١،
١١٧، ١٤٠

أقليدسي، أبو الحسن أحمد بن إبراهيم:
٥٠

الألفوريتمات انظر الخوارزميات
(الألفوريتمات)

الأموال: ٧١، ٨٢، ٨٦، ٩٩، ١٠٠،
١٠٢، ١٣٦، ١٣٨، ١٤٠، ١٦٧-
١٦٩، ١٧١، ١٨٩، ٢١٦

الأموال التي تعدل جذوراً: ١٩٢، ١٦٧،
٢٨٧

الأموال التي تعدل عدداً: ١٦٨، ١٩٣،
٢٨٧

الأموال والجذور التي تعدل عدداً: ٨٥،
١٦٩، ١٩٤، ٢٨٨

الأموال والعدد التي تعدل جذوراً: ٩١،
١٧١، ١٩٦، ٢٨٨

أنبوبا، عادل: ٢١

أوجيه، ألين: ٤١

- ب -

باسكال، بلير: ٢١

باشماكوف، إيزابيلا غريغوريفنا: ١٢٣

بالرم، جان دو: ٣٣

براكاش، ستيا: ١٤٢

البرهان بالعلّة: ١٩، ١٠٩، ١١٢،

١١٤-١١٦، ١٣٨

البرهان باللفظ: ١٩، ١١٤-١١٦، ١٣٨

البرهان الجبري: ١٩، ١٠٧، ١١٤-١١٦

البرهان الهندسي: ١٠٧، ١١٠-١١٢،

١١٤، ١١٦، ١٤٦، ٢٩٥-٢٩٦

برهمنوبتا: ١٢، ٧٢، ١٢٨، ١٣٣،

١٣٩-١٤٣، ١٤٨

بطلميوس: ٤٨، ١٣٤

البغدادي، أبو منصور عبد القاهر بن

طاهر: ٥٠-٥١، ٩٩

بلوستا، هيلين: ٣٢

بنو موسى: ٢٦

بهاسكرا الأول: ١٣٦

البوزجاني، أبو الوفاء محمد بن محمد: ٢٠،
٥٣

بومبلي، رافاييل: ١٢٣

بيت الحكمة (بغداد): ٤٨، ٨١، ١١٨

البيروني، أبو الريمان محمد بن أحمد: ٢٢،

٢٤، ٤٨، ١٣٠، ١٣٣

بيزانو، ليوناردو (فيبوناتشي): ٣٢-٣٤،
٤٠

- ت -

تارناغليا انظر فونتانا، نيكولو (تارناغليا)

تاريخ الرياضيات: ١٠

التبديل الأقيني للمتغير: ٣٠

الثنائي «معلوم - أصم»: ١٠٠-١٠١،
١٨٥، ١٠٥

- ج -

الجاحظ، أبو عثمان عمرو بن بحر: ٥٢
جبر كثيرات الحدود: ١٦، ٤٠
الجبر الهندسي: ١١، ٢٤-٢٥، ٣١،
٨٥، ٨٩، ٩٨
الجذر الأصم: ١٨٤
الجذر التربيعي للشيء: ١٠٦
الجذر السالب: ١٨، ٣٠٥
الجذر غير المنطق (الأصم): ٥٠
جذر المربع (المال): ٧١، ٨٦-٨٧، ٩٩،
١١٦، ٢١٦، ١٣٨، ١٦٧، ١٦٩،
١٧١، ١٨٩، ٣٠٩
الجذور (المصادر): ٦٥-٦٦
جذور الأعداد الصحيحة: ١٤٠
جذور الأعداد الصحيحة غير المربعة: ١٠٢
الجذور التربيعية: ٥٠، ١٣٦، ١٣٨،
١٤٠
الجذور التي تعدل عدداً: ١٦٨، ١٩٣،
٢٨٧
الجذور الحقيقية الموجبة: ٢٧
جذور المعادلات: ١٤٠
الجذور النونية: ٢٢، ٢٨
الجذور والعدد التي تعدل أموالاً: ١٦٢،
١٩٧، ٢٨٩
الجمع والنقصان: ١٨٤، ٢٩٤
جيرارد دو كريمون: ٣٢، ٥١، ٥٣،
١٠٠، ١٥٢، ١٥٥، ١٥٨، ١٦٠،
٣٥٥

التحليل الديوفنتسي: ١٣٠
التحليل الظاهراتي: ٥٦
التحليل العددي: ٢٢
التحليل غير المحدد: ٢٠
التحليل اللغوي: ٦٦
التحليل اللفظي: ٦٥
التحليل الموضعي: ٣٠
التركة: ٣٢٦
التوزيع في المرض: ٢٦٥، ٢٤٣
التصنيف القبلي: ٦٤
التطابق: ٢٩٢
التعابير الجبرية: ١٠٣
التفسير الهندسي للطرائق الجبرية: ٢٣
تقاطع القطوع المخروطية: ٢٤، ٢٧
التقسيم إلى نصفين: ٥٠
التكافؤات: ٩٨، ١١٣، ١١٥، ١١٧،
٢٩٢-٢٩٣
التكافؤات الهندسية: ٩٨، ١١٣
التكسير: ٢٢٠-٢٣١، ٢٣٣
تكسير العمود المخروط: ٢٣٢
التكملة: ٢٦٠-٢٦٢، ٣٣٩
تصنيف الأجزاء: ١٧٢، ٢١٠، ٢٨٩
تيودور الإنطاكي: ٣٣
- ث -
ثابت بن قرة: ٢٢-٢٥، ٣٤، ٨٥، ٨٧-
٨٩، ٩١، ٩٣-٩٤، ٩٦-٩٩
ثلاثيات الحدود: ٢١، ١١٤، ١٢٥،
١٣٧، ١٤٧
الثلث: ٢١٧-٢١٩، ٣١١

- ح -

حبش بن عبد الله البغدادي : ١٣٢
الحجاج بن مطر : ٤٨ ، ٨١-٨٢ ، ٩٩
حساب الإرث والوصايا : ١٧ ، ٣٩ ، ٧٥-٧٦

حساب «البرجان» : ١٣٥-١٣٧ ، ١٤٠
الحساب بواسطة الأرقام التسعة : ١٤٨
حساب الجذور : ١٩ ، ٣٠٦-٣٠٧
حساب الدور : ٢٦٥ ، ٣٤٣
الحساب العددي للجذور : ٢٧-٢٨
الحساب العملي : ٥١
حساب الفرائض : ١٤ ، ٧٢ ، ٧٦ ، ١٥٢
الحساب الفقهي : ٤٩

حساب كثيرات الحدود : ١٩
حساب المثلثات : ٢٢٦

حساب مساحات المربعات : ١٩
حساب مساحات المستطيلات : ١٩
حساب المساحة : ٣١٦

حساب النهاية العظمى : ٢٨
الحساب الهندي : ١٢٩

الحسابات الاقتصادية : ٨٠
الحسابات الجبرية : ٢٦ ، ٢٠ ، ٥٤ ، ٥٩ ، ١١٤-١١٦ ، ١٥٧

الحسابات الجبرية الابتدائية : ١١٤
الحسابات الجبرية التجريبية : ١١٦

الحسابات الشرعية : ٧٢ ، ٨٠
الحسابات العددية : ٢٢ ، ٢٨

الحسابات على المقادير الصم : ٢٢
حسابات قياسات مسح الأراضي : ٨٠
الحضارة الإسلامية : ١٠

الحضارة العربية : ١٠

الحلول التقريبية للمعادلات : ٢٢
الحلول الجذورية للمعادلات الكثيرة الحدود : ١٩-٢٠
الحلول العددية للمعادلات : ٣١

- خ -

الخازن ، أبو جعفر محمد بن الحسين : ٢٢ ، ٢٤

الخزاعي ، أحمد بن عمر : ٥١ ، ١٥٣-١٥٤ ، ١٦٠ ، ٣٥٨

الخزاعي ، محمد بن أحمد بن عمر : ١٥٣-١٥٤

الخوارزميات (الألفوريتمات) : ١٨ ، ٢٨ ، ٤٥ ، ٨٣ ، ٨٥ ، ٨٩ ، ٩٤ ، ١٠٧-١٠٩ ، ١١٢ ، ١٣٨ ، ١٤٦

خوارزميات الحسابات الجبرية : ١٠٩
خوارزميات الحلول : ١٨ ، ٣٠ ، ٩٨ ، ١٠٧ ، ١٤٦ ، ١٥٧ ، ١٦٠ ، ٢٩٢

خوارزميات حلول المعادلات الجبرية : ١٠٩

خواص القطوع : ٢٩
الخيام ، عمر : ٢٢-٣١ ، ٣٤ ، ١١٢-١١٣
الخيمياء : ٦٢

- د -

الدائرة : ٣١٢ ، ٣١٤
ديكارت ، رينيه : ٢٥ ، ٢٧ ، ٣١ ، ٣٤
الدين : ٢٣٥-٢٣٧ ، ٣٢٠
ديوفانتوس : ١١-١٢ ، ٢١-٢٢ ، ٣٣-٣٤ ، ٥٧ ، ٧٢ ، ٩٨ ، ١٢٣-١٢٨

- ذ -

ذوات الحدين : ١١٤ ، ١٢٥ ، ١٣٧ - ١٣٨

- ر -

رباعيات الأضلاع : ١١٧

رباعيات الأضلاع ذات الأضلاع غير

المتساوية والزوايا غير المتساوية : ١١٧

الربيعات : ٤٩

روديه ، ليون : ١٢٨

روزن ، فريديريك : ١٥ ، ٥٢ ، ١٠١ ،

١٢٨ ، ١٦٢

روسكا ، جولوس : ١٠١ - ١٠٢

الرياضيات : ٤٩ ، ٦٢

الرياضيات البابلية : ١١ ، ١٢٤ ، ١٢٧

الرياضيات التطبيقية : ٥٤

الرياضيات الكلاسيكية : ٩

الرياضيات المصرية : ١٢٧

الرياضيات الهندية : ١٢ ، ١٣٠ ، ١٣٢

الرياضيات اليونانية : ٩ ، ١٢

- ز -

الزبيدي ، أبو الفيض مرتضى بن محمد :

٦٨ ، ١٣٥

- س -

سرما ، ك. ف. : ١٤١

السجزي ، أبو سعيد أحمد بن محمد بن عبد

الجليل : ٢٢

السطح المتساوي الأضلاع والزوايا : ٣١٢

السطح المربع المتساوي الأضلاع والزوايا :

٣٥٥

السعر : ٢١٧ - ٢١٩ ، ٣١١

السلم في المرض : ٢٨٣ ، ٣٥٣

السلمي ، أبو الحسن علي أبو السلم بن محمد

بن الفتح : ٢٢

السموأل بن يحيى بن عباس المغربي : ٢١ -

١١٥ ، ١١٢ ، ٣٤ ، ٢٢

سميث ، د. أ. : ١٥٥

سهام الفريضة : ٢٣٨ - ٢٤٤ ، ٢٦٠ ، ٣٤٢

السيوطي ، جلال الدين عبد الرحمن بن أبي

بكر : ٦٨

- ش -

الشرع الإسلامي : ١٤ ، ٧٣ ، ٣٢٢ ،

٣٥٠ ، ٣٤٢

شستر ، روبير دو : ٣٢ ، ٥٣ ، ١٠٠

شعاع الدائرة : ٣١٣

شوكلا ، ك. س. : ١٤١

الشيء انظر المجهول (الشيء)

الشيبياني ، محمد بن الحسن : ٤٩ ، ٧٤ -

٣٥٨ ، ٧٦

- ص -

صاعد بن أحمد الأندلسي : ١٣١ - ١٣٣

الصفير : ٥٠

الصيدناني ، عبد الله بن الحسين : ٢٠ ،

٥٣

- ض -

ضرب الأشياء : ١٨١

ضرب الجذور التربيعية : ١٣٩ ، ١٨٦ ،

٢٩٥

ضرب ذوات الحديد: ١٣٨

- ط -

الطب: ٦٢

الطرائق الجبرية التحليلية: ٣٠

الطرائق الهندسية - التحليلية: ٢٩

طريقة الاستكمال التريبيعي: ١٣٠

طريقة روقيني - هورنر: ٢٨

الطوسي، شرف الدين: ٢٢، ٢٥-٣١، ٣٤

- ع -

العق في المرض: ٢٦٧، ٣٤٥

العدد الأعظم: ٣٠

العدد الخطي: ١٢٤

العدد السطحي: ١٢٤

العدد المجسم: ١٢٤

العدد المجهول: ١٠٩، ٢١٨

العدد المسعر: ٢١٨، ٣١١

العدد المفرد: ٧١

العدد والجذور التي تعدل مالا: ٩٦

العقر في الدور: ٢٧٩، ٣٥٠

العلة: ١٠٩، ١١١

علة تقسيم معامل المجهول: ٨٥

علة الجذر: ١٨٨

علم الإرث: ٧٦

علم الأصوات الكلامية: ٦١

علم الأصوات الكلامية العربي: ٦٤، ٦٦

علم التاريخ: ٤٩، ٥٦-٥٧

علم تأليف المعاجم: ٦١، ٦٣-٦٤، ٦٦

علم التحليل التوافيقي: ١٢، ١٦، ٤٠،

٦٨، ٦٤

علم التشفير (التعمية): ٦٤، ٦٩

علم تفسير النصوص الدينية: ٦١

علم الجغرافيا: ٤٩، ٦٢

علم الحساب: ١٦، ٢١، ٣٩، ٤٩-٥٠،

٥٥، ٦١-٦٢، ٦٤، ٧١، ٧٧،

١٣٥، ١٤٨، ١٥٢

علم الحساب (تطبيق عملياته على التعابير الجبرية ثلاثية الحدود): ٢٩٤

علم الحساب (تطبيق عملياته على التعابير الجبرية ذات الحدين): ٢٩٣

علم الحساب الأقليدي: ٣٣

علم الحساب الروماني: ٤٨

علم الحساب العربي: ٤٨

علم الحساب الهندي: ٤٨، ٥٠

علم الصرف العربي: ٦٦

علم الصرف اللغوي: ٦١، ٦٤

علم العروض: ٦١، ٦٤

علم الفرائض: ١٤-١٥، ٣٩

علم الفلك: ٤٨-٤٩، ٦٢، ١٢٩-١٣٠،

١٣٣، ١٤٥، ١٤٨

علم الفلك الهندي: ٤٨، ١٣٢، ١٤٨

علم الفلك اليوناني: ٤٨

علم لغات الأعراف: ٦٥

علم اللغة: ٦٢، ٦٩

علم اللغة العربية: ٦٤

علم المثلثات: ١٦، ٣٩، ١٢٩

علم المساحة: ١١٧

علم الميقات: ٤٩

- علم النجوم : ١٣٢
علم النحو : ٦٤
العلوم العقلية : ٦٢
العلوم الفقهية : ٤٨ ، ١٥
علوم النقل : ٦٢
عمليات استخراج الجذر التربيعي : ٥٩ ، ١٣٥

- ق -

- عمليات الجمع : ١٣٨ ، ٥٩
عمليات الضرب : ١٣٥ ، ١٠٣ ، ٥٩
١٨٣ ، ١٨٠ ، ١٣٨ ، ١٣٦
عمليات الطرح : ١٣٨ ، ٥٩
عمليات القسمة : ١٣٥ ، ١٠٣ ، ٥٩
عمليات المضاعفة : ٥٠
عمليات المقابلة (الاختزال) : ٥٩
العين : ٢٣٦-٢٣٥ ، ٣٢٠
العين والذئب : ٣٢٠

- ف -

- الفارابي، أبو نصر محمد بن محمد : ١٦ ، ٤٠ ، ٦٣ ، ٧٠
الفارسي، كمال الدين : ٣٤
الفراهيدي، الخليل بن أحمد : ٦٠ ، ٦٤
١٣٤ ، ٦٩
فريدريك الثاني هوهنشتاوفن (الإمبراطور الروماني) : ٣٣
الفريضة : ٢٤٦ ، ٢٥٠ ، ٢٦١-٢٦٤ ، ٣٢٢

- قياس أضلاع بعض المضلعات المنتظمة : ٢٤
قيمة ثابت قياس الدائرة : ١٣٧

- ك -

- كاردان، جيرولامو : ٢٥ ، ٣٣-٣٤
الكاشي، غياث الدين بن مسعود بن محمد : ٣٤ ، ٣١ ، ٢٢
كثيرات الحدود : ١٧ ، ٢١ ، ٢٨ ، ١١٤
الفقه الشرعي الإسلامي : ٦٢ ، ٣٦٤
فقه المعاملات : ١٤
الفلسفة : ٦٢

الكرجي، أبو بكر محمد بن الحسن : ٢١-
٢٢، ٣٣-٣٤، ١١٥، ١٢٧، ١٣٧،
١٤٥

الكسور العشرية : ٢٢

كسور المجهول : ٢١

الكعب : ٣٠٥، ٣١٠

كلاين، جاكوب : ١٢٣

كمل الشيء (أكمله) : ٢٣٦-٢٣٧

الكميات غير المنطقة التربيعية : ٩٩

الكندي، أبو يوسف يعقوب بن إسحق :
٦٩، ١٠٨

كولبروك، هنري توماس : ١٢٨، ١٤٣

- ل -

اللغة العربية : ٦٥

لونا، غيترم دو : ٣٢

- م -

مال المال (مربع المربع) : ٣١١

مالك بن أنس (الإمام) : ٧٤، ٧٦

المأمون (الخليفة) : ٤٦، ٤٨-٤٩، ٥٢،
٥٩، ٦٣، ٨٠، ١٦٦

الماهاني، محمد بن عيسى بن أحمد أبو عبد
الله : ٢٢، ٢٤

ميرنة فيثاغوراس : ١٢٠، ٣١٤

المبسوط، بدوي : ٤١

المطابقات : ٨٨، ٩٣، ٩٨، ١١٣

متعدد الحدود المهيمن : ٢٨

متوازي الأضلاع : ١١٧

المتواليات العددية الحسابية : ٥١

المثلث الحسابي : ٢١

المثلثات : ١١٧، ٢٢٦، ٣١٢

المثلثات حادة الزوايا : ١١٧، ١٢٠،
٢٢٧-٢٢٦

المثلثات ذات الأضلاع غير المتساوية : ١١٩

المثلثات قائمة الزاوية : ١١٧، ٢٢٦-٢٢٧

المثلثات المتساوية الأضلاع : ١١٧، ٢٢٨،
٣١٦

المثلثات المتساوية الساقين : ١١٧، ٣١٦،
٣١٩

المثلثات منفرجة الزاوية : ١١٧، ٢٢٦-
٢٢٧، ٢٣٠، ٣١٧

المثلث : ٢١٧-٢١٩، ٣١١

المجهول (الشيء) : ١٧-١٨، ٢١، ٥٩،
٧١، ٨٢-٨٣، ٨٧، ٩٧

٩٩، ١٠١-١٠٢، ١٠٥-١٠٦

١١٦، ١٢٤-١٢٥، ١٣٨، ١٤٠

١٤٢، ١٤٤، ٢١٧، ٢٣٥، ٢٨٧

٣١٧

المجهول الجبري : ٦٠

محمد بن إبراهيم الفزازي : ١٣٢-١٣٤،
١٤٨

محمد بن إدريس الشافعي : ٧٤-٧٦

محمد بن سعيد : ١٥٥

مدرسة البصرة : ٦٧

المدرسة البورباكية : ٩

المدرسة الخنقية : ٤٨، ٧٤

الدورات : ٢٣١

مذهب الأرجهر : ١٣٢

مذهب الأركند : ١٣٢

مذهب السند هند : ١٣٢

المربيع : ١١٧

- مربع المجهول: ١٠٥، ١٠٩، ١٢٤
المربعات قائمة الزوايا مختلفة الأضلاع: ٢٢٤
المربعات قائمة الزوايا مستوية الأضلاع: ٢٢٤
المربعات مختلفة الزوايا مختلفة الأضلاع: ٢٢٤
المربعات المشبهة بالمعينة: ٢٢٤، ٢٢٦
مرصد «الشَّماسية»: ٤٨
المساحات: ٦٠، ٢٢٠، ٣١٢-٣١٣، ٣١٥
مساحة الدائرة: ٣١٨
مساحة دائرة القاعدة: ٣١٩
مساحة متوازي الأضلاع: ٣١٥
مسألة أرخيدس: ٢٤
مسألة تثليث الزاوية: ٢٤
مسألة نسيع الدائرة: ٢٤
مسألة تقرب الجذر التربيعي لعدد لا يكون مربعاً تماماً: ١٠٠
مسألة الزيادة والنقصان: ١٩٨
مسألة القرض بالفائدة: ١٤٢
مسألة وجود الجذور: ٢٨-٢٩
مسائل الإرث والوصايا: ٢٠، ٥٤، ٦٠
المسائل الست: ١٥٢، ١٩١، ٢٩٦
- المسألة الأولى: ٢٩٦
- المسألة الثانية: ٢٩٧
- المسألة الثالثة: ٢٩٧
- المسألة الرابعة: ٢٩٨
- المسألة الخامسة: ٢٩٨
«المسائل العددية»: ٢٢
- المسائل المختلفة: ١٩٧، ٢٩٩
مسائل المساحات: ٢٢٤
مسائل الهندسة المجسمة: ٢٤
المسائل الهندسية: ٢٤
المستطيل: ١١٧، ٣١٢
المسعر: ٢١٧، ٢١٩
مشرقة، علي مصطفى: ١٦٢-١٦٣
المصيصي، أبو يوسف يعقوب بن محمد الحاسب: ٢٠
المعادلات: ١٧
المعادلات التربيعية: ٢٠، ٩٨، ١٢٦-١٢٧
المعادلات التكعيبة: ٢٥-٢٦، ١١٦
المعادلات ثلاثية الحدود: ١١٥، ١٢٧
المعادلات الجبرية من الدرجة الأولى: ١٨، ٢٨، ٥٩، ٧٢، ١٠٧-١٠٨، ١٤٠، ١٥٨
المعادلات الجبرية من الدرجة الثانية: ١٨، ٢٢-٢٥، ٢٨-٢٩، ٧٢، ٨٣، ٩٨، ١٠٧-١٠٨، ١١٦، ١٤٠، ١٥٨
المعادلات الجبرية من الدرجة الثالثة: ٢٤-٢٩، ٢٥
المعادلات الست: ١٥٧
المعادلات الست القانونية: ٢٩٩
المعادلات غير المحددة (السيالة): ٢٢
المعادلات القانونية: ١٢٧
المعادلة التربيعية المضاعفة: ٣١١
المعادلة التكعيبة: ٣٠٥، ٣١٠
المعاملات: ٢١٧، ٢١٩، ٣١١
المعلوم: ١٣٨
المُعَيَّن (ة): ١١٧، ٢٢٤-٢٢٥، ٣١٢

مفهوم «غير المنطق» (الأصم): ١٠٦

مفهوم النهاية العظمى: ٣٠

مفهوم وحدة القياس: ٢٦

المقادير غير المنطقية: ١٠٦

المقادير غير المنطقية التربيعية: ١١٦، ١٣٨، ١٤٠

المنصور (الخليفة): ١٣٣

الميراث: ٣٢٦

الهندسة الجبرية: ٢٥

الهندسة الجبرية الابتدائية: ١٦، ٤٠

هوزيل، كريستيان: ٢٥، ٢٨، ٤١

هوغز، ب.: ١٦٠، ٣٥٥

هيث، توماس: ١٢٣

هيرون الإسكندري: ١٢، ٧٢، ٨١

١١٧-١١٨، ١٢٠-١٢٣

- و -

- ن -

النسوي، محمد بن أحمد: ٥٠

النظام الستيني: ١٤٢

النظام العشري: ٥٠، ١٤٢

نظام المعادلات التناظري: ٢٩٨

نظرية الأعداد: ٢٢، ٦٩

النظرية الجبرية: ٣٩

نظرية المعادلات: ٥٤، ٨٣، ١١٦

نظرية المعادلات التربيعية: ١١١

نيشيلمان، جورج هينريتش فرديناند: ١٢٣

نيقوماخوس الجرشني: ٨١

نيمور، جوردان دو: ٣٣

- ه -

هارون الرشيد (الخليفة): ٧٤

الهاسمي، علي بن سليمان: ١٤٨

الهندسة: ١٦، ٣٩، ٥٥

الهندسة الأقليدية: ١٩

- ي -

يحيى بن أبي منصور: ٤٨

اليزدي، محمد بن باقر: ٢٢